

Newton

Natuurkunde voor de bovenbouw

VANAF
EXAMEN
MEI 2025

5 vwo

Naam

Klas

ThiemeMeulenhoff

LRN·line

5 vwo

Newton

Natuurkunde voor de bovenbouw

Beste leerling,

Dit boek van Newton kun je samen met de digitale leeromgeving gebruiken in de les. Het is van jou persoonlijk, dus je mag er aantekeningen in maken. Na dit schooljaar mag je het boek houden. Dat is makkelijk als je volgend jaar iets wilt opzoeken, of iets moet leren voor een toets.

Wij wensen je veel succes en plezier met het vak natuurkunde.
Team Newton

Auteurs

Jan Flokstra, Aart Groenewold, Kees Hooyman, Carolien Kootwijk, Koos Kortland, Mark Bosman, Torsten van Goolen, René Hazejager, Michel Philippens, Hein Vink

Eindredactie

Ton van der Valk

Eindredactie digitaal

Evert-Jan Nijhof

Bureauredactie

Easy Writer, Maurik

Opmaak

Crius Group

Ontwerp en beeldresearch

Michelangela, Utrecht

Tekeningen

Jaap Wolters, Amersfoort, DDCOM, Veldhoven

Over ThiemeMeulenhoff

ThiemeMeulenhoff ontwikkelt slimme flexibele leeroplossingen met een persoonlijke aanpak. Voor elk niveau en elke manier van leren. Want niemand is hetzelfde.

We combineren onze kennis van content, leerontwerp en technologie, met onze energie voor vernieuwing. Om met en voor onderwijsprofessionals grenzen te verleggen. Zo zijn we samen de motor voor verandering in het primair, voortgezet en beroepsopleiding.

Samen leren vernieuwen.

www.thiememeulenhoff.nl

ISBN 978 90 06 91172 5

Zesde druk, eerste oplage, 2023

© ThiemeMeulenhoff, Amersfoort, 2023

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of enig andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

Voor zover het maken van kopieën uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16B Auteurswet 1912 j° het Besluit van 23 augustus 1985, Stbl. 471 en artikel 17 Auteurswet 1912, dient men de daarvoor wettelijk verschuldigde vergoedingen te voldoen aan Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie (PRO), Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp (www.stichting-pro.nl). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet) dient men zich tot de uitgever te wenden. Voor meer informatie over het gebruik van muziek, film en het maken van kopieën in het onderwijs zie www.auteursrechtenonderwijs.nl.

De uitgever heeft ernaar gestreefd de auteursrechten te regelen volgens de wettelijke bepalingen. Degenen die desondanks menen zekere rechten te kunnen doen gelden, kunnen zich alsnog tot de uitgever wenden.

Deze uitgave is volledig CO₂-neutraal geproduceerd.

Het voor deze uitgave gebruikte papier is voorzien van het FSC®-keurmerk.

Dit betekent dat de bosbouw op een verantwoorde wijze heeft plaatsgevonden.

Inhoud

Werken met Newton	4	
<hr/>		
7 Muziekinstrumenten	6	10 Zonnestelsel 138
Trilingen en golven		Cirkelbaan en gravitatiekracht
7.1 Introductie	7	10.1 Introductie 139
7.2 Geluid, trillingen en zuivere tonen	10	10.2 Cirkelbanen 142
7.3 Lopende golven	22	10.3 Gravitatiekracht 150
7.4 Staande golven	34	10.4 Gravitatie-energie 158
7.5 Verdieping	45	10.5 Verdieping 165
7.6 Afsluiting	50	10.6 Afsluiting 167
Leerdoelen en begrippen	54	Leerdoelen en begrippen 172
<hr/>		
8 Elektromotor en dynamo	56	11 Vaardigheden 174
Elektromagnetisch veld		Wiskunde in de natuurkunde
8.1 Introductie	57	11.1 Rekenvaardigheden 175
8.2 Magnetische velden	60	11.2 Redeneren met verbanden en formules 185
8.3 Lorentzkracht	67	11.3 De afgeleide gebruiken 198
8.4 Elektromagnetische inductie	74	Leerdoelen en begrippen 211
8.5 Verdieping	84	
8.6 Afsluiting	87	
Leerdoelen en begrippen	92	
<hr/>		
9 Sport en verkeer	94	Antwoorden op rekenvragen 214
Arbeid, energie en vermogen		Register 217
9.1 Introductie	95	
9.2 Energie en arbeid om te bewegen	98	
9.3 Energiesoorten bij bewegingen	107	
9.4 Behoud van energie	114	
9.5 Vermogen en snelheid	122	
9.6 Verdieping	129	
9.7 Afsluiting	133	
Leerdoelen en begrippen	136	

Experiment 2: Bochtblazen**W2** Het kanon van Newton

Figuur 1 Voorbeeld verwijzing naar experimenten en werkbladen

Begrijpen

Maak de opgaven in je boek of online.

Figuur 2 Voorbeeld verwijzing naar digitaal materiaal

★ In de gele kaders zie je samengevatte leerstof.

In de paarse kaders zie je formules die je moet kennen en kunnen gebruiken.

PRAKTIJKVOORBEELDEN

In de paarse blokken vind je praktijkvoorbeelden. De informatie in deze blokken behoort niet tot de oefenstof voor het eindexamen, maar zullen je wel helpen met het krijgen van meer inzicht.

Figuur 3

VOORBEELDOPGAVE 1

Een voorwerp met een massa m van 5,2 kg beweegt in een cirkelbaan met een straal r van 3,4 m onder invloed van een middelpuntzoekende kracht F_{mpz} van 4,0 N.

Vraag: Bereken de baansnelheid v van het voorwerp.

Antwoord:

$$F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r} \rightarrow$$

$$v^2 = \frac{F_{\text{mpz}} \cdot r}{m} = \frac{4,0 \times 3,4}{5,2} = 2,6 \rightarrow$$

$$v = \sqrt{2,6} = 1,6 \text{ m/s}$$


Figuur 4

WERKEN MET NEWTON

Samen met je klasgenoten ga je ontdekken en onderzoeken hoe natuurkunde in theorie en in de praktijk werkt. Op deze manier kun je je goed voorbereiden op het eindexamen. Op deze pagina zie je hoe je werkt met de boeken en met de online omgeving van Newton.

Boek en digitaal

Alle leerstof die je nodig hebt voor je examen vind je in dit boek. Vanuit dit boek vind je verwijzingen naar onderdelen die de docent verspreidt (zoals werkbladen en experimenten). Als deze beschikbaar zijn, zie je in de kantlijn een blauw vlak. Zie figuur 1.

Als je een  ziet, is er ook digitaal oefenmateriaal beschikbaar (zie figuur 2). Dit zijn opdrachten die je digitaal kunt maken en waarbij je feedback krijgt op jouw antwoorden. In je online leeromgeving is je boek als compleet digitaal bladerboek beschikbaar. Handig als je een keer je boek vergeten bent of snel iets wilt opzoeken.

Hoofdstukindeling**Introductie**

Elk hoofdstuk begint met een introductieparagraaf. Je maakt kennis met het onderwerp vanuit de praktijk. Dan zie je de hoofdstukvraag, zodat je weet wat je gaat leren in het hoofdstuk. Je frist je kennis uit de onderbouw op en je kunt hier een paar opgaven over maken. In overleg met je docent ga je aan de slag met de opgaven en werkbladen uit je boek, of de digitale Startvragen.

Paragraaf

Elke paragraaf heeft dezelfde opbouw:

- ★ **Ontdekken:** Middels experimenten, opgaven en ontdekactiviteiten op werkbladen ontdek je hoe natuurkunde werkt. Je docent bepaalt met welk van deze activiteiten je aan de slag gaat. De paragraafvraag is het leerdoel van deze paragraaf.
- ★ **Begrijpen:** Alle belangrijke leerstof wordt hier in begrijpelijke taal aan je uitgelegd. Belangrijke begrippen zijn weergegeven als *paarse woorden*. Deze vind je ook in het register achterin het boek. Samenvattingen van de uitleg vind je in aparte gele kaders direct onder de leerstof. De opgaven in je boek of in de online leeromgeving zijn erop gericht om je de leerstof goed te laten begrijpen. Tekenopgaven zijn weergegeven met een **T**. Je kunt ze meestal in je boek maken. Soms is een tekenblad handiger. Tekenbladen vind je onder Bronnen in je online materiaal.
- ★ **Beheersen:** In het onderdeel Beheersen wordt de leerstof van Begrijpen verder uitgebreid, zodat je ermee kunt redeneren en rekenen. De formules zie je in aparte paarse kaders (figuur 3). Naast een formule vind je in de marge vaak een of meer blauwe kaders met voorbeeldopgaven. In de voorbeeldopgaven wordt voorgedaan hoe je een opdracht aanpakt (figuur 4). Dit zijn voorbeelden van opgaven die je moet kunnen maken op het examen.

Verdieping

In elk hoofdstuk is een paragraaf Verdieping opgenomen. Deze paragraaf bevat extra leerstof en opgaven. Dit is geen examenstof.

Afsluiting

Aan het eind van elk hoofdstuk blik je nog een keer terug op de hoofdstukvraag (zie figuur 5). Kun je deze nu beantwoorden? Je maakt aan de hand van vragen zelf een samenvatting. Dit kun je doen op basis van de korte samenvattingen in de paragrafen. Daarnaast kun je je docent vragen om een complete samenvatting en om een begrippenkaart.

Met de eindopgaven en digitale zelftoetsen test je jezelf op examenniveau: ben je klaar voor het echte werk?

In de keuzeopdrachten leer je tenslotte hoe theorie uit het hoofdstuk wordt toegepast in praktijksituaties.

Leerdoelen en begrippen

Elk hoofdstuk wordt afgesloten met een lijst met leerdoelen en begrippen (figuur 6). De leerdoelen geven je een kort overzicht van wat je moet beheersen voor het eindexamen. De lijst is als een checklist opgesteld, zodat je zelf kunt aangeven wat je al kent. Daarnaast kun je hier opschrijven wat je nog moet doen om het leerdoel te beheersen.

PARAGRAAF 7.3 LOPENDE GOLVEN

Ik kan:	Acties:
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: lopende golf, geluidsgolf, voortplantingssnelheid (of golfsnelheid), golflengte, longitudinale golf, verdichting, verdunning, transversale golf, golfberg, golfdal, dopplereffect, fase, gereduceerde fase, faseverschil, u,x -diagram.	<input type="radio"/>
uitleggen hoe de waargenomen golflengte en frequentie van een golf veranderen als bron en ontvanger ten opzichte van elkaar bewegen.	<input type="radio"/>
uit een u,t -diagram bepalen hoe groot de (gereduceerde) fase op een bepaald tijdstip en het faseverschil tussen twee tijdstippen zijn.	<input type="radio"/>

Figuur 6

Vaardigheden

In het hoofdstuk Vaardigheden ga je aan de slag met onderwerpen als rekenen, onderzoeken, modelleren en ontwerpen. Deze vaardigheden moet je vaak in meerdere hoofdstukken toepassen.

Antwoorden op rekenvragen

Achterin dit boek vind je de eindantwoorden op de rekenvragen (figuur 7). Je kunt daarmee controleren of je een vraag goed hebt beantwoord. Daarnaast kun je je docent vragen om een uitgebreidere uitwerking van alle opgaven.

7.6 Afsluiting**HOOFDSTUKVRAAG EN SAMENVATTING**

77 De hoofdstukvraag is: Wat heeft geluid te maken met trillingen en golven? En hoe werkt een muziekinstrument? Geef een uitgebreid en compleet antwoord op deze vraag.

Figuur 5

Antwoorden op rekenvragen

Hoofdstuk 7	
1	a 20,4 m
13	b 45,5 ms
15	b 60 bpm; 120 bpm c 0,71 s
16	b 1,6 Hz d 30 g

Figuur 7

7 Muziek-instrumenten

Trillingen en golven

7.1	Introductie	7
7.2	Geluid, trillingen en zuivere tonen	10
7.3	Lopende golven	22
7.4	Staande golven	34
7.5	Verdieping	45
7.7	Afsluiting	50
	Leerdoelen en begrippen	54



Muziekinstrumenten

7.1 Introductie

Geluid maak je door te praten, te zingen of een instrument te bespelen. Honden blaffen, poezen spinnen en vogels fluiten. Allemaal geluidsbronnen. Geluid hoor je met je oren en je brein. Je kunt geluid ook opslaan door het op te nemen met een microfoon en een recorder. Maar wat is nu eigenlijk geluid? Hoe ontstaat het? Hoe komt het dat elk muziekinstrument zijn eigen geluid produceert? Deze vragen staan centraal in dit hoofdstuk.



Start

Maak de vragen bij Start.



Figuur 1 Muziek maak je met allerlei instrumenten, elk met een eigen geluid.

HOOFDSTUKVRAAG

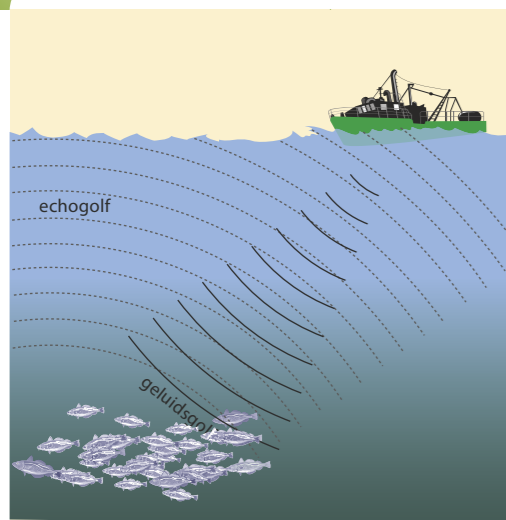
Wat heeft geluid te maken met trillingen en golven? En hoe werkt een muziekinstrument?

Elke geluidsbron bevat een trillend onderdeel. Bijvoorbeeld een snaar in een gitaar, een luidsprekerconus in een luidspreker en stembanden in de menselijke stem. Een ontvanger van geluid, zoals je oor of een microfoon, vangt uiteindelijk iets van die trillingen op. Van bron naar ontvanger wordt geluid doorgegeven als trillingen van de lucht. Geluid bestaat dus uit snelle veranderingen van luchtdruk, die ontstaan bij de geluidsbron en met de geluidssnelheid worden doorgegeven: geluidsgolven.

In dit hoofdstuk staan de volgende vragen centraal:

- ★ Wat is geluid en wat is een trilling? Wanneer is een toon een zuivere toon? (paragraaf 7.2)
- ★ Wat zijn lopende golven en welke eigenschappen hebben ze? (paragraaf 7.3)
- ★ Wat zijn staande golven en welke eigenschappen hebben ze? (paragraaf 7.4)

Experiment 1: Geluidsbronnen trillen



Figuur 2 Echolocatie met sonar

INLEIDING

Geluidssnelheid en echo

Geluid plant zich door de lucht voort met een constante snelheid, de **geluidssnelheid**. De deeltjes van de lucht, de moleculen, geven de trillingen door botsingen aan elkaar door. Als je de geluidssnelheid kent, kun je met de **echo** van een geluidssignaal de afstand bepalen tussen de bron en het reflecterende voorwerp. Zo kun je bijvoorbeeld de diepte van een waterput schatten, door het tijdsverschil te meten tussen een schreeuw en de echo ervan. Vleermuizen zijn blind, maar gebruiken echo om te 'zien' en hun prooi te lokaliseren.

Ook in water kan geluid zich voortplanten. Dan geven de watermoleculen de trillingen door. Zo kunnen vissers op zee met hun sonarapparatuur de vis opsporen. En met echoscopie (zie hoofdstuk 5) wordt bij zwangere vrouwen de groei van de vrucht gecontroleerd om eventuele afwijkingen al in een vroeg stadium vast te kunnen stellen.

De geluidssnelheid is ongeveer 340 m/s in lucht en ongeveer 1,5 km/s in water. Hoe sterker de moleculen van een stof aan elkaar gebonden zijn, des te sneller geven de deeltjes de trillingen aan elkaar door en des te groter is de snelheid van het geluid in die stof. In diamant bijvoorbeeld is de geluidssnelheid (12 km/s) daardoor veel groter dan in rubber (50 m/s).

Hard en zacht, hoog en laag

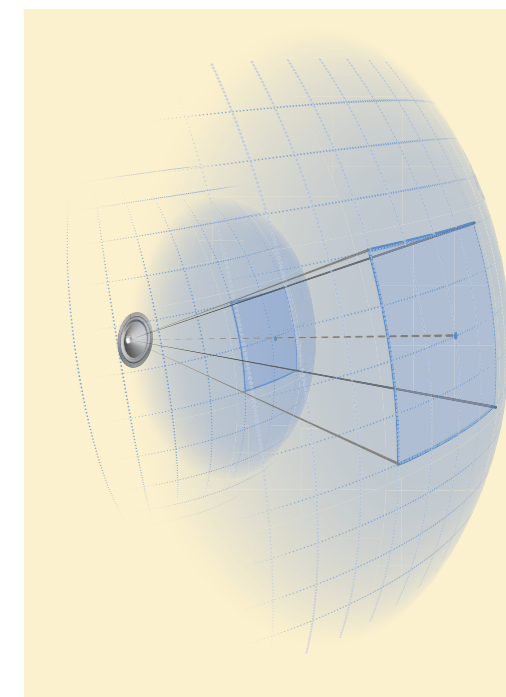
Het geluid van een stemvork of een andere geluidsbron kan hard of zacht, en hoog of laag klinken. Met andere woorden: de geluidsterkte en de **toonhoogte** van een geluid kunnen verschillen. De toonhoogte hangt af van het tempo waarin de geluidsbron trilt. De toonhoogte wordt bepaald door de **frequentie** f , het aantal trillingen per seconde. Hoe meer trillingen per seconde, hoe hoger de toon.

Een eenmaal aangeslagen stemvork of snaar gaat steeds zachter klinken, maar de toonhoogte blijft gelijk. De geluidsbron trilt nog steeds met evenveel trillingen per seconde, maar de maximale **uitwijking** van de trillingen wordt steeds kleiner. De geluidsterkte hangt dus af van de maximale uitwijking, de **amplitude**, van de trillingen. De geluidsterkte die je hoort, neemt ook af met de afstand van je oor tot de geluidsbron.

- 1 Beantwoord de volgende vragen.
 - a In een echopot hoor je de echo 120 ms nadat je een gil geslaakt hebt. Bereken hoe diep de put is.
 - b Leg uit dat de computer bij echoscopie rekent met een geluidssnelheid van 1,5 km/s. In rubber is de geluidssnelheid maar 50 m/s.
 - c Leg uit waardoor de geluidssnelheid in rubber kleiner is dan in metalen.

- 2 Bij sonar worden ultrasone geluidsgolven gebruikt, deze kunnen mensen niet horen.
 - a Komt het door de geluidsterkte of door de toonhoogte dat je ultrasoon geluid niet kunt horen? Een school vissen kan met sonar worden gelokaliseerd.
 - b Beschrijf hoe met echolocatie de afstand van de boot tot de school vissen wordt bepaald.

- 3 Met muziekinstrumenten kun je allerlei tonen produceren: hard of zacht en hoog of laag.
 - a Beschrijf het verschil tussen een hoge toon en een lage toon.
 - b Beschrijf het verschil tussen een harde toon en een zachte toon.
- 4 Het geluid dat je waarneemt is zwakker naarmate je verder van de bron staat.
 - a Leg uit hoe het komt dat het geluid dan zwakker is.
 - b Leg met behulp van figuur 3 uit dat de geluidsterkte in de open lucht omgekeerd evenredig is met het kwadraat van de afstand tot de bron.
 - c Leg uit waardoor het geluid in een bos veel sneller afneemt dan in open terrein.



Figuur 3 Geluid verspreidt zich als een steeds groter wordende bol in alle richtingen.

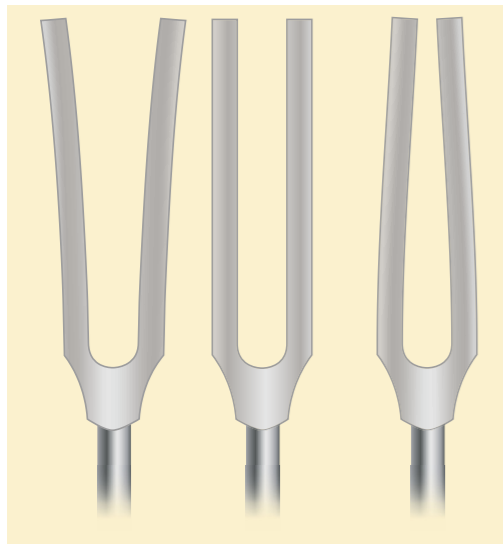
7.2 Geluid, trillingen en zuivere tonen

Experiment 2: Geluid 'bekijken' en vergelijken

Experiment 3: Resonantie met twee gelijke stemvorken



Figuur 4 Een stemvork aanslaan



Figuur 5 Momentopnamen van een trillende stemvork (overdreven weergegeven). De middelste tekening is de evenwichtsstand.

ONTDEKKEN

Alles wat geluid maakt, noem je een geluidsbron. Bijvoorbeeld het verkeer, een muziekinstrument of je mobieltje. Muzikanten gebruiken vaak een stemvork om hun instrument te stemmen. Toch klinkt een muziekinstrument heel anders dan een stemvork. Verschillende muziekinstrumenten hebben ieder hun eigen klank of klankkleur, ook al geven ze dezelfde toon. Het geluid van een trillende stemvork noemen we een zuivere toon, maar wat is dat eigenlijk? En wat is dan 'een eigen klank'?

PARAGRAAFVRAAG

Wat is geluid en wat is een trilling? Wanneer is een toon een zuivere toon?

BEGRIJPEN

Geluidsbron

Een *stemvork* blijft een tijdje geluid geven nadat je hem hebt aangeslagen (zie figuur 4). De benen bewegen dan naar elkaar toe en van elkaar af, zoals weergegeven in figuur 5. Daardoor wordt de lucht afwisselend naar opzij weggeduwd en ook weer terug 'gezogen'. Deze trillingen van de lucht worden met de snelheid van het geluid doorgegeven naar je oor of een microfoon. De toonhoogte van het geluid wordt bepaald door de frequentie f , met de eenheid *hertz* (Hz). Vaak staat dit ook in de stemvork gegraveerd, bijvoorbeeld 440 Hz voor de noot a^1 (zie figuur 4).

Van een stemvork die je in je hand houdt, klinkt het geluid heel zacht. Een stemvork op een *klankkast* klinkt veel luider. Dan laat de stemvork ook het hout van de klankkast trillen en dat zorgt ervoor dat de lucht in de klankkast mee gaat doen. De meeste snaarinstrumenten hebben een klankkast onder of achter de snaren, anders zou het geluid te zacht zijn.

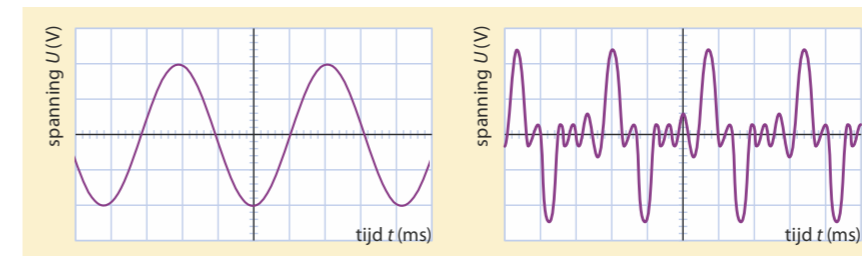
Resonantie

Zet twee identieke stemvorken met klankkasten tegenover elkaar, sla één ervan aan en stop hem vervolgens met je hand. Je hoort dan de andere stemvork nog geluid geven. De andere stemvork is dus (via de lucht) mee gaan trillen, zonder dat je hem hebt aangeslagen. Het meetrillen met een andere bron heet *resonantie*. Er treedt geen resonantie op, als de frequenties van de twee stemvorken niet precies gelijk zijn.

Geluid in beeld

Het geluid dat een muziekinstrument maakt, kun je 'zichtbaar' maken met behulp van een *microfoon* en een oscilloscoop of een computer. Zie figuur 6 en 7. De registratie van een trilling heet een *oscillogram*. Het is eigenlijk een *u,t-diagram* van de microfoon, omdat het op elk tijdstip t de uitwijking u van het membraan in de microfoon weergeeft.

Bij beide oscillogrammen in figuur 7 zie je dat het patroon zich telkens herhaalt. De patronen verschillen wel. Het oscillogram van een stemvork is een sinuslijn met voor elke trilling één vaste tijdsduur, de *periode* of *trillingstijd* (T). Zo'n toon heet een *zuivere toon*. De maximale verticale uitwijking, de *amplitude* (op het scherm in volt), is een maat voor de geluidssterkte. Bij een gitaarsnaar is het patroon ingewikkelder, het is een samenstelling van trillingen met verschillende perioden. De gitaarsnaar brengt meerdere geluidsfrequenties tegelijk voort. Een toon is dan een *samengestelde trilling*. Zie figuur 7, rechts. Het is de kunst van bijvoorbeeld de vioolbouwer om de kast van de viool zo te maken dat er een goede mix van frequenties ontstaat en daarmee een mooie klank. De toonhoogte van een samengestelde trilling wordt bepaald door de frequentie van de laagste toon die erin voorkomt, de *grondtoon*.



Figuur 7 Oscillogrammen van een stemvorktoon (links) en van een toon van een gitaarsnaar (rechts)

Cardiogram

Het hart pompt het bloed in je lichaam rond. De frequentie waarmee dat gebeurt, je hartslag, is afhankelijk van de inspanning die je pleegt. Het is belangrijk dat de spieren in de verschillende onderdelen van het hart in de juiste volgorde samentrekken en ontspannen. In een *cardiogram* kan de arts de elektrische activiteit van de hartspier aflezen.

Harmonische trilling

Het trillen van de benen van een stemvork, van de lucht in een klankkast, van het trommelvlies in je oor of van het membraan in een microfoon, het zijn allemaal periodieke bewegingen om een evenwichtsstand, de positie in rust zonder trilling.

Een geluidsbron die een zuivere toon geeft, voert een *harmonische trilling* uit. Dat is een trilling met één frequentie en een sinuslijn als oscillogram. Een zuivere toon kun je ook maken met een *toongenerator* en een *luidspreker*. Met de opstelling van figuur 9 kun je horen en zien dat de toonhoogte toeneemt als de periode afneemt. En dat de geluidssterkte toeneemt als de amplitude toeneemt.



Figuur 6 Een oscillogram maken van een stemvork op een klankkast



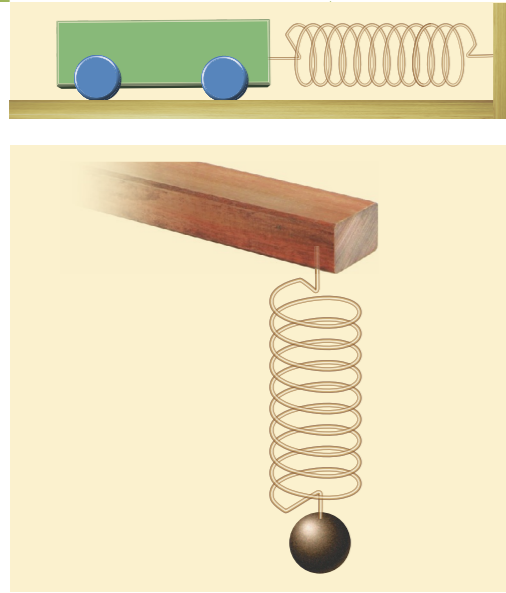
Figuur 8 Cardiogram

PACEMAKER

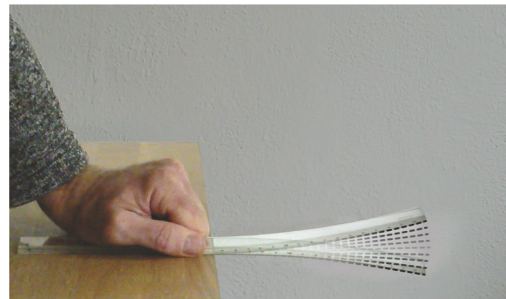
Bij sommige hartpatiënten wordt het hart 'elektrisch geholpen' met een *pacemaker*. In een pacemaker zit een chip die de amplitudes en de tijden van elk onderdeel van de hartslag meet. Zo nodig geeft de pacemaker via elektrodes in het hart elektrische prikkels af op de juiste plaatsen, met de juiste frequentie, op de juiste momenten en met de juiste amplitude.



Figuur 9 Een toongenerator levert harmonische elektrische trillingen die een luidspreker kunnen laten trillen.



Figuur 10 Een karretje aan een veer en een kogel aan een veer zijn massa-veersystemen.



Figuur 11 Dit zijn ook massa-veersystemen.

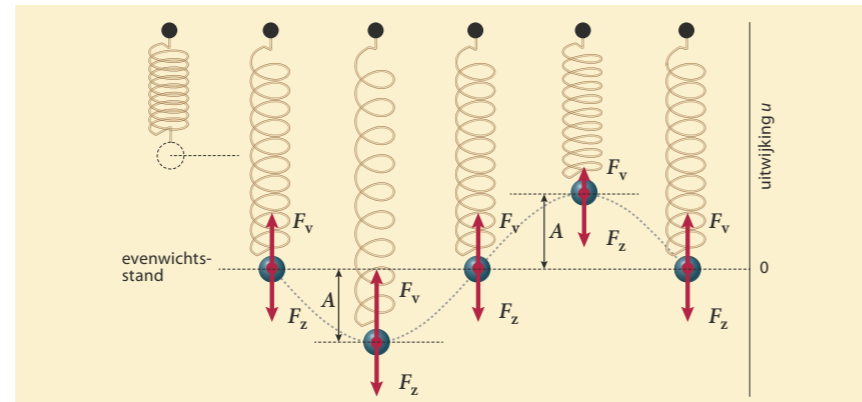
Toonhoogte van een muziekinstrument

Op een blaasinstrument speel je de verschillende noten door de resonerende luchtkolom korter of langer te maken. Bij een trombone doe je dat letterlijk en bij andere blaasinstrumenten door openingen af te dichten met kleppen of vingers. Hoe korter de meetrillende luchtkolom, hoe kleiner de massa en hoe hoger de toon.

Op veel snaarinstrumenten speel je de verschillende noten door de snaar meer of minder in te korten, bijvoorbeeld door er met een vinger op te drukken. Hoe korter het trillende deel van de snaar, hoe kleiner de massa en hoe hoger de toon. Bij het stemmen van een snaarinstrument verander je de toonhoogte door de snaar meer of minder strak te spannen. Hoe groter de *spankracht*, des te hoger is de frequentie waarmee hij trilt en dus de toon. Een snaarinstrument, zoals een gitaar of viool, heeft dikke en dunne snaren. Dikke snaren zijn zwaarder dan dunne, waardoor ze minder snel trillen en dus lagere tonen geven. De dikte, de lengte en de dichtheid van het trillende deel van de snaar bepalen samen de *massa*. De frequentie waarmee een snaar trilt als je hem opzij getrokken hebt en losgelaten, hangt dus af van de massa en de spanning en heet de *eigenfrequentie* van de snaar.

Je kunt dit beter begrijpen als je kijkt naar een *massa-veersysteem* zoals in figuur 10 en 11. De massa voert een harmonische trilling uit als je hem opzij of naar beneden trekt en dan loslaat. Het u, t -diagram is een sinuslijn.

Als de kogel in figuur 12 stil blijft hangen, zijn de veerkracht en de zwaartekracht in evenwicht. Dit is de evenwichtsstand. Als je de kogel een eindje naar beneden trekt (of optilt) en dan loslaat, gaat hij op-en-neer trillen. Dat noemen we de *eigen trilling* van het massa-veersysteem.



Figuur 12 De massa van een massa-veersysteem wordt voortdurend naar de evenwichtsstand toe getrokken. De massa beweegt daardoor met maximale snelheid door de evenwichtsstand.

Een grotere massa is moeilijker op gang te brengen en ook moeilijker af te remmen, de frequentie is dan lager. Een stuggere veer zorgt op elk moment voor een grotere versnelling en een grotere vertraging en daardoor voor een hogere frequentie. Op dezelfde manier wordt de frequentie van een trillende snaar bepaald door de grootte van de spankracht en door de massa van de snaar.

De periode van de trilling van een massa-veersysteem verandert niet als de amplitude verandert. Dat komt doordat de veerkracht evenredig is met de uitwijking uit de evenwichtsstand. Een kleinere amplitude betekent dus ook een kleinere nettokracht op elk moment. Daardoor duurt een hele periode even lang, onafhankelijk van de amplitude.

- ★ De toonhoogte wordt bepaald door de frequentie, het aantal trillingen per seconde, van de geluidsbron.
- ★ De geluidsterkte wordt bepaald door de amplitude, de maximale uitwijking van de trillingen die in de lucht worden doorgegeven.
- ★ Een klankkast versterkt het geluid, doordat de lucht in de klankkast mee gaat trillen. Het meetrillen van de klankkast heet resonantie.
- ★ Een stemvork of snaar kan een andere stemvork of snaar laten resoneren, als die dezelfde eigenfrequentie heeft.
- ★ Een oscillogram is een u, t -diagram. In een oscillogram kun je de periode aflezen en de geluidsterkte 'zien' veranderen.
- ★ Een zuivere toon heeft slechts één frequentie en het oscillogram is een sinuslijn. Bij een zuivere toon trilt de bron harmonisch, het u, t -diagram is een sinusfunctie.
- ★ Een samengestelde toon heeft verschillende frequenties door elkaar heen. De laagste frequentie, de grondtoon, is de toonhoogte.
- ★ De frequentie van een massa-veersysteem wordt bepaald door de trillende massa en door de stugheid van de veer die de massa laat trillen.

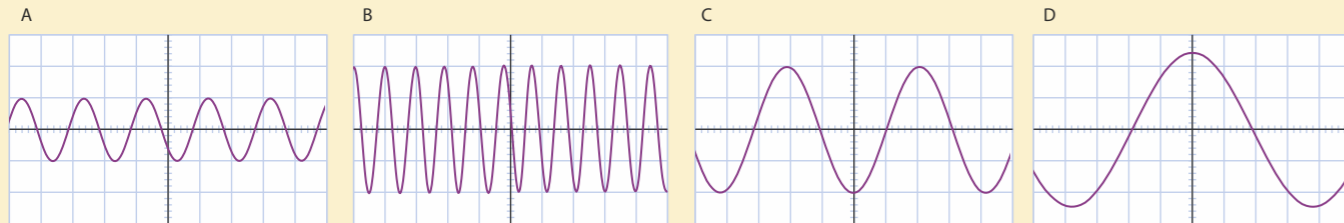
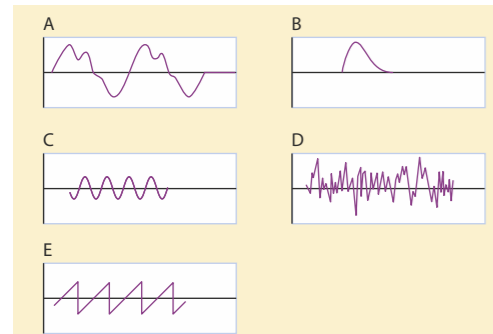
- 5** Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.
- a Bij een stemvork trilt alleen de lucht in de klankkast, de klankkast zelf trilt niet.
 - b De amplitude van de trilling is de afstand tussen de twee uiterste standen.
 - c Een zuivere toon heeft slechts één frequentie.
 - d De toonhoogte van een snaar kun je alleen veranderen door de snaarspanning te veranderen.
 - e Resonantie betekent dat een systeem meetrilt met een trilling waarvan de frequentie gelijk is aan de eigenfrequentie van het systeem.
 - f Aan een oscillogram kun je zien of een trilling harmonisch is.
 - g In een u, t -diagram kun je de frequentie aflezen.
 - h Zuivere tonen kun je maken met een muziekinstrument.

- 6** Een gitaar heeft zes kunststof snaren die allemaal even lang zijn, maar niet allemaal even dik. Als je de snaren één voor één tokkelt, hoor je verschillende tonen.
- a Leg uit of de dikste snaar bij de laagste toon hoort of bij de hoogste.
 - b Hoe verander je de toonhoogte van een snaar bij het stemmen?
 - c Hoe verander je de toonhoogte van een snaar bij het bespelen van een gitaar?



Figuur 13 Een vuvuzela

- 7 Bij blaasinstrumenten zoals een fluit, een vuvuzela en een trombone wordt de lucht in het instrument in trilling gebracht door te blazen.
- Wordt de toon van een trombone hoger of lager als het instrument wordt uitgeschoven?
 - Leg uit waardoor de toon van een blokfluit lager wordt als je meer openingen afsluit.
 - Leg uit waardoor je met een vuvuzela maar één toon kunt maken (zie figuur 13).
- 8 In figuur 14 zie je de u, t -diagrammen van vier verschillende geluidstrillingen. De schaalverdeling langs de assen (horizontaal de tijd, verticaal de uitwijking van de trilling) is steeds hetzelfde.
- Leg uit hoe je kunt zien dat het allemaal zuivere tonen zijn.
 - Welke van de trillingen heeft de grootste amplitude? Welke de kleinste?
 - Welke van de trillingen heeft de grootste frequentie? Welke de kleinste?

Figuur 14 Vier u, t -diagrammen

Figuur 15 Vijf oscillogrammen



Figuur 16 Twee verschillende stemvorken

- 9 In figuur 15 zie je de oscillogrammen van vijf verschillende geluidsbronnen.
- Leg uit welke van deze vijf oscillogrammen een harmonische trilling voorstelt.
 - Bij welk oscillogram hoor je geen toon, maar ruis?
 - Hoeveel periodes zie je in oscillogram A?
- 10 De toonhoogte van een stemvork kun je aanpassen door een gewichtje aan één van de benen vast te maken.
- Leg uit waardoor de toon dan lager wordt. Op de foto van figuur 16 zie je twee metalen stemvorken. De onderste stemvork produceert een hogere toon, terwijl de massa van de benen groter is dan bij de bovenste stemvork.
 - Leg uit hoe dat kan.
- 11 De trillingstijd van een trillend voorwerp hangt af van de massa en van de veerkracht die de trilling veroorzaakt.
- Is de periode groter of kleiner als de massa groter is?
 - Is de periode groter of kleiner als de veerkracht groter is?
 - Leg uit dat de periode gelijk blijft als zowel de veerconstante als de massa drie keer zo groot zijn.

BEHEERSEN

Periode aflezen

In een oscillogram kun je de **periode** (of **trillingstijd**) T aflezen op de tijdas. Bij een harmonische trilling gaat het om de duur van één enkele complete sinus. In figuur 17a zie je dat één trillingstijd 4,0 hokjes duurt, dus $T = 4,0 \times 0,50 = 2,0$ ms. Vaak is het nauwkeuriger om de tijd af te lezen van meerdere hele trillingen en dan te delen door het aantal periodes. In figuur 17a vind je dan met drie hele trillingen: $T = \frac{12 \times 0,50}{3} = 2,0$ ms. De periode van een samengestelde trilling is de tijdsduur van één periode van het zich herhalende patroon. In figuur 17b is de trillingstijd: $T = \frac{6 \times 1,0}{3} = 2,0$ ms.

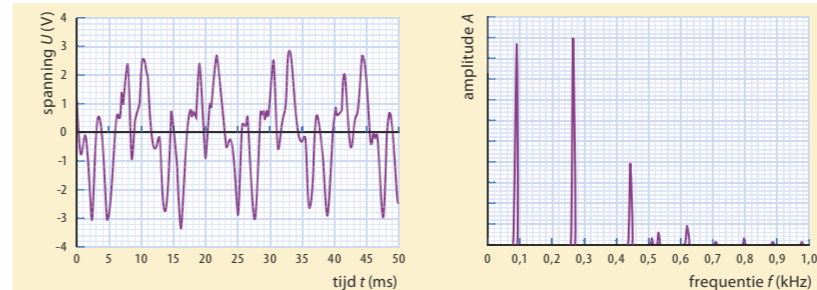
Frequentie en periode

Uit de periode kun je de frequentie berekenen. In figuur 17a is de periode T gelijk aan $2,0$ ms = $0,0020$ s. Dan passen er dus 500 hele trillingen in 1 s en is de frequentie 500 Hz. Voor het verband tussen de periode en de frequentie geldt:

$$f = \frac{1}{T}$$

Hierin is f de frequentie (in hertz, Hz) en T de periode of trillingstijd (in s).

Een samengestelde toon heeft meerdere frequenties. Je kunt die frequenties door de computer laten bepalen met een programma, zoals *Signaalanalyse* van Coach.



Figuur 18 Oscillogram en frequentiespectrum van een toon van een muziekinstrument

Massa-veersysteem

Voor de periode van een massa-veersysteem geldt:

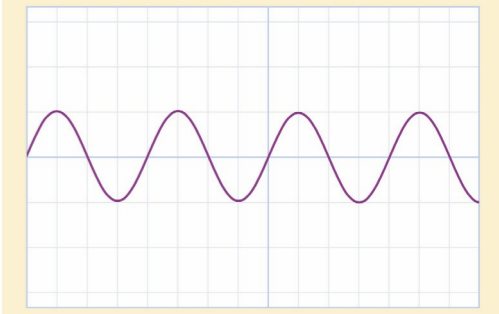
$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{C}}$$

Hierin is T de periode (in s), m de massa (in kg) en C de veerconstante (in N/m).

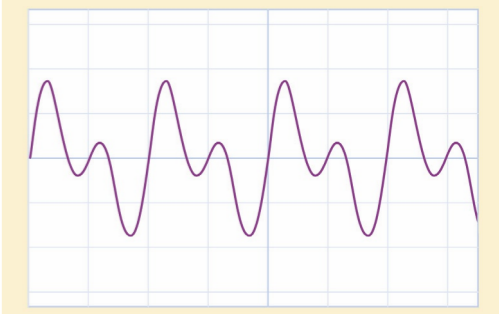
De veerconstante C geeft de 'sterkte' of 'stugheid' van de veer aan volgens:

$$\vec{F}_v = -C \cdot \vec{u}$$

Hierin is F_v de grootte van de veerkracht (in N), C de veerconstante (in N/m) en u de uitwijking uit de evenwichtsstand (in m). Het minteken geeft aan dat de kracht en de uitwijking altijd tegengesteld gericht zijn.



Figuur 17a Oscillogram met tijdschaal 0,50 ms/hokje



Figuur 17b Oscillogram met tijdschaal 1,0 ms/hokje

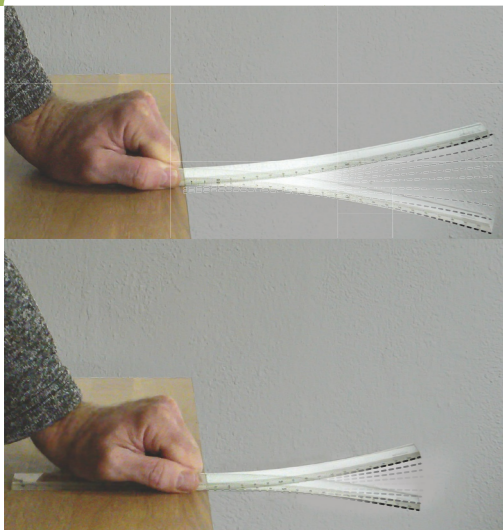
VOORBEELDOPGAVE 1

Onbelast is een veer 25 cm lang. Er wordt een kogel aangehangen van 400 g, waardoor de veer uitrekt tot 30 cm. Vervolgens wordt de kogel 2,5 cm naar beneden getrokken en losgelaten.

Vraag: Bereken de frequentie waarmee de kogel op en neer trilt.

Antwoord: De frequentie f bereken je uit de trillingstijd T . In de formule voor T bij een veer heb je de massa nodig (is bekend) en de veerconstante $C = \frac{F_v}{u}$. De kogel weegt $0,400 \times 9,81 = 3,92$ N en de veer is in de evenwichtstand 5,0 cm uitgerekt. De veerconstante is dus $C = \frac{F_v}{u} = \frac{3,92}{0,050} = 78,5$ N/m. De periode van de trilling is dan $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{0,400}{78,5}} = 0,449$ s en de frequentie $f = \frac{1}{0,449} = 2,2$ Hz.

Experiment 4: Trillende liniaal



Figuur 19 Bij een kortere linaal is de massa kleiner en de veerconstante groter.

TRILLENDE LINIAAL EN TRILLENDE SNAAR

De eigenfrequentie van een linaal kun je veranderen door het trillende deel korter of langer te maken. Zie figuur 19. Je verandert dan niet alleen de trillende massa, maar ook de veerconstante. Een korter stukje linaal is moeilijker te buigen en heeft daardoor een grotere veerconstante. Bij een kortere linaal is dus de trillende massa kleiner en de veerconstante groter. Daardoor wordt de periode kleiner. Iets dergelijks gebeurt ook op een gitaar. Zie figuur 20. Wanneer je met je vinger de snaar bijvoorbeeld halverwege vastklemt, wordt de trillende massa twee keer zo klein. Bovendien wordt de veerconstante groter. Uit de formule voor de periode volgt dan dat de periode T kleiner en dus de frequentie hoger wordt.

W1 Projectie cirkelbeweging is harmonisch



Figuur 20 Gitaarsnaren kort je in met een vinger.

Uitwijking en snelheid

Het oscillogram van een harmonische trilling, zoals een trillend massa-veersysteem, is een sinuslijn. De uitwijking is een sinusfunctie van de tijd met als formule:

$$u(t) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

Hierin is u de uitwijking uit de evenwichtsstand (in m), A de amplitude (in m), t de tijd (in s) en T de trillingstijd (in s). *Let op:* Bij het berekenen van de sinus moet de rekenmachine op radialen zijn ingesteld en niet op graden!

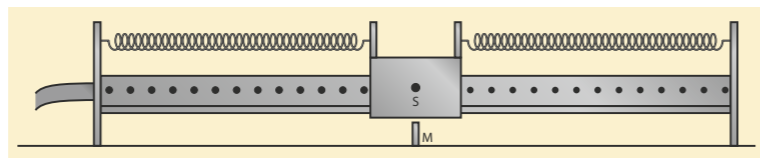
In hoofdstuk 4 heb je gezien dat de snelheid v op een bepaald moment de steilheid is van de grafiek in het x,t -diagram. De snelheid als functie van de tijd $v(t)$ is dus de afgeleide functie van de plaatsfunctie $x(t)$, kortweg geschreven als $v(t) = x'(t)$.

Dat geldt net zo voor de uitwijking en de snelheid van een trillend voorwerp. Voor de snelheid van een harmonisch trillend systeem geldt dus: $v(t) = \frac{2\pi \cdot A}{T} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$.

De snelheid van een harmonisch trillend systeem is maximaal bij het passeren van de evenwichtsstand. Voor de maximale snelheid geldt:

$$v_{\max} = \frac{2\pi \cdot A}{T}$$

Hierin is v_{\max} de grootte van de snelheid door de evenwichtsstand (in m/s), A de amplitude (in m) en T de trillingstijd (in s).



Figuur 21 Bij een luchtkussenbaan wordt via een slang lucht geblazen door de kleine gaatjes. Daardoor kan het wagentje tussen twee veren trillen zonder schuifwrijving.

VOORBEELDOPGAVE 2

Op een *luchtkussenbaan* glijdt een wagentje zonder wrijving heen en weer tussen twee gespannen veren. Zie figuur 21 op de linkerpagina. In rust bevindt de stip S op het wagentje zich precies boven het midden M van de baan. Met videometing is de positie en de snelheid van het wagentje vastgelegd, nadat het eerder een eindje naar links was getrokken en losgelaten.

Op $t = 0$ is de stip de eerste keer het punt M gepasseerd naar rechts met een snelheid van 0,58 m/s.

Op $t = 2,10$ s komt het wagentje voor de tweede keer langs M , nu naar links.

Vraag 1: Bereken de amplitude van de trilling van het wagentje op de baan.

Antwoord 1: Gebruik daarvoor de formule van v_{\max} ; daarbij heb je de periode T nodig. Een halve periode duurt $2,10 - 0 = 2,10$ s, dus $T = 4,20$ s. De snelheid van 0,58 m/s heeft het wagentje als het door de evenwichtsstand gaat en dat is dus ook v_{\max} . Uit $v_{\max} = \frac{2\pi \cdot A}{T}$ volgt $A = \frac{v_{\max} \cdot T}{2\pi} = \frac{0,58 \times 4,2}{2\pi} = 0,39$ m.

Vraag 2: Bereken waar (de stip op) het wagentje zich bevindt op $t = 4,85$ s.

Antwoord 2: De uitwijking van het karretje kan berekend worden met $u(t) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$.

Omdat het het karretje op $t = 0$ door de evenwichtsstand gaat in positieve richting. Ingevuld wordt dat: $u(4,85) = 0,39 \times \sin\left(\frac{2\pi}{4,2} \cdot 4,85\right) = 0,32$ m.

Bij de berekening is de rekenmachine op radialen gezet.

Een model voor een harmonische trilling

In hoofdstuk 6 heb je geleerd hoe je een dynamisch model kunt maken en hoe je er een beweging mee kunt simuleren. De basis voor een bewegingsmodel bestaat steeds uit dezelfde rekenregels die de relaties tussen de nettokracht, de versnelling, de snelheid en de verplaatsing weergeven. Zie figuur 22.

verband	formules	rekenregels Coach
nettokracht geeft een versnelling	$F_{\text{res}} = m \cdot a$	$a = \frac{F_{\text{res}}}{m}$
versnelling verandert de snelheid	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	$v = v + a \cdot dt$
snelheid verandert de positie	$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$	$x = x + v \cdot dt$

Figuur 22 Rekenregels in een model voor bewegingen

Bij elke trilling is er een kracht die naar de evenwichtsstand is gericht. Maar een trilling is alleen harmonisch als die terugdrijvende kracht evenredig is met de uitwijking uit de evenwichtsstand: $F = -C \cdot u$. Dit geldt op elk moment en is de basisvergelijking voor het model van een harmonische trilling. Zie figuur 23 en 24.

Dat het u,t -diagram van een harmonische trilling theoretisch een sinusfunctie is, komt overeen met de eigenschap dat de tweede afgeleide van een sinusfunctie weer een sinusfunctie is met een minteken ervoor. Dat kun je als volgt inzien. De versnelling van een voorwerp is de afgeleide van de snelheid: $a(t) = v'(t)$, en de snelheid is weer de afgeleide van de positie: $v(t) = x'(t)$. De versnelling is dus de tweede afgeleide van de positie $a(t) = x''(t)$.

Bij een harmonische trilling is F evenredig met u ($F = m \cdot a = -C \cdot u$), waardoor geldt:

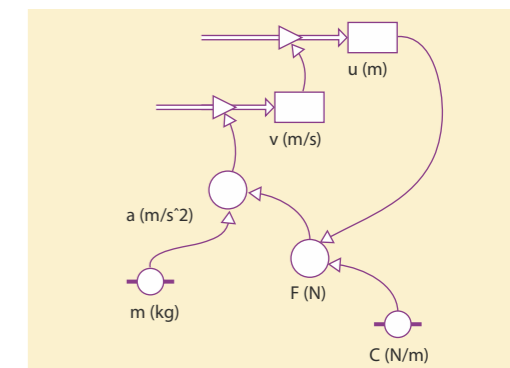
$$a(t) = u''(t) = -\frac{C}{m} \cdot u(t)$$

Coach

model voor harmonische trilling

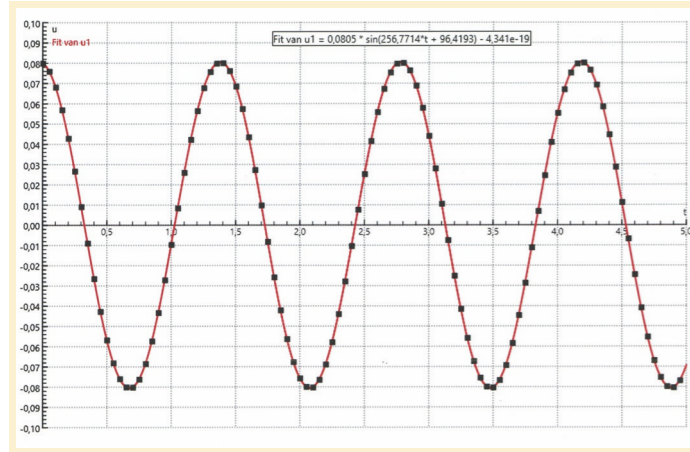
rekenregels	startwaarden
1 $F = -C \cdot u$	$m = \dots$
2 $a = \frac{F}{m}$	$C = \dots$
3 $v = v + a \cdot dt$	$u = \dots$
4 $u = u + v \cdot dt$	$v = \dots$
5 $t = t + dt$	$t = \dots$

Figuur 23 Model van een harmonische trilling

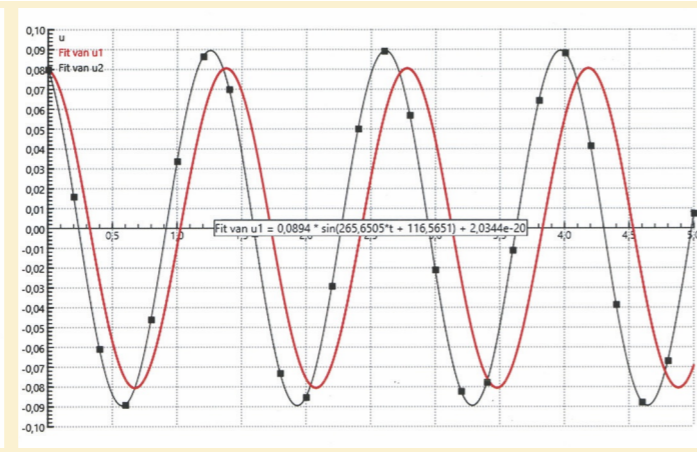


Figuur 24 Grafisch model voor een harmonische trilling

Strikt genomen rekent een numeriek model niet met de afgeleide, doordat de tijdstap niet oneindig klein genomen kan worden. Dat is dan ook een belangrijke grens aan de voorspelbaarheid van het numerieke model van bijvoorbeeld een harmonische trilling. Zie figuur 26.

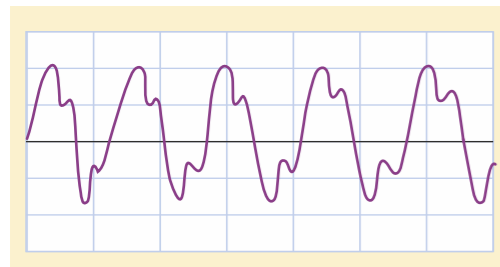


Figuur 25 Of de modelberekening (zwarte blokjes) een sinusfunctie oplevert, kun je met *Funcfit* testen (rode grafiek en formule).

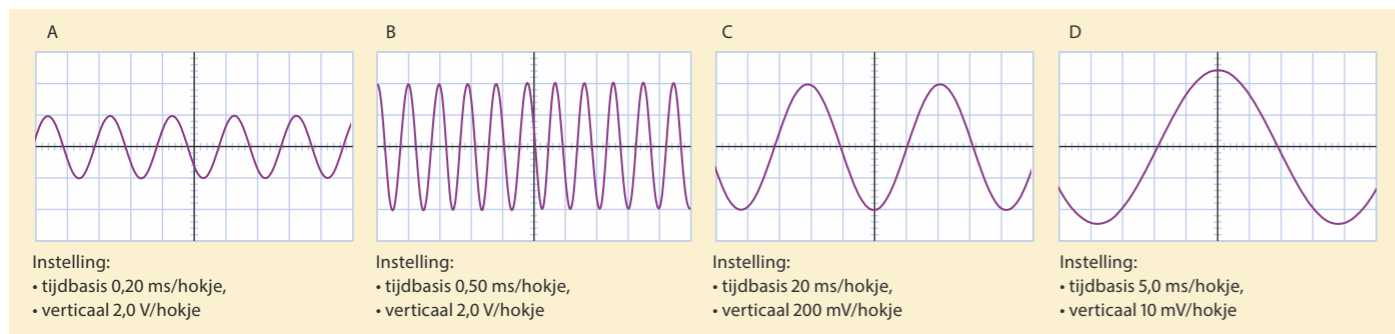


Figuur 26 Een te grote tijdstap levert steeds meer afwijking op. De rode grafiek is dezelfde als in figuur 25.

- 12** De paragraafvraag is: Wat is geluid en wat is een trilling? Wanneer is een toon een zuivere toon? Geef een zo goed mogelijk antwoord op deze vragen.
- 13** De a-snaar van een gitaar moet trillen met een frequentie van 110 Hz. De toon van die snaar wordt opgenomen (zie figuur 27). De schaalverdeling van de tijd is 10 ms/hokje.
- Leg uit of deze a-snaar een zuivere toon produceert.
 - Bereken bij $f = 110$ Hz de tijdsduur voor vijf trillingen.
 - Leg uit dat deze snaar te laag gestemd is.
 - Bepaal zo nauwkeurig mogelijk de frequentie waarmee de a-snaar trilt.
- 14** In figuur 28 zie je de u, t -diagrammen van vier verschillende trillingen. De instelling van de oscilloscoop staat bij elk diagram vermeld, in V/hokje en in ms/hokje.
- Bepaal bij trilling A de periode en de amplitude (in volt).
 - Laat zien of leg uit dat voor trilling B geldt: $u(t) = -4,0 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{0,00048} \cdot t\right)$.
 - Voor welke trilling geldt: $u(t) = 0,024 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{0,038} \cdot t\right)$? Leg uit.



Figuur 27 De toon van een a-snaar



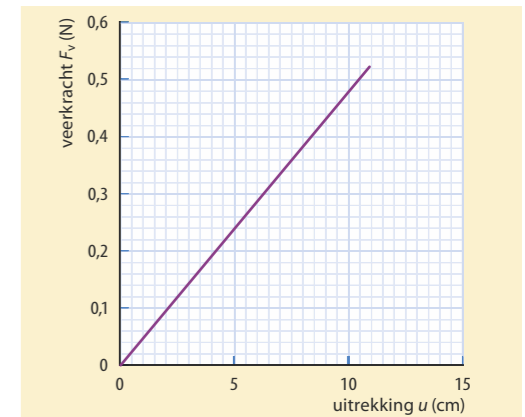
Figuur 28 Vier verschillende trillingen

- 15** In figuur 29 zie je een cardiogram. De hartslag (frequentie) wordt genoteerd in slagen (beats) per minuut (bpm).
- Neemt de hartslag in figuur 29 toe of af?
 - Bepaal de kleinste en de grootste waarde van de hartslag in figuur 29.
 - Bereken de periode bij een hartslag van 85 bpm.



Figuur 29 Cardiogram

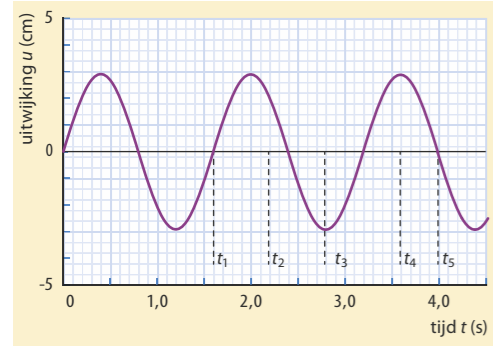
- 16** In het diagram van figuur 30 zie je het verband tussen de veerkracht F_v en de uitrekking u van een veer.
- Bepaal de veerconstante C van de veer. Aan deze veer wordt een massa van 50 g gehangen. Vervolgens laat men de massa op-en-neer trillen.
 - Bereken de frequentie waarmee dit massa-veersysteem trilt. Daarna past men de massa aan, zodat de frequentie 2,0 Hz wordt.
 - Leg uit of de massa daarvoor groter of kleiner is gemaakt.
 - Bereken bij welke massa de frequentie 2,0 Hz is.
- 17** Aan een spiraalveer hangt een aluminium blokje. Het blokje wordt in trilling gebracht. Geef in de volgende situaties aan hoe de frequentie waarmee het blokje trilt verandert.
- De beginuitwijking wordt groter gemaakt.
 - De veer wordt vervangen door een stuggere veer.
 - Het aluminium blokje wordt vervangen door een blokje van staal met dezelfde afmetingen.
- 18** Twee verschillende stemvorken hebben even dikke en brede benen, maar verschillen in lengte. Ze zijn van hetzelfde metaal gemaakt. Leg uit dat de eigenfrequentie van de stemvork met de langste benen kleiner is dan de eigenfrequentie van de andere stemvork.
- 19** Als een kind van 20 kg op een wipkip gaat zitten, wordt de veer 1,5 cm ingedrukt.
- Bereken de periode waarmee het kind op de wipkip op-en-neer wipt.
 - Leg uit dat de periode twee keer zo groot is als een man van 80 kg op deze wipkip zit te wippen. De wipkip is gemaakt om naar voren en naar achteren te bewegen. Bij een kind van 40 kg duurt een beweging van de achterste naar de voorste positie 1,1 s.
 - Bereken de veerconstante bij deze beweging.



Figuur 30 Verband tussen veerkracht en uitrekking

- 20** Een gitaarsnaar met een massa van 30 g trilt met een frequentie van 330 Hz. Zo'n trillende snaar is een massa-veersysteem.
- Laat met een berekening zien dat de veerconstante van de snaar $1,3 \cdot 10^5$ N/m is.
- Als de snaar halverwege wordt ingeklemd wordt de massa twee keer zo klein en de veerconstante twee keer zo groot.
- Laat met een berekening zien dat de frequentie dan verdubbelt (precies een octaaf hoger).

- 21** Met behulp van videometen wordt de beweging van een massa-veersysteem vastgelegd. Een functiefit geeft als resultaat: $u(t) = a \cdot \sin(b \cdot t + c)$ met $a = 2,0$, $b = 1,5$ en $c = 3,0$.
- Wat is de eenheid van b ? En van c ?
 - Hoe groot is de amplitude van deze trilling?
 - Bereken de trillingstijd van deze trilling.



- 22** In figuur 31 zie je het u,t -diagram van een voorwerp dat harmonisch trilt.
- Leg uit dat voor deze trilling geldt: $u(t) = 3,0 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{1,6} \cdot t\right)$.
 - Controleer dat de uitwijking nul is op t_1 en t_5 .
 - Bereken: $u(t_2)$ en $u(t_3)$.

De snelheid van het voorwerp is de afgeleide van de uitwijking: $v(t) = u'(t)$.

Dat geeft: $v(t) = 3,0 \cdot \frac{2\pi}{1,6} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{1,6} \cdot t\right)$.

- Controleer hiermee dat de snelheid nul is op t_3 en t_4 .

De snelheid is maximaal op $t_1 = 1,6$ s: $v(1,6) = 3,0 \cdot \frac{2\pi}{1,6} = 12$ cm/s.

- Ga na dat de steilheid van de grafiek op $t = 1,6$ s gelijk is aan 12 cm/s.

- 23** Voor de harmonische trilling in figuur 31 geldt: $u(t) = 3,0 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{1,6} \cdot t\right)$. De snelheid en versnelling kun je vinden met behulp van differentiëren.
- Laat zien dat voor deze trilling geldt: $a(t) = -3,0 \cdot \frac{4\pi^2}{1,6^2} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{1,6} \cdot t\right)$.
 - Leg uit dat voor elke harmonische trilling geldt: $a(t) = -\frac{4\pi^2}{T^2} \cdot u(t)$. Een harmonische trilling (een sinusfunctie van de tijd) ontstaat alleen als de terugdrijvende kracht evenredig is met de uitwijking u .
 - Leg uit dat bij een harmonische trilling geldt: $m \cdot a(t) = -C \cdot u(t)$.
 - Leg uit dat een sinusfunctie goed past bij deze vergelijking. Substitutie van $a(t)$ geeft: $m \cdot -\frac{4\pi^2}{T^2} \cdot u(t) = -C \cdot u(t)$.
 - Laat zien dat je dit kunt omschrijven tot: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$.

- 24** Toon aan dat in de formule $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{C}}$ de eenheden links en rechts van het =-teken gelijk zijn.

- 25** Een model voor bewegingen heeft meestal de twee volgende rekenregels:
- $v = v + a \cdot dt$
 - $x = x + v \cdot dt$
- Leg uit of laat zien dat deze rekenregels gelijk zijn aan $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ en $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. Voor een zeer kleine tijdstap benaderen deze rekenregels de afgeleide: $a(t) = v'(t)$ en $v(t) = x'(t)$.
 - Leg uit waarom een model voor bewegingen een model van de 2^{de} orde wordt genoemd.

Bij een vrije val is er geen luchtweerstand en is de versnelling dus constant, dus geldt: $a(t) = -9,81$.

- Laat zien dat bij een vrije val geldt: $v(t) = -9,81 \cdot t$ en $x(t) = -4,9 \cdot t^2$. Voor een bepaalde harmonische trilling geldt: $u(t) = 3,2 \cdot \sin(0,25 \cdot t)$.
- Stel een formule op voor de versnelling $a(t)$.

- 26** In figuur 32 zie je het resultaat van een rekenmodel voor een harmonische trilling. Het model bestaat uit de volgende rekenregels.

- $F_v = -C \cdot u$
- $a = \frac{F_v}{m}$
- $v = v + a \cdot dt$
- $u = u + v \cdot dt$
- $t = t + dt$

De trillende massa is 88 g.

- Bepaal met behulp van het diagram de waarde van de veerconstante C .

- Geef aan welke startwaarden voor u en v zijn gebruikt.

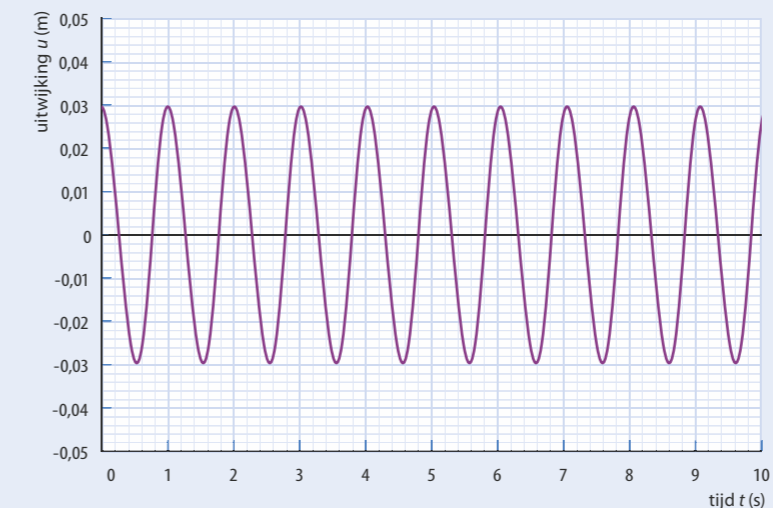
Dit model geldt voor een ongedempte trilling. In werkelijkheid is er sprake van luchtweerstand, waarvoor geldt: $F_{w,l} = k \cdot v^2$.

- Leg uit dat in deze formule nog geen rekening is gehouden met de richting van de snelheid (positief of negatief).

Als het model uitgebreid wordt met luchtweerstand, zijn de eerste regels van het nieuwe model:

- $F_v = -C \cdot u$
- Als $v > 0$ Dan $F_{w,l} = \dots$. Anders $F_{w,l} = \dots$. Eindals
- $F_{res} = F_v + F_{w,l}$
- $a = \frac{F_{res}}{m}$

- Vul regel 2 van het model aan, zodat er een gedempte trilling ontstaat.



Figuur 32 Rekenresultaat van het model van de ongedempte harmonische trilling

Experiment 5: Gedempte trilling

7.3 Lopende golven

ONTDEKKEN

Experiment 6: Golven in water en in een touw

Experiment 7: Geluidssnelheid meten

Experiment 8: Zwevingen van geluid bij twee stemvorken

Geluid wordt gemaakt door een trillende geluidsbron, bijvoorbeeld je stembanden. Als je praat of zingt gaat de lucht in je keel en je mond meetrillen, waardoor de lucht vóór je mond in trilling gebracht wordt. Na korte tijd gaat ook in het oor van iemand anders het trommelvlies meetrillen. Het geluid heeft zich verplaatst door de lucht, doordat de trillingen worden doorgegeven. Vanuit de bron hebben zich geluidsgolven uitgebreid. Maar wat is een geluidsgolf? Zijn er nog andere soorten golven? En wat voor eigenschappen hebben golven?

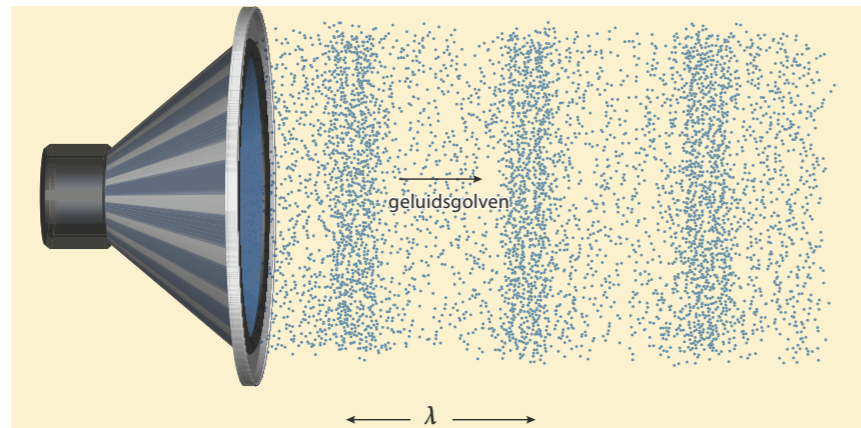
PARAGRAAFVRAAG

Wat zijn lopende golven en welke eigenschappen hebben ze?

BEGRIJPEN

Trilling wordt doorgegeven

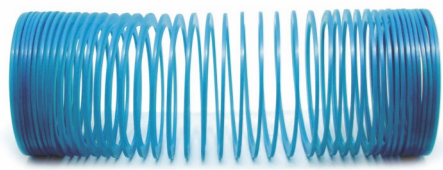
Bij een luidspreker trilt de conus naar voren en achteren. Daardoor wordt de lucht bij de conus afwisselend een beetje samengeperst (een verdichting) en weer teruggezogen (een verdunning). Deze verdichtingen en verdunningen worden als variërende luchtdruk doorgegeven. Er loopt dan een *geluidsgolf* door de lucht. Een geluidsgolf is dus een drukgolf. Zie figuur 33.



Figuur 33 Een lopende geluidsgolf

De snelheid waarmee deze trillingen worden doorgegeven is de *golfsnelheid*. De golfsnelheid van geluid, de *geluidssnelheid*, is in lucht ongeveer 340 m/s. De afstand die de golven in één periode afleggen is de *golflengte* λ (Griekse letter lambda). Het is dus de lengte van één complete golf, bijvoorbeeld de afstand tussen twee dichtstbijzijnde punten waar de uitwijking maximaal is. Of de afstand tussen twee verdichtingen bij een geluidsgolf (zie figuur 33).

Een geluidsgolf kun je nabootsen met een lange slinky (een speelgoedveer). Als je het uiteinde van een rechte slinky één keer in de richting van de veer naar voren, naar achteren en weer terug beweegt, zie je dat die trilling (de verdichting en verdunning) wordt doorgegeven. Er loopt een golf door de slinky. Elke hele trilling van de bron zorgt voor één golf.



Figuur 34 Een slinky

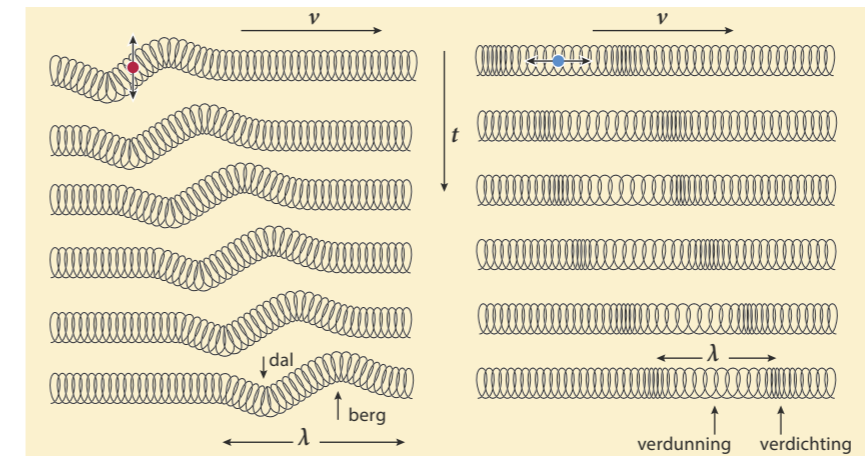
Transversale en longitudinale golven

Met een slinky kun je twee verschillende soorten golven maken. Door het uiteinde heen en weer te bewegen in de lengterichting van de veer krijg je drukgolven. Zo'n golf waarbij de trillingsrichting in dezelfde richting is als de voortplanting van de golf, is een *longitudinale golf*.

Je kunt het uiteinde van een slinky ook dwars heen en weer bewegen. Je krijgt dan een golf waarbij de windingen van de slinky heen en weer bewegen, dwars op de voortplantingsrichting van de golf. Zo'n golf is een *transversale golf*. Een voorbeeld van een transversale golf is een golf op een wateroppervlak.



Figuur 35 Een voorbeeld van transversale golven



Figuur 36 Momentopnamen van een transversale golf (links) en een longitudinale golf (rechts) in een slinky

In lucht zijn alleen longitudinale golven mogelijk. Dat komt doordat de luchtdeeltjes niet aan elkaar vastzitten, ze kunnen elkaar niet zijwaarts heen en weer trekken. Bij water zijn wel transversale golven mogelijk, maar alleen aan het wateroppervlak. Onder water zijn er, net als in lucht, alleen longitudinale golven mogelijk omdat de trillingen door botsingen worden doorgegeven.

In vaste stoffen zijn longitudinale én transversale golven mogelijk, doordat de deeltjes van een vaste stof stevig aan elkaar vastzitten. De trillingen worden via die onderlinge krachten doorgegeven. Hoe steviger de deeltjes aan elkaar vastzitten, des te sneller worden de trillingen doorgegeven. Van de longitudinale (geluids)golven vind je voor veel verschillende stoffen de snelheden in Binas.

Golfsnelheid en golflengte

De golflengte hangt af van de frequentie van de trilling en van de golfsnelheid. Eén hele trilling van de bron veroorzaakt één hele golf. Als de golfsnelheid groot is, legt de golf in één trillingstijd een grote afstand af, de golflengte is dan groot. De golflengte is evenredig met de golfsnelheid. In lucht is de golfsnelheid (geluidssnelheid) vrijwel constant. De geluidssnelheid in lucht wordt alleen iets groter bij een toename van de luchttemperatuur.

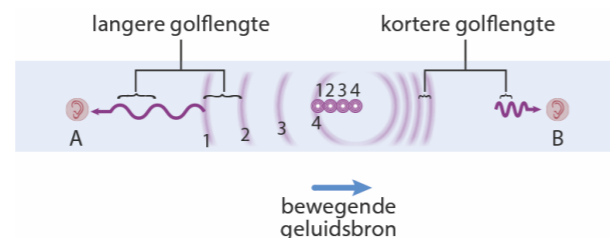
Ook hangt de golflengte af van de frequentie. Een grotere frequentie van de bron, en dus een kortere periode, zorgt voor kortere golven. De golflengte is omgekeerd evenredig met de frequentie. Als de frequentie twee keer zo groot is, is de periode twee keer zo klein en de golflengte dus ook twee keer zo klein.



Figuur 37 Muurschildering over Buys Ballot's controle van het dopplereffect in Utrecht (Burgemeester Reigerstraat)



Figuur 38a Bron en waarnemers A en B staan stil. A en B horen dezelfde toon.



Figuur 38b Stilstande waarnemers en bewegende geluidsbron. B hoort een hogere toon en A hoort een lagere toon.

Dopplereffect

De toonhoogte van de sirene van een brandweerauto verandert als de brandweerauto je passeert. Bij nadering is de toon hoger, bij weggrijden lager. Dit verschijnsel wordt het **dopplereffect** genoemd, genoemd naar Christian Doppler die dit verschijnsel in 1842 als eerste beschreef. Het dopplereffect treedt op als de bron die de geluidsgolven uitzendt, en de waarnemer naar elkaar toe bewegen of zich van elkaar verwijderen.

Als bron en waarnemer stilstaan, zullen waarnemer A en B (figuur 38a) beide dezelfde toonhoogte horen. Wanneer de bron naar de waarnemer toe beweegt (figuur 38b), worden de door de sirene uitgezonden geluidsgolven samengedrukt. De golflengte is dan kleiner. Waarnemer B hoort een hogere frequentie dan bij een stilstaande sirene. Aan de achterzijde van de bewegende bron worden de uitgezonden geluidsgolven uitgerekt. De golflengte is dan groter en waarnemer A hoort een lagere frequentie.

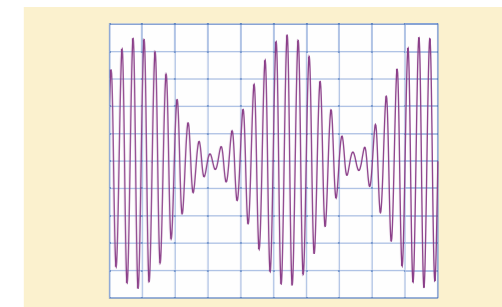
Zweving en faseverschillen

Neem twee identieke stemvorken op klankkasten en verander de frequentie van één van beide met een speciaal klemmetje. Zet beide klankkasten naast elkaar en sla beide stemvorken aan. Je hoort dan het geluid afwisselend aanzwellen en afnemen, dit wordt het zweven van geluid genoemd. De toonhoogte blijft gelijk, maar de geluidssterkte varieert periodiek. Zie figuur 41 en 42. Deze **zwevingsfrequentie** neemt af naarmate de frequenties van de beide stemvorken minder verschillen.

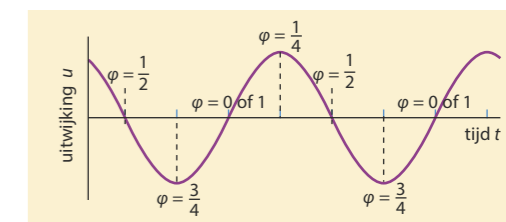
Het zweven kun je als volgt verklaren: uit twee verschillende bronnen komen geluidsgolven bij je oor. Als die geluidsgolven bij aankomst 'in de pas' lopen, versterken ze elkaar. Dan komen de verdichtingen vanuit beide bronnen tegelijk aan en ook de verdunningen. De golven uit beide bronnen komen dan *in fase* aan. Maar als de aankomende golven bij je oor 'uit de pas' lopen, werken ze elkaar tegen. Dan valt de aankomst van een verdichting samen met de aankomst van een verdunning vanuit de andere bron. De golven uit beide bronnen zijn dan bij aankomst *uit fase*. Doordat de frequenties van beide bronnen niet precies gelijk zijn, verandert het *in fase* voortdurend in *uit fase* en omgekeerd. Hoe minder de frequenties van de stemvorken van elkaar verschillen, des te langer is de zwevingperiode, de tijd tussen twee geluidsmaxima. De pianostemmer gebruikt zwevingen bij het stemmen van de piano.



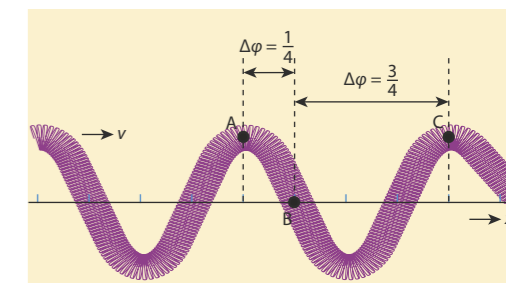
Figuur 41 Twee aangeslagen stemvorken laten zwevingen horen.



Figuur 42 Een oscillogram van een zweving



Figuur 43 Oscillogram en de (gereduceerde) fasen van een trillend punt

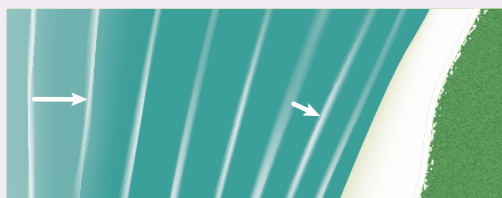


Figuur 44 Faseverschillen bij lopende transversale golf

ZEEGOLVEN EN BRANDING

Als in ondiep water de diepte minder wordt, neemt de golfsnelheid af. Daardoor zie je aan het strand dat de golflengtes kleiner worden naarmate de golven dicht bij het strand komen. Zie figuur 39. Doordat de golven die het strand naderen korter worden, neemt de golfhoogte toe. Het water in de golf wordt als het ware in elkaar gedrukt doordat de voorkant langzamer beweegt dan de achterkant. Voor de top van de golf is dan het water dieper dan voor het golfdal, waardoor de top het dal gaat inhalen en er branding ontstaat (zie figuur 40).

In diep water is de richting van de zeegolven dezelfde als van de wind die de golven maakt. Op zee lopen de golven dus niet altijd in dezelfde richting. Toch komen golven altijd bijna evenwijdig op het strand aan. Dat komt eveneens doordat de golfsnelheid afneemt als het water ondieper wordt.



Figuur 39 Golfsnelheid op zee neemt af in ondieper water bij het strand.

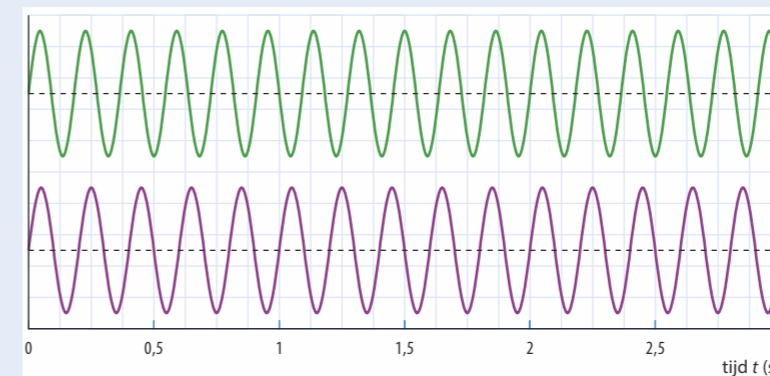


Figuur 40 Dichtbij de kust worden de golven korter en steiler.

- * Bij een geluidsgolf in lucht planten variaties in luchtdruk zich voort als opeenvolgende verdichtingen en verdunningen van de lucht.
- * De snelheid waarmee de trillingen worden doorgegeven, is de golfsnelheid v .
- * De golflengte λ is de afstand tussen twee opeenvolgende identieke punten in de golf, bijvoorbeeld tussen de middens van twee verdichtingen.
- * Bij een longitudinale golf is de trillingsrichting vooruit en achteruit, in de bewegingsrichting van de golf. Bij een transversale golf is de trillingsrichting loodrecht op de bewegingsrichting van de golf.
- * In lucht en in een vloeistof zijn alleen longitudinale golven mogelijk. In vaste stoffen zijn zowel transversale als longitudinale golven mogelijk.
- * De golflengte is evenredig met de golfsnelheid en omgekeerd evenredig met de frequentie.
- * Door het dopplereffect is de waargenomen frequentie hoger als bron en waarnemer naar elkaar toe bewegen en lager als zij van elkaar af bewegen.
- * Zweving treedt op als de frequenties van twee geluidsbronnen niet precies gelijk zijn. Het geluid klinkt dan afwisselend harder (in fase) en zachter (in tegenfase).
- * Het deel van een hele trilling dat een trillend voorwerp of systeem heeft gehad sinds de laatste positieve doorgang door de evenwichtsstand, heet de (gereduceerde) fase.
- * In een lopende golf verandert van elk trillend punt de fase voortdurend. Maar het faseverschil tussen verschillende punten blijft gelijk.

- 27** Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.
- a De 'wave' in een stadion is een transversale golf.
 - b Een geluidsgolf is een longitudinale golf.
 - c Golven aan het wateroppervlak zijn longitudinale golven.
 - d Geluid onder water is een longitudinale golf.
 - e Bij een longitudinale golf gaan de trillende punten naar voren en naar achteren (in de richting waarin de golf beweegt).
 - f Bij een hoge frequentie hoort een kleine golflengte.
 - g Bij een grote golfsnelheid hoort een grote golflengte.
 - h De sirene van een naderende brandweerauto klinkt lager dan de sirene van een brandweerauto die van je wegrijdt.
 - i Als een trillend punt van boven naar beneden door de evenwichtsstand gaat, is de (gereduceerde) fase $\frac{1}{2}$.
 - j Het faseverschil tussen twee punten in een slinky waar een golf doorheen gaat verandert als de frequentie verandert.
 - k Het faseverschil tussen twee punten van een koord waarin zich een golf voortplant verandert niet als de golfsnelheid groter wordt.
 - l Als de frequentie die een waarnemer hoort lager is dan de door de bron uitgezonden frequentie dan bewegen de waarnemer en de bron van elkaar af.

- 28** Bij een golf worden trillingen doorgegeven.
- a In welke richting is de trilling bij een geluidsgolf, in de richting waarin het geluid beweegt of loodrecht daarop?
 - b Leg uit waardoor geluid zich niet in vacuüm kan voortplanten. In vaste stoffen zijn zowel longitudinale golven als transversale golven mogelijk. Een geluidsgolf in een stof is een longitudinale golf met een vaste snelheid.
 - c Leg uit dat de geluidssnelheid in zachte materialen (zoals rubber) kleiner is dan in harde materialen (zoals ijzer).
- 29** Bij golven op zee zie je toppen en dalen.
- a Geef aan of je de golflengte van top tot dal moet meten of tussen twee toppen. In een slinky kun je longitudinale golven opwekken.
 - b Hoe meet je bij een longitudinale golf de golflengte?
- 30** In figuur 45 zie je twee verschillende trillingen. Bij de bovenste trilling geldt $f = 5,5$ Hz, bij de onderste $f = 5,0$ Hz.
- a Leg uit hoe je aan figuur 45 ziet dat op $t = 0$ beide trillingen in fase zijn.
 - b Op welk ander tijdstip zijn deze twee trillingen ook in fase? Hoe groot is op dat moment de (gereduceerde) fase van elk van de trillingen?
 - c Leg uit dat op $t = 1,0$ s de twee trillingen in tegenfase (faseverschil $\frac{1}{2}$) zijn.
 - d Op welk ander tijdstip zijn beide trillingen ook in tegenfase? Hoe groot is op dat moment de (gereduceerde) fase van elk van de twee trillingen?
 - e Geef aan hoe groot het faseverschil is op $t = 1,5$ s.



Figuur 45 Twee verschillende trillingen

- 31** Aan het strand zie je dat de golflengte van aankomende golven kleiner wordt naarmate ze dichterbij het strand komen.
- a Komt dat doordat de frequentie verandert of doordat de golfsnelheid verandert?
 - b Leg uit of de golfsnelheid in ondiep water groter of kleiner is dan in diep water.
 - c Leg uit waardoor in de branding de golven 'omslaan'.



Figuur 46 De klap van een heiblok



Figuur 47 Geluidsgolven van een stilstaande ambulance

- 32** De klap van een vallend heiblok op een betonnen heipaal veroorzaakt lopende golven in de grond, in de lucht en in de heipaal.
- Zijn die golven in de lucht transversale en/of longitudinale golven?
 - Zijn die golven in de heipaal transversale en/of longitudinale golven? De geluidssnelheid in beton is groter dan in lucht.
 - Leg uit of de golflengte in de heipaal groter of kleiner is dan in lucht.
- 33** In figuur 47 zie je hoe de geluidsgolven van de sirene van een stilstaande ambulance zich verspreiden.
- Schets de geluidsgolven als de ambulance met grote snelheid naar voren rijdt. De ambulance gaat nog sneller rijden.
 - Beschrijf wat er verandert aan de afstand tussen de geluidsgolven die zich voor de ambulance bevinden.
 - Beschrijf wat er verandert aan de afstand tussen de geluidsgolven die zich achter de ambulance bevinden.
- 34** Door het aanbrengen van het gewichtje op de linker stemvork in figuur 41 is de frequentie van beide stemvorken niet exact gelijk.
- Leg uit hoe het komt dat het geluid dat van beide stemvorken komt afwisselend hard en zacht klinkt en geef aan hoe dit verschijnsel heet. De frequentie van de rechter stemvork in figuur 41 is 400 Hz. In figuur 42 staat het oscillogram van de zweeping die beide stemvorken produceren.
 - Laat aan de hand van figuur 42 zien dat één hokje op de horizontale as overeenkomt met 7,4 ms.
 - Bepaal de frequentie van de zweeping.
- 35** Een trillingsbron maakt golven op het wateroppervlak.
- Wordt de golflengte groter of kleiner als de frequentie van de trillingsbron toeneemt? De golfsnelheid van een golf op zee neemt af als de golf dicht bij het strand komt.
 - Wordt de golflengte dan groter of kleiner?
 - Welke van de volgende formules zouden kunnen passen bij het verband tussen frequentie, golflengte en golfsnelheid van een watergolf?

1 $\lambda = v \cdot f$	2 $v = \lambda \cdot f$	3 $f = v \cdot \lambda$	4 $\lambda = \frac{v}{f}$
-------------------------	-------------------------	-------------------------	---------------------------

BEHEERSEN

Verband tussen golflengte en golfsnelheid

Eén hele trilling van de bron veroorzaakt één golf, die zich met de voortplantingssnelheid v verplaatst. In die tijd T heeft bijvoorbeeld de voorkant van die golf één golflengte λ afgelegd. Voor die afstand geldt dus: $\lambda = v \cdot T$.

Je kunt de formule voor de golflengte en de golfsnelheid ook zo zien: na 1 s heeft de golf een afstand van v meter afgelegd en heeft de bron f keer getrild. Er zijn dus f golven die samen een lengte van v meter hebben. Omdat elke golf de lengte λ heeft, geldt:

$$v = f \cdot \lambda$$

Hierin is v de golfsnelheid (in m/s), f de frequentie (in $\text{Hz} = \text{s}^{-1}$) van de trilling die doorgegeven wordt en λ de golflengte (in m).

Deze formule geldt voor alle soorten golven. Bij geluidsgolven in lucht varieert de golflengte van vele meters (lage tonen) tot enkele centimeters (hoge tonen). Gewone windgolven op zee hebben een snelheid tot 40 km/h en een golflengte van maximaal 200 m. In vaste stoffen zijn de golfsnelheden veel hoger. De aardbevingsgolven die door de aardkorst lopen, hebben snelheden van 3 tot 6 km/s.

Een u, x -diagram

Een lopende golf in bijvoorbeeld een koord kun je op elk moment weergeven in een u, x -diagram. Dat is in feite een 'foto' van het koord op een bepaald tijdstip. Je kunt er de amplitude en de golflengte van de golf in aflezen. In figuur 48 zie je drie u, x -diagrammen op drie opeenvolgende tijdstippen. Met het tijdsverschil tussen twee u, x -diagrammen is de golfsnelheid te bepalen. Een u, x -diagram lijkt op een oscillogram, maar pas op: een oscillogram of u, t -diagram geeft de trilling van één punt gedurende een bepaalde tijdsduur weer (een film van één punt), terwijl een u, x -diagram de positie van een groot aantal punten op één tijdstip weergeeft (een foto van een aantal punten).

Faseverschillen bij een lopende golf

Bij het passeren van een reeks golven voeren alle stukjes van een koord, een veer of een wateroppervlak na elkaar dezelfde bewegingen uit. De gereduceerde fase φ van een trillend punt loopt van 0 (in de evenwichtsstand en met positieve snelheid), via $\frac{1}{2}$ (in de evenwichtsstand met negatieve snelheid, dus na $\frac{1}{2}$ trillingstijd) tot 1 (opnieuw in de evenwichtsstand met positieve snelheid). Daarna begint de gereduceerde fase weer bij 0. Voor de verandering van de fase van een trillend punt tussen twee tijdstippen geldt:

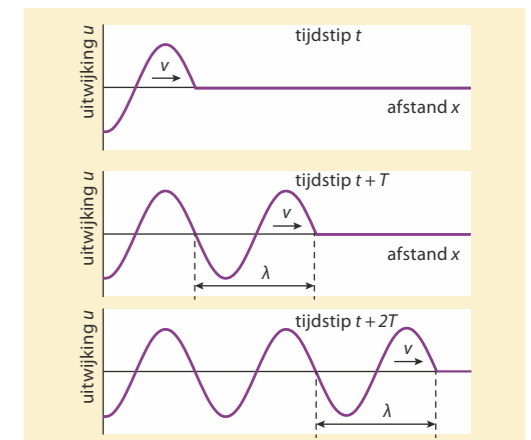
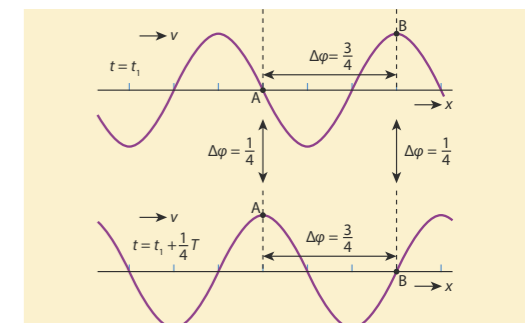
$$\Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T}$$

In deze formule is $\Delta\varphi$ de verandering van de fase (een getal, dus zonder eenheid) van een trillend punt na een tijdje Δt (in s), en T de periode van de trilling (in s).

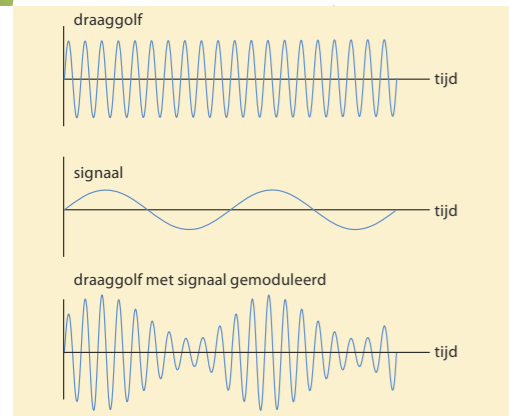
Het faseverschil tussen twee punten van bijvoorbeeld een koord waar een golf door loopt, is constant. Zie figuur 49. Voor het faseverschil tussen twee punten geldt:

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda}$$

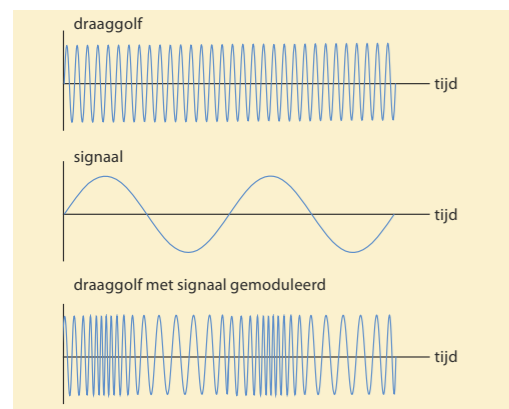
In deze formule is $\Delta\varphi$ het faseverschil (zonder eenheid) tussen twee punten van het koord, Δx de afstand tussen die twee punten (in m) en λ de golflengte (in m). Als de punten een golflengte uit elkaar liggen, trillen ze gelijk. Hun faseverschil is dan 1.

Figuur 48 Een lopende golf weergegeven in drie u, x -diagrammen op drie tijdstippen.

Figuur 49 Twee momentopnames van een lopende (transversale) golf



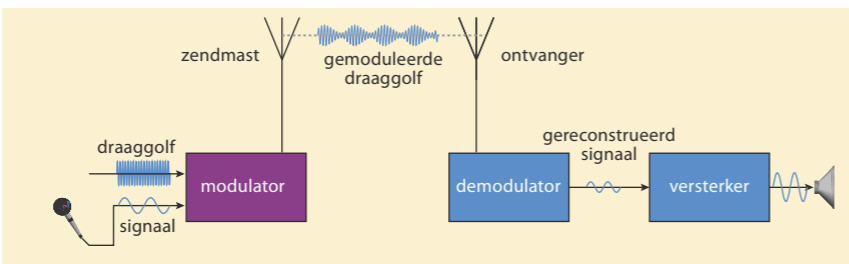
Figuur 51 Bij amplitudemodulatie (AM) is de amplitude van de draaggolf op elk moment evenredig met de uitwijking van het signaal.



Figuur 52 Bij frequentiemodulatie (FM) is de verhoging of verlaging van de frequentie van de draaggolf op elk moment evenredig met de uitwijking van het signaal.

TELECOMMUNICATIE

Bijna alle draadloze communicatieapparatuur werkt met radiogolven. Dat zijn elektromagnetische golven met golflengtes tussen de 1 mm en 1000 km, die zich dus met de lichtsnelheid voortplanten. Radiogolven worden uitgezonden en ontvangen met antennes. Op een radio kun je afstemmen op verschillende zenders. Wanneer je op één zender afstemt, treedt in de ontvanger resonantie op bij de frequentie van die zender. De radiogolven zijn de draaggolven van de informatie (spraak of muziek), die meegezonden wordt door het *moduleren* van draaggolven. Zie figuur 50 t/m 52. De informatie zit als het ware 'verstopt' in de draaggolf. De frequentie van de radiogolven is veel groter dan de frequenties in de spraak of de muziek die wordt verzonden. De ontvanger haalt die trillingen van spraak of muziek weer uit de draaggolf en geeft ze via een versterker door aan de luidspreker.



Figuur 50 Informatie wordt overgebracht door de draaggolf te moduleren.

- 36** De paragraafvraag is: Wat zijn lopende golven en welke eigenschappen hebben ze? Wat is het antwoord op deze vraag?
- 37** Een trillingsbron veroorzaakt lopende transversale golven in een koord. De golfsnelheid is 10 m/s, de golflengte is 2,5 m en de amplitude is 8,0 cm.
- Bereken de frequentie en de trillingstijd van de trillingsbron.
 - Laat zien dat geldt: $v = \frac{\lambda}{T}$.
 - Bereken de maximale snelheid van een punt van het koord.
- 38** Op een oceaan hebben windgolven een snelheid van 45 km/h. De golflengte van deze golven is ongeveer 100 m.
- Bereken de periode van deze golven. De frequentie van een aardbeving was 1,2 Hz. De aardbevingsgolven die daarna door de aardkorst liepen, hadden snelheden van 3 tot 6 km/s.
 - Bereken tussen welke waarden de golflengte van deze golven lag.
- 39** In figuur 48 zie je een naar rechts lopende golf op drie tijdstippen getekend.
- Hoeveel trillingen heeft het beginpunt uitgevoerd tussen de eerste tekening en de laatste tekening? De tijd tussen de eerste en de laatste tekening is 1,5 s.
 - Bereken de periode en de frequentie. De schaal van de tekening is 1 : 100.
 - Laat zien dat je nu op twee manieren de golfsnelheid kunt bepalen.

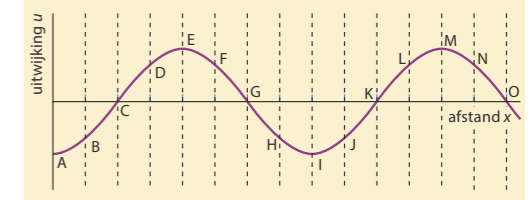
- 40** In figuur 53 zie je het u,x -diagram van een transversale golfbeweging in een koord. De golven lopen naar rechts.
- Leg uit dat de (gereduceerde) fase van de punten G en O nul is.
 - Van welke punten is de (gereduceerde) fase $\frac{1}{2}$?
 - Welk(e) punt(en) trillen in fase met A?
 - Welk(e) punt(en) trillen in tegenfase met A?
 - Geef aan hoe groot is het faseverschil tussen A en O is.
 - Schets in figuur 53 de stand van het koord een kwart periode later.

- 41** In figuur 54 zie je het u,x -diagram van een transversale golfbeweging in een koord op twee tijdstippen: $t_1 = 12,0$ s en $t_2 = 12,5$ s. In die tijd is de voorkant van de golf 16,5 cm naar rechts verschoven. De breedte van het hele diagram komt in werkelijkheid overeen met 50 cm.
- Leg uit hoe je aan figuur 54 kunt zien dat het linkeruiteinde in de tussentijd $\frac{3}{4}$ trilling heeft uitgevoerd?
 - Hoe groot is het faseverschil tussen t_1 en t_2 ? Geldt dit voor elk punt van het koord?
 - Bereken de periode.
 - Bereken de golflengte. Controleer met behulp van figuur 54 of je antwoord klopt.

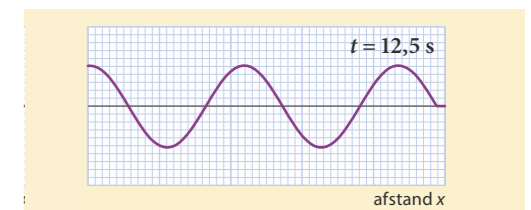
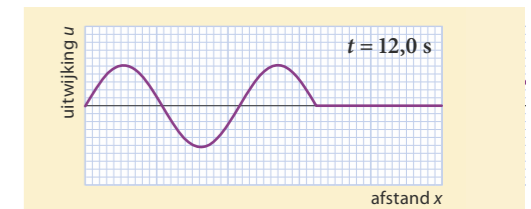
- 42** Geluid kun je in het algemeen horen als de frequentie ervan ligt tussen minimaal 20 Hz en maximaal 20 kHz. In Binas kun je de waarden voor de geluidssnelheid opzoeken.
- Bereken tussen welke waarden de golflengtes van hoorbare geluidsgolven in lucht liggen bij een temperatuur van 20 °C.
 - Leg uit of de golflengte groter of kleiner wordt als de temperatuur toeneemt.
 - In water van 20 °C heeft een toon een golflengte van 2,0 m. Kun je deze toon horen? Bereken daarvoor eerst de frequentie.

- 43** Tim woont op 100 m van een brandweerkazerne. Als de brandweer uitrukt, versnelt de brandweerauto tot deze ongeveer bij het huis van Tim is en rijdt dan met constante snelheid voorbij. Beschrijf hoe de toon en de luidheid van de brandweersirene voor Tim veranderen tijdens het uitrukken van de brandweer.

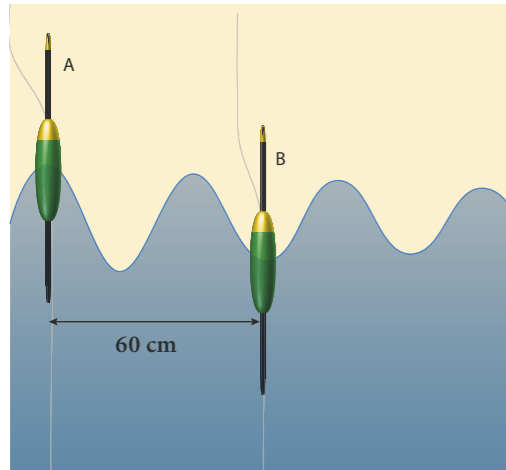
- 44** De sirene van een ambulance zendt geluidsgolven uit met een frequentie van 440 Hz. De voortplantingssnelheid van het geluid in lucht is 340 m/s.
- Bereken de golflengte van de geluidsgolven die de stilstaande ambulance produceert.
 - Bereken de periode T van het geluid dat de stilstaande ambulance produceert. Even verderop staat Asude. De ambulance beweegt nu met een snelheid van 30 m/s richting Asude.
 - Bereken de afstand die de ambulance aflegt gedurende één periodetijd T .
 - Bereken de frequentie van het geluid dat Asude hoort van de naderende ambulance. Bereken daartoe eerst de golflengte van dit geluid. De ambulance heeft Asude gepasseerd en beweegt nu met een snelheid van 30 m/s weg van haar.
 - Bereken de hoogte van de toon die Asude nu hoort.



Figuur 53 Een lopende golfbeweging



Figuur 54 u,x -diagrammen van een golf op twee tijdstippen

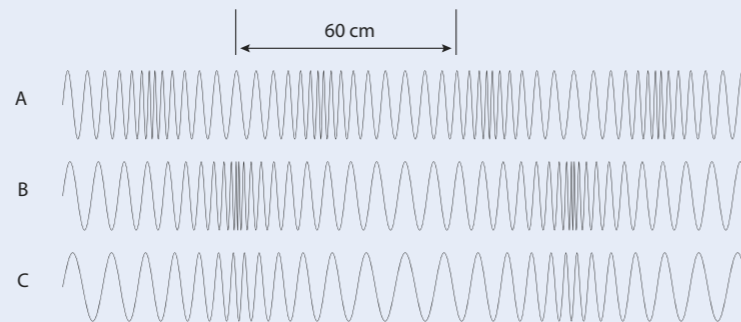


Figuur 55 Twee trillende dobbers

- 45** Voor telecommunicatie worden radiogolven gebruikt. Bij een wifi-kanaal is de frequentie 2412 MHz.
- Hoe groot is de golfsnelheid bij deze vorm van informatieoverdracht?
 - Bereken de golflengte van het wifi-kanaal.
- In 2004 zijn twee wagentjes op expeditie gegaan op de planeet Mars: de Spirit en de Opportunity. Voor communicatie is de X-band gebruikt, met golflengtes van 2,5 tot 3,7 cm. De afstand tussen de aarde en Mars is minimaal $7,8 \cdot 10^{10}$ m.
- Bereken tussen welke frequenties de X-band ligt.
 - Bereken hoeveel tijd er minstens zit tussen het uitzenden van een signaal naar Mars en het ontvangen van een antwoord.

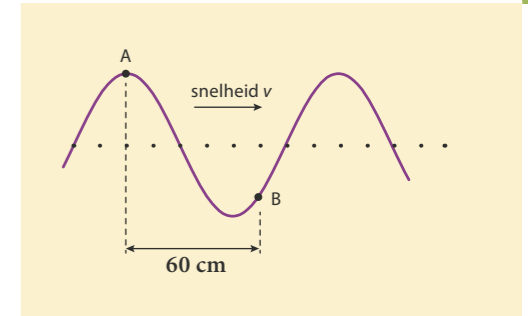
- 46** In een sloot drijven twee dobbers A en B, op 60 cm van elkaar (zie figuur 55). De golven in de sloot bewegen naar rechts. Daardoor gaan de dobbers met een frequentie van 2,0 Hz op en neer.
- Leg uit hoe groot het faseverschil tussen de twee dobbers is.
 - Bereken de golflengte.
 - Bereken de golfsnelheid v van deze watergolven.
- De amplitude van dobber A is 4,0 cm.
- Bereken de maximale snelheid van dobber A.

- 47** In figuur 56 is een momentopname getekend van drie verschillende longitudinale lopende golven. De golfsnelheid is in alle situaties hetzelfde. Bij golf A is de frequentie 42 Hz. In figuur 56 is ook een schaal weergegeven.
- Bepaal de golflengte van golf A.
 - Ga na dat de golfsnelheid 19 m/s is.
 - Bepaal de frequentie in golf B.
 - Is de frequentie in golf C groter dan, kleiner dan of even groot als in golf B? Leg uit.



Figuur 56

- 48** In figuur 57 is een gedeelte van een golf weergegeven die naar rechts beweegt. De golfsnelheid is 1,8 m/s.
- Leg uit dat op het moment van de tekening punt B naar beneden beweegt.
 - Leg uit dat voor het faseverschil tussen A en B geldt: $\Delta\varphi = \frac{5}{8}$.
 - Bereken de golflengte en de frequentie.
- 49** Vleermuizen gebruiken hun oren om insecten (hun voedsel) te 'zien'. Ze zenden korte geluidspulsen uit. De uitgezonden geluidspulsen kaatsen terug tegen het insect. De ontvangen echo geeft informatie over waar het insect zich bevindt.
- Als het insect kleiner is dan de golflengte van het geluid, 'ziet' de vleermuis het niet. In dat geval 'spoelt' het geluid om het insect heen, en wordt het niet teruggekaatst.
- De afmeting van een insect is ongeveer 3 mm.
- Bereken welke frequentie het door de vleermuis uitgezonden 'geluid' minstens moet hebben om het insect te kunnen 'zien'. Waarom minstens? Het door de vleermuis uitgezonden geluid wordt ultrasoon geluid genoemd.
 - Verklaar deze naam.
 - Leg uit waarom de vleermuis geluidspulsen uitzendt en geen continu geluid.
 - Geef aan hoe de vleermuis de afstand tot het insect kan inschatten.



Figuur 57 Momentopname van een golfbeweging

Oefenen A

Bekijk of je de belangrijkste onderwerpen van paragraaf 7.2 en 7.3 begrepen hebt.

7.4 Staande golven

Experiment 9: Fluitslang en slinky

Experiment 10: Proef van Kundt

ONTDEKKEN

Muziekinstrumenten hebben allemaal hun eigen klank(kleur). Een blokfluit klinkt anders dan een gitaar of een trombone, ook al wordt er hetzelfde liedje op gespeeld. Dat komt doordat een toon van een muziekinstrument meerdere frequenties bevat. Een gitaarsnaar kan op meerdere manieren transversaal trillen en in een blokfluit en een trombone kan de lucht op meerdere manieren longitudinaal trillen. Zulke trillingen zijn staande golven, en hun verschillende frequenties bepalen de klank van een instrument.

PARAGRAAFVRAAG

Wat zijn staande golven en welke eigenschappen hebben ze?

BEGRIJPEN

Fluitslang

Een fluitslang is een simpele geribbelde slang met twee open uiteinden. Als je de slang rondzwaait, klinkt er bij een bepaalde snelheid een fluittoon. Ga je steeds sneller rondzwaaien, dan hoor je steeds hogere tonen. Deze verschillende tonen hebben vaste frequenties. Met een fluitslang kun je zo enkele tonen van een toonladder 'spelen'. Het geluid ontstaat doordat aan het rondzwaaiende uiteinde van de slang lucht gaat trillen. De lucht in de slang trilt daardoor mee, net als de lucht in een klankkast van een stemvork. Kennelijk kan de lucht in de slang op verschillende manieren meetrillen, de slang heeft meerdere eigenfrequenties. De hogere frequenties heten **boventonen**. De toon van de laagste eigenfrequentie is de **grondtoon**. (Bij een fluitslang lukt het vaak niet de grondtoon te laten klinken. De zwaaisnelheid die hoort bij de laagste eigenfrequentie is zo klein, dat er dan te weinig luchtwervelingen optreden.)

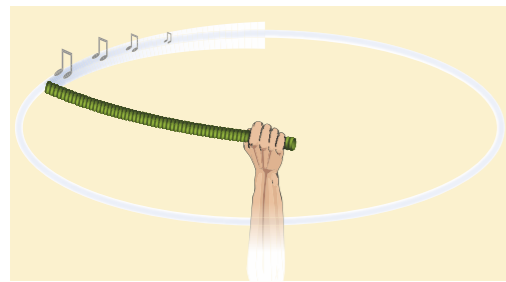
Resonanties in een blaasinstrument

Bij een blaasinstrument wordt de lucht in het instrument in trilling gebracht doordat de muzikant het mondstuk van het instrument aanblaast. Over het algemeen bestaat een blaasinstrument uit een buis met daarin een **luchtkolom**, die kan resoneren op zijn eigenfrequenties.

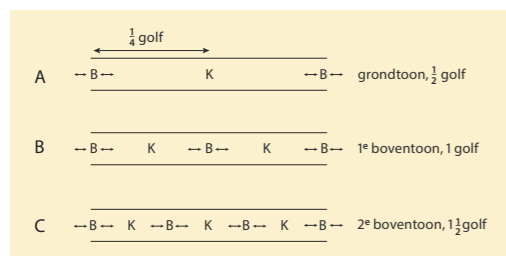
In figuur 59A zie je hoe de lucht trilt bij resonantie in een **open buis**. Bij de uiteinden trilt de lucht met de grootste amplitude. Zo'n plaats heet een **buik**. In het midden van de buis beweegt de lucht niet. Zo'n plaats heet een **knoop**.

De luchtkolom in een buis resonanceert alleen bij die frequenties van de bron waarbij de golflengte past bij de lengte van de luchtkolom. Want de golven die door de buis lopen kaatsen aan beide uiteinden terug en 'lopen dan door elkaar', waarbij ze elkaar kunnen versterken of verzwakken. Alleen golven met een passende golflengte versterken elkaar. Het resultaat met knopen en buiken heet een **staande golf**. Dat een blaasinstrument alleen de grondtoon en de boventonen laat klinken, komt dus doordat de golflengte moet passen bij de lengte van de buis. Daardoor gaat bijvoorbeeld ook een fluitslang alleen resoneren bij bepaalde frequenties.

In figuur 59B zie je het bewegingspatroon van de 1^{ste} boventoon van een open buis. Bij de open uiteinden trilt de lucht heen en weer met de grootste amplitude. In het midden van de buis is de amplitude nu ook maximaal. In figuur 59C zie je het bewegingspatroon van lucht bij de 2^{de} boventoon in zo'n open buis.



Figuur 58 Een fluitslang

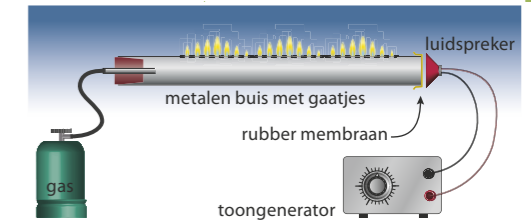


Figuur 59 Resonanties in een open buis

Merk het verschil met figuur 33 op die over een lopende golf gaat. Een golflengte bestaat dan uit een verdichting en een verdunning. Aan weerszijden van een verdichting bewegen de punten steeds dezelfde kant op: afwisselend allemaal naar links en dan weer allemaal naar rechts. Figuur 59 gaat over een staande golf: tussen twee buiken (of twee knopen) bevindt zich dan een halve golf. Aan weerszijden van de knoop trillen de punten tegen elkaar in.

RUBENS FLAME TUBE

Een mooie manier om staande geluidsgolven in een buis zichtbaar te maken is met de Rubens flame tube. In figuur 60 zie je een tekening en in figuur 61 een foto van de opstelling. Aan het ene einde van de afgesloten buis wordt een brandbaar gas naar binnen gebracht, dat door kleine gaatjes aan de bovenkant van de buis naar buiten komt. Aan het andere einde van de buis is een luidspreker bevestigd die aangesloten is op een toongenerator. Bij de juiste frequenties ontstaan in de buis staande golven. Daardoor komt er op sommige plaatsen meer gas naar buiten en op andere plaatsen minder.



Figuur 60



Figuur 61 Rubens flame tube

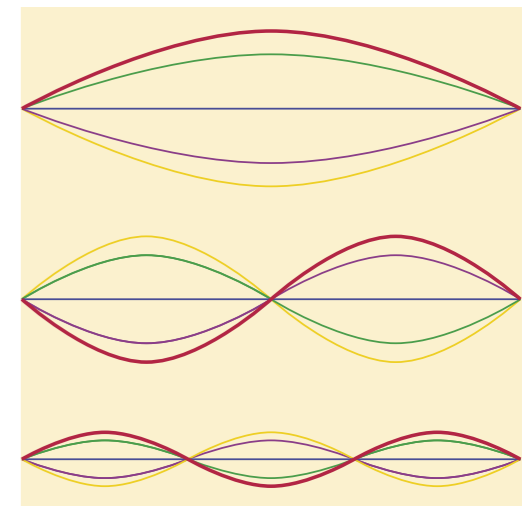
Staande golven met slinky

In lucht zijn golven altijd longitudinaal. Bij een slinky kun je zowel longitudinale als transversale lopende en staande golven opwekken. Het ontstaan van een staande golf in een lange slinky kun je goed zien op een gladde vloer. Zet één uiteinde vast. Als je het andere uiteinde één keer naar voren en naar achteren beweegt, zie je één golf door de slinky lopen, terugkaatsen, teruglopen, weer terugkaatsen, heengaan, enzovoort: een heen-en-weer lopende golf. Blijf je met een uiteinde naar voren en naar achteren bewegen, dan lopen er voortdurend golven heen en tegelijkertijd ook terug door de slinky. Uiteindelijk ontstaat er dan een staande golf, maar alleen als je in het juiste tempo beweegt. Op die manier kun je de ene buik van de grondtoon in de slinky op-en-neer zien trillen, of meer buiken in een van de boventonen. Bij een staande golf zie je niet meer dat er golven door de slinky lopen, maar wel het patroon van de knopen en buiken. Staande transversale golven kun je maken door het uiteinde van de slinky in de richting loodrecht op de slinky heen en weer te bewegen.

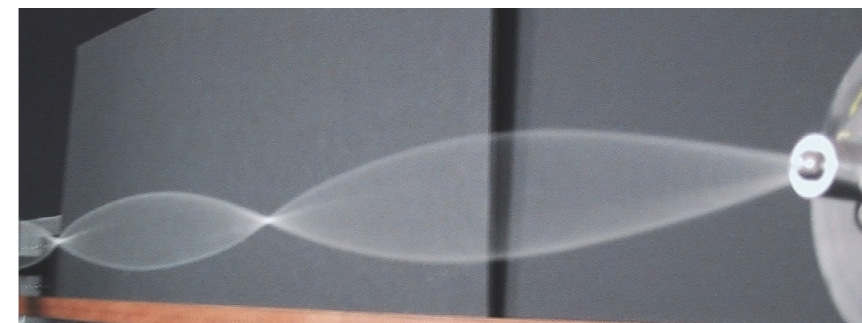
Staande golven in een snaar

Bij een snaarinstrument wordt de snaar vaak aangeslagen, bij een gitaar bijvoorbeeld met een vinger en in een piano met een hamertje. Die aanslag veroorzaakt trillingen die door de snaar heen-en-weer schieten. Er ontstaan staande golven, niet alleen van de grondtoon, maar ook van de boventonen.

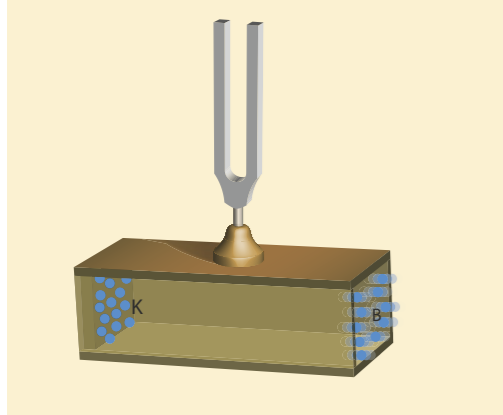
In figuur 62 zie je een trillende snaar getekend bij de grondtoon en bij twee boventonen. Bij de grondtoon heeft het midden van de snaar de grootste amplitude, dat is een buik. Aan de twee uiteinden van de snaar zitten knopen, doordat de snaar daar vastgeklemd zit. Bij de boventonen zijn er meerdere knopen en buiken. In figuur 63 zie je een staande golf in een koord dat wordt aangedreven door een trillingsbron.



Figuur 62 Grondtoon en boventonen in een snaar. De gekleurde lijnen geven de stand van de snaar op verschillende tijdstippen weer.



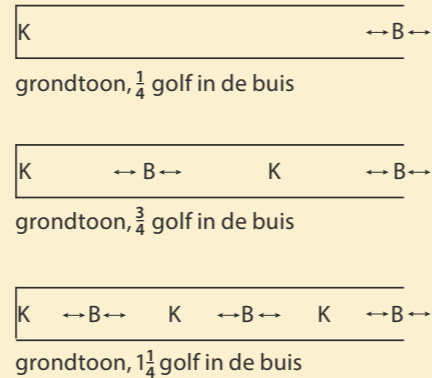
Figuur 63 Staande transversale golven in een koord



Figuur 64 In een rechte klankkast bestaat de grondtoon uit een kwart golf.

Staande golven in een eenzijdig gesloten buis

Is een buis (aan beide uiteinden) open en resonanceert de lucht in die buis, dan bevindt zich aan elk uiteinde altijd een buik. De golflengte van de grondtoon van die buis is dus twee keer zo lang als de buis. Maar veel blaasinstrumenten zijn niet te vergelijken met een open buis. Wel met een buis die aan één kant open is en aan de andere kant gesloten, een **éénzijdig gesloten buis**. Zoals de klankkast van figuur 64. Bij het gesloten einde bevindt zich altijd een knoop en bij het open uiteinde een buik. De golflengte van de resonerende grondtoon van de klankkast is dus vier keer zo lang als de buis.



Figuur 65 Knopen en buiken in een aan één kant gesloten buis

DE VORM VAN DE KLANKKAST

Van een snaarinstrument worden alle verschillende tonen met hun boventonen versterkt door de klankkast. De klankkast is dus zo gebouwd, dat zo veel mogelijk tonen en boventonen versterkt worden. Bij violen is de bouw van de klankkast zo belangrijk, dat de beste violen zeer veel geld waard zijn.

De klankkast van een stemvork is zeer simpel, een rechthoekige doos. Deze klankkast hoeft slechts één toon te versterken, en dat lukt het best bij een simpele vorm.



Figuur 66 Vingerpiano

Staande golven in een latje

Muziekinstrumenten met snaren die maar aan één kant zijn vastgeklemd, bestaan natuurlijk niet. Er zijn wel instrumentjes, bijvoorbeeld een vingerpiano, met eenzijdig ingeklemde metalen staafjes. Hoe zo'n staafje trilt bij de eerste boventoon kun je zien in figuur 67. Hier wordt een eenzijdig ingeklemde soepele lat in verticale resonantie gebracht. Bij het ingeklemde uiteinde bevindt zich altijd een knoop en bij het losse uiteinde een buik.



Figuur 67 In een aan één kant vastgeklemd staaf of lat bevindt zich bij het vastgeklemd uiteinde altijd een knoop en bij het losse uiteinde een buik.

- ★ Een staande golf kun je opgebouwd denken uit (onzichtbare) heen-en-weer lopende golven met de juiste golflengte.
- ★ De grondtoon bij een open buis heeft aan de uiteinden een buik en in het midden een knoop. De golflengte is dan twee keer zo groot als de lengte van de buis.
- ★ Bij resonantie in een snaar zijn de uiteinden knopen en daartussen zijn er één buik of meerdere knopen en buiken.
- ★ Bij een éénzijdig gesloten buis bevindt zich bij het open einde een buik en bij het gesloten uiteinde een knoop. De golflengte van de grondtoon is dan vier keer zo groot als de lengte van de buis.
- ★ In alle voorgaande gevallen komt er bij elke hogere boventoon telkens een halve golf bij.

- 50** Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.
- a Bij een staande golf in een luchtkolom trilt de lucht tussen twee knopen heen en weer, in de lengterichting van de kolom.
 - b Bij de grondtoon van een snaar trillen alle deeltjes van de snaar tegelijk op-en-neer.
 - c De grondtoon van een fluitslang verandert geleidelijk van hoogte als je de slang sneller ronddraait.
 - d Een staande golf in een buis laat alleen één van de eigenfrequenties van de lucht in de buis horen.
 - e Een staande golf in een snaar heeft altijd minstens twee knopen.
- 51** Als je een fluitslang ronddraait, kun je bij bepaalde snelheden een toon horen. Bij elke toon trilt de lucht in de fluitslang op een andere manier.
- a Waardoor ontstaat de trilling van de lucht in de buis? Wat is de trillingsbron?
 - b Leg uit waardoor de toonhoogte verspringt naar de volgende frequentie als je de slang sneller gaat rondzwaaien, in plaats van geleidelijk hoger te worden.
 - c Leg uit waardoor je geen toon hoort bij tussenliggende snelheden.
 - d Leg uit of de golflengte van de staande golf in de slang groter of kleiner wordt als je sneller ronddraait.
- 52** De fluitslang heeft twee open uiteinden (zie figuur 58).
- a Schets in een tekening waar de knopen en buiken liggen bij de grondtoon.
 - b Hoeveel buiken zijn er bij de 1^{ste} boventoon? En bij de 3^{de} boventoon?
 - c Wanneer is de golflengte gelijk aan de lengte van de buis? Bij de grondtoon, bij de eerste boventoon of bij een andere boventoon?
- Als je de fluitslang korter maakt, hoor je andere tonen.
- d Zijn de golflengtes dan groter of kleiner geworden? Leg uit.
 - e Zijn de tonen dan hoger of lager geworden? Leg uit.

- 53** Met Rubens flame tube (zie figuur 60) kunnen de plaatsen van knopen en buiken in een buis zichtbaar gemaakt worden. De buis heeft twee dichte uiteinden.
- Is er bij een dicht uiteinde een knoop of een buik?
 - Leg uit dat alleen bij bepaalde tonen de vlammetjes een golfpatroon laten zien.
 - Leg uit wanneer er meer golven in de vlammetjes te zien zijn, bij een hoge of bij een lage eigenfrequentie van de buis met gas.

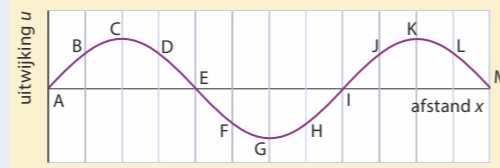
- 54** Tijdens het bespelen van een blaasinstrument neemt de temperatuur van de luchtkolom in het instrument toe.
- Zoek in Binas op of de geluidssnelheid dan toeneemt of afneemt.
 - Leg uit welke invloed dit heeft op de frequenties van de grondtoon en de boventonen.

De muzikant kan het instrument stemmen door het mondstuk te verschuiven.

- Leg uit of het instrument na het inspelen langer of korter gemaakt moet worden om dezelfde toon te produceren als voor het inspelen.



Figuur 68 Een blokfluit bestaat uit drie delen en is door uit- of inschuiven iets langer of korter te maken.



Figuur 69 Een staande golf in een koord

- 55** **T** In figuur 69 zie je een staande golfbeweging in een koord. Punt C bevindt zich op dit moment in de uiterste stand.
- Leg uit dat de punten B, C en D in fase trillen.
 - Geef aan welke andere punten in fase met B, C en D trillen.
 - Geef aan welke punten in tegenfase met B, C en D trillen.
 - Geef aan welke punten de knopen en welke punten de buiken zijn.
 - Leg uit of deze trilling de 1^{ste}, 2^{de} of 3^{de} boventoon van het koord is.
 - Teken in figuur 69 of op het tekenblad de stand van het koord $\frac{1}{8}$ periode later.

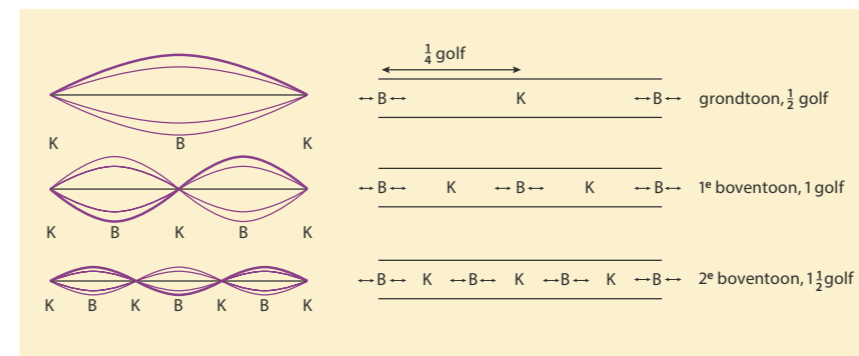
- 56** Bij staande golven in een open buis zijn er knopen en buiken.
- Leg uit of er bij de uiteinden van een open buis een buik of een knoop is.
 - Leg uit dat bij de 1^{ste} boventoon in een open buis de lengte van de buis gelijk is aan de golflengte.
 - Leg uit of de golflengte bij de 2^{de} boventoon groter of kleiner is dan bij de 1^{ste} boventoon.

- 57** Een elektrische gitaar heeft geen klankkast nodig, een akoestische gitaar wel.
- Leg uit waarom een akoestische gitaar een klankkast nodig heeft.
 - Leg uit waarom de klankkast van een cello veel groter is dan de klankkast van een viool.
 - Leg uit waardoor een banjo een andere klank heeft dan een gitaar.
- 58** De grondtoon en de boventonen van een snaar hebben verschillende frequenties.
- Leg uit dat de golflengte van de 1^{ste} boventoon twee keer zo klein is als de golflengte van de grondtoon. Gebruik tekeningen.
 - Vul aan: De frequentie van de 1^{ste} boventoon is als de frequentie van de grondtoon.
 - Vul aan: De golflengte van de 2^{de} boventoon is als de golflengte van de grondtoon.
 - Vul aan: De frequentie van de 2^{de} boventoon is als de frequentie van de grondtoon.

BEHEERSEN

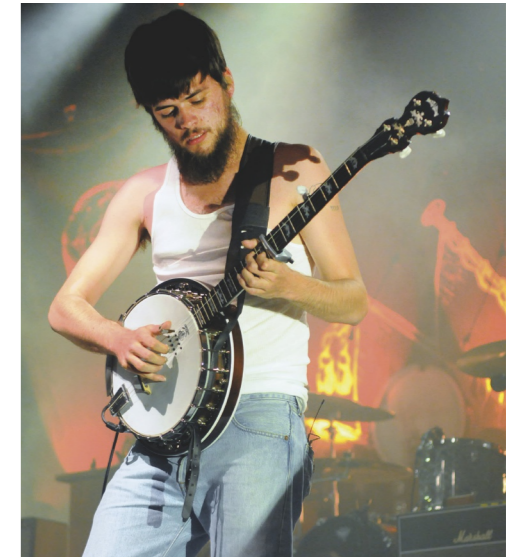
Knopen en buiken tekenen

Een staande golf in een snaar of luchtkolom kun je tekenen met behulp van de knopen en buiken. In figuur 71 links zie je de knopen en buiken in een snaar bij de grondtoon en de eerste twee boventonen. Aan de twee uiteinden van de snaar zit steeds een knoop. Bij de grondtoon bestaat de trilling uit een halve golf, bij elke volgende boventoon komt er een halve golf bij. De frequentie van de eerste boventoon is het dubbele van die van de grondtoon.



Figuur 71 Knopen en buiken in een snaar (links) en in een open buis (rechts)

In figuur 71 rechts zie je de knopen en buiken in een open buis, bij de grondtoon en de eerste twee boventonen. Bij een open uiteinde zit altijd een buik. De grondtoon bestaat dus ook uit een halve golf en bij elke volgende boventoon komt er ook hier een halve golf bij.



Figuur 70 Banjo, cello en viool

VOORBEELDOPGAVE 3

Een fluitslang heeft een lengte van 90 cm.

Vraag: Bereken de frequentie van de grondtoon en van de 2^{de} boventoon.

Antwoord: Het is een open buis, dus de grondtoon bestaat uit een halve golf. De golflengte is dan 1,80 m. En met de geluidssnelheid van 340 m/s geldt voor de frequentie:

$$v = f \cdot \lambda \rightarrow 340 = f \times 1,80 \rightarrow f = 1,9 \cdot 10^2 \text{ Hz}$$

Bij de 2^{de} boventoon bestaat de trilling uit drie halve golflengtes. Dat geeft:

$$1\frac{1}{2} \lambda = 90 \text{ cm} \rightarrow \lambda = 0,60 \text{ m} \rightarrow$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{0,60} = 5,7 \cdot 10^2 \text{ Hz}$$

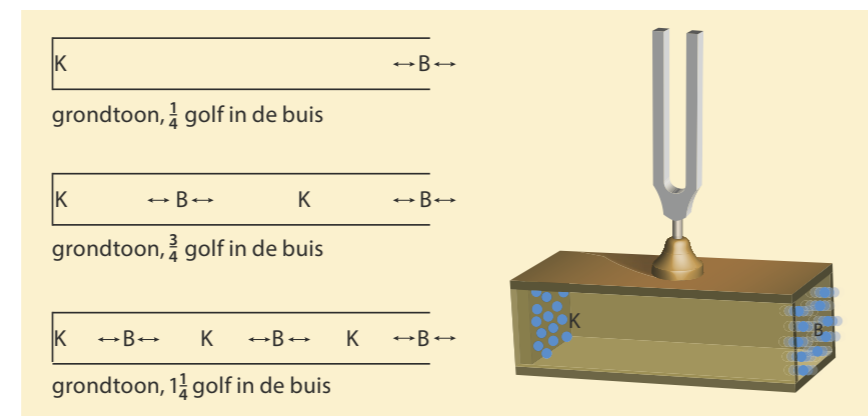
De patronen van de snaar en de open buis zijn bijna gelijk, alleen zijn de knopen en buiken omgewisseld. Bij de grondtoon past er een halve golflengte in de snaar of in de buis. Bij de 1^{ste} boventoon is de lengte van de snaar of de buis gelijk aan 1 golflengte. Bij de 2^{de} boventoon is de lengte van de snaar of de buis gelijk aan $1\frac{1}{2}$ golflengte, enzovoort. Voor de n^{de} boventoon van een snaar en een open buis geldt dus de formule:

$$\ell = n \cdot \frac{1}{2} \lambda \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

Hierin is ℓ de lengte van de snaar of de open buis (in m), n het nummer van de toon (waarbij $n = 1$ bij de grondtoon, $n = 2$ bij de 1^{ste} boventoon, $n = 3$ bij de 2^{de} boventoon enzovoort) en λ de golflengte (in m).

In figuur 72 zie je een klankkast die aan één zijde open is, een éénzijdig gesloten buis. Bij resonantie beweegt de lucht in deze éénzijdig gesloten buis als een longitudinale staande golf. Bij het dichte uiteinde kunnen de luchtdeeltjes niet vooruit of achteruit, daar zit een knoop. En bij het open uiteinde bevindt zich een buik. De grondtoon bestaat dus uit een kwart golf. Ook hier komt er bij elke boventoon een halve golf bij.

De frequentie van de 1^{ste} boventoon van een éénzijdig gesloten buis is dus niet twee keer zo hoog maar drie keer zo hoog als de grondtoon, omdat de golflengte drie keer zo klein is. En de 2^{de} boventoon is vijf keer zo hoog als de grondtoon.



Figuur 72 In een aan één kant gesloten buis bestaat de grondtoon uit een kwart golf.

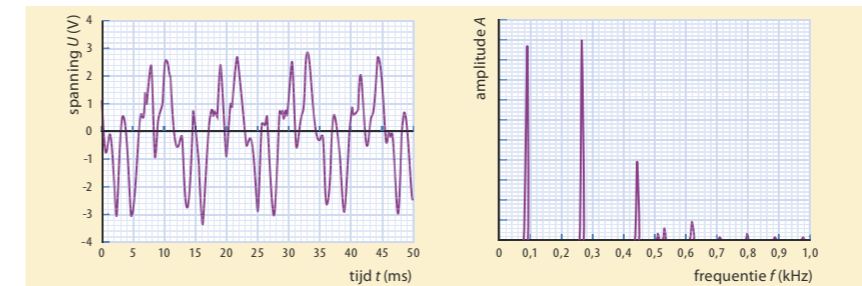
Voor de n^{de} boventoon van een **éénzijdig gesloten buis** geldt dus de formule:

$$\ell = (2n - 1) \cdot \frac{1}{4} \lambda \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

Hierin is ℓ de lengte van de éénzijdig gesloten buis (in m), n het nummer van de toon en λ de golflengte (in m).

Frequentiespectrum

Eenzelfde noot, dat wil zeggen met dezelfde frequentie van de grondtoon, klinkt toch verschillend als hij gespeeld wordt op verschillende muziekinstrumenten. Het zijn de boventonen die het verschil maken. Welke boventonen meeklinken en hoe luid, zie je in een diagram van de amplitude tegen de frequentie, een *frequentiespectrum*. Uit een geregistreerd oscillogram kan een computerprogramma, bijvoorbeeld *Signaalanalyse* van Coach, zo'n frequentiespectrum berekenen. Zie figuur 73. Je ziet dan welke frequenties in het signaal voorkomen en hoe groot de amplitudes zijn van die verschillende boventonen.



Figuur 73 Oscillogram en frequentiespectrum van een toon van een muziekinstrument

- 59** De paragraafvraag is: Wat zijn staande golven en welke eigenschappen hebben ze? Wat is het antwoord op deze vraag?
- 60** De frequentie van de grondtoon van een snaar is 110 Hz. De golfsnelheid in de snaar is 220 m/s.
- Bereken de golflengte.
 - Bereken de lengte van de snaar.
 - Leg uit dat de 1^{ste} boventoon een frequentie van 220 Hz heeft.
 - Hoe groot zijn de frequenties van de 2^{de} en 3^{de} boventoon?
- 61** Bij een gitaarsnaar wordt de toon hoger door de snaar ergens vast te drukken met een vinger.
- Leg met behulp van een formule uit dat de frequentie (van de grondtoon) omgekeerd evenredig is met de lengte van de snaar.
 - Geldt ook voor een trombone dat de toon hoger wordt als het instrument wordt ingeschoven? Is de frequentie van de grondtoon omgekeerd evenredig met de lengte van de luchtkolom in het instrument? Als je een gitaarsnaar strakker spant, wordt de toon hoger.
 - Leg uit wat er dan verandert, de golfsnelheid of de golflengte. Wordt die groter of kleiner?
- 62** De laagste toon die je met een fluitslang met een lengte van 92 cm, kunt maken door de slang rond te zwaaien blijkt 370 Hz te zijn.
- Laat zien dat deze toon niet de grondtoon van de fluitslang is maar de 1^{ste} boventoon.
 - Hoe groot is de frequentie van de grondtoon? En van de 2^{de} boventoon?
 - Vul aan: Bij de 2^{de} boventoon is de golflengte keer zo klein / groot en de frequentie keer zo klein / groot als bij de grondtoon.

VOORBEELDOPGAVE 4

Een luchtkolom in een éénzijdig gesloten buis van 56 cm resonanceert bij 440 Hz.

Vraag 1: Laat aan de hand van een berekening zien of dit de grondtoon of een boventoon is.

Antwoord 1: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{440} = 0,77 \text{ m}$. In de buis past ongeveer $\frac{1}{4}$ golf als de luchtkolom in de grondtoon resonanceert. Dus als die luchtkolom ongeveer $\frac{1}{4} \times 77 = 19 \text{ cm}$ lang is. De buis is echter veel langer. Als de lucht in de buis in de 1^{ste} boventoon resonanceert, past er ongeveer $\frac{3}{4}$ golf in. Dan is de luchtkolom ongeveer $\frac{3}{4} \times 77 = 58 \text{ cm}$ lang en dat klopt wel. De lucht in de buis resonanceert dus in de 1^{ste} boventoon.

Vraag 2: Bepaal de plaats van de buiken van de luchtkolom.

Antwoord 2: Er zijn dan dus buiken op $\frac{1}{4}\lambda$ en $\frac{3}{4}\lambda$ vanaf het gesloten uiteinde. Dus op $\frac{1}{4} \times 77 = 19 \text{ cm}$ en op $\frac{3}{4} \times 77 = 58 \text{ cm}$. De laatste buik ligt dus ongeveer 2,0 cm buiten de buis.

VOORBEELDOPGAVE 5

In figuur 73 zie je links een gedeelte van een oscillogram van een lage noot, gespeeld op een blaasinstrument. Rechts staat het frequentiespectrum.

Vraag: Leg uit hoe je kunt zien dat het om een aan één kant gesloten buis gaat.

Antwoord: Je ziet het aan de afstand tussen de frequentie van de grondtoon en de eerste boventoon. De grondtoon heeft een frequentie van ongeveer 0,09 kHz en de eerste boventoon heeft een frequentie van ongeveer 0,27 kHz. De frequentie van de eerste boventoon is dus drie keer zo groot als de frequentie van de grondtoon. Dat betekent dat de golflengte van de eerste boventoon drie keer zo kort is als de golflengte van de grondtoon en daaraan zie je dat het om een aan één kant gesloten buis gaat.

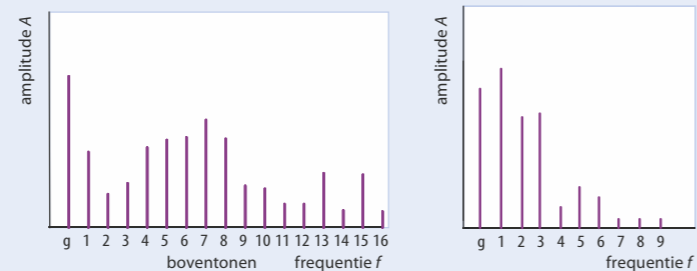
- 63** De 2^{de} boventoon van een snaar heeft een frequentie van 500 Hz. De lengte van de snaar is 1,2 m.
- Teken de knopen en buiken van de snaar bij de grondtoon en bij de 2^{de} boventoon.
 - Laat zien dat de golflengte van de 2^{de} boventoon 80 cm is.
 - Bereken de golfsnelheid in de snaar.
 - Bereken de frequentie van de grondtoon en van de 1^{ste} boventoon.

- 64** Leg uit welke beweringen waar zijn.
- Bij de 2^{de} boventoon in een eenzijdig gesloten buis is de lengte van de buis gelijk aan $\frac{3}{4}\lambda$.
 - Bij de 2^{de} boventoon in een eenzijdig gesloten buis is de lengte van de buis gelijk aan $1\frac{1}{4}\lambda$.
 - Bij de 2^{de} boventoon in een eenzijdig gesloten buis is de frequentie drie keer zo hoog als de grondtoon.
 - Bij de 2^{de} boventoon in een eenzijdig gesloten buis is de frequentie twee keer zo hoog als de grondtoon.

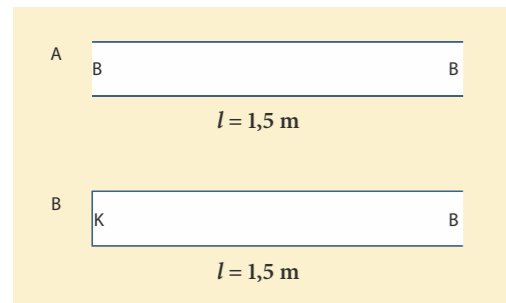
- 65** In figuur 74A zie je een open buis. De geluidssnelheid is 340 m/s.
- Leg uit dat bij deze buis de golflengte van de grondtoon 3,0 m is.
 - Bereken de frequentie van de grondtoon van deze buis.
 - Bereken de frequentie van de 1^{ste} en de 2^{de} boventoon.
- 66** In figuur 74B zie je een eenzijdig gesloten buis. De geluidssnelheid is 340 m/s.
- Bereken bij deze buis de golflengte van de grondtoon.
 - Bereken de frequentie van de grondtoon van deze buis.
 - Bereken de frequentie van de 1^{ste} en de 2^{de} boventoon.

- 67** Een mondharmonica heeft achter elk gaatje een metalen lipje dat aan één kant vast zit. Als een speler lucht door een gaatje blaast, trilt het lipje in de grondtoon. Als het lipje van figuur 75 in de grondtoon trilt, geeft het een toon van 392 Hz. Behalve de grondtoon, laat het lipje ook de eerste boventoon horen.
- Teken de posities van de knopen en buiken in het lipje bij de grondtoon en bij de eerste boventoon.
 - Bereken de golfsnelheid in het metalen lipje.
 - Bereken de frequentie van de 1^{ste} boventoon.
- Naar examen vwo, 2009-I, opgave 1*

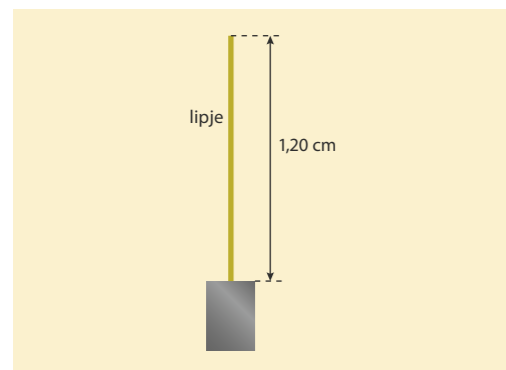
- 68** In figuur 76 zie je het frequentiespectrum van een toon die een viool en een piano laten klinken. De frequentie van de grondtoon g is gelijk.
- Leg uit of op beide instrumenten dezelfde muzieknoot gespeeld wordt.
 - Leg uit waardoor de klank(kleur) van beide instrumenten verschillend is.



Figuur 76 Het frequentiespectrum van een viool (links) en een piano (rechts)



Figuur 74 Twee luchtkolommen



Figuur 75 Metalen lipje van een mondharmonica

- 69** *Sopraansaxofoon*
Mauro onderzoekt de toonvorming van een sopraansaxofoon. Zie figuur 77. Bij het open uiteinde zal wel een buik zijn, maar hoe zit het bij het mondstuk? Is dat een gesloten uiteinde of toch niet (helemaal)? Hij overweegt twee mogelijkheden:
- Een sopraansaxofoon is een eenzijdig gesloten buis.
 - Een sopraansaxofoon is een open buis.
- Om deze mogelijkheden te onderzoeken, registreert hij de toon met alle kleppen dicht. Zie figuur 78. De sopraansaxofoon is 66 cm lang.
- Toon aan dat geen van beide hypothesen bevestigd wordt door de gegevens van figuur 78 in combinatie met de lengte van de sopraansax.
 - Leg aan de hand van figuur 79 uit dat mogelijkheid B het meest gesteund wordt.

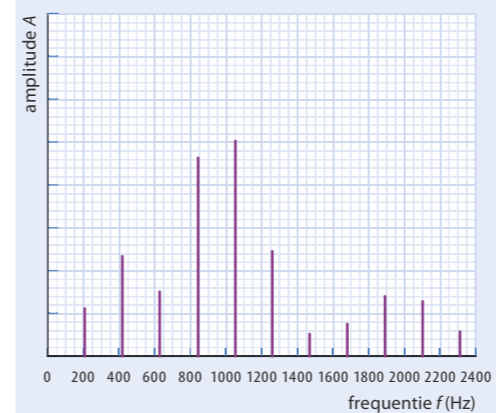
Het lijkt erop dat mogelijkheid B klopt, maar de grondfrequentie klopt niet. Daarom gaat Mauro verder zoeken en vindt hij een theorie die zegt dat een saxofoon een conische buis heeft. Dat wil zeggen dat de buis een deel van een kegel is. Zie figuur 80. Deze figuur is op schaal. Voor de grondtoon van een conische buis geldt:

$$\lambda = 2 \cdot l_{\text{ak}}$$

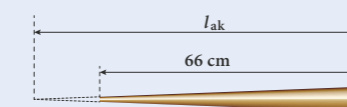
Hierin is λ de golflengte van de grondtoon (in m) en l_{ak} de akoestische lengte van de conische buis (in m). Deze akoestische lengte kan verkregen worden door de lengte van de buis te bepalen tot het denkbeeldige punt waar de diameter van de buis gelijk is aan nul.

- Laat zien of uit metingen van figuur 80 blijkt dat een sopraansaxofoon een 'conische buis' is.

Bron: examen vwo 2010-II, opgave 1



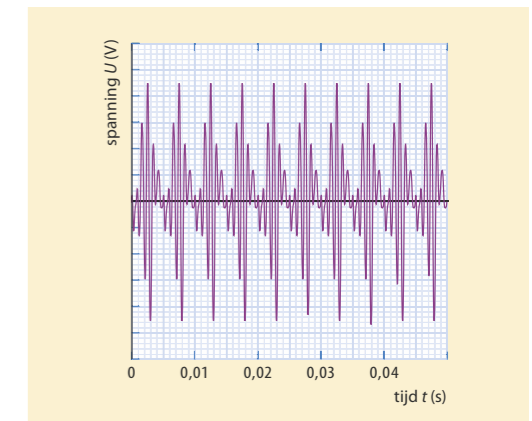
Figuur 79 Frequentieverdeling van een toon van een saxofoon



Figuur 80 Een conische buis van een saxofoon



Figuur 77 Sopraansaxofoon



Figuur 78 Registratie van de sopraansaxofoon



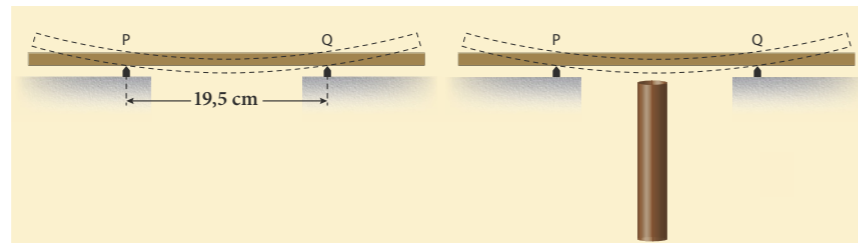
Figuur 81 Xylofoon

70 Een xylofoon bestaat uit een metalen frame waarop hardhouten klankstaven liggen. De klankstaven brengen een toon voort als je er met een xylofoonstok op slaat. Onder de klankstaven hangen resonantiebuizen die het geluid versterken. Zie figuur 81. Eén van de klankstaven steunt op de plaatsen P en Q op het frame. Zie figuur 82.

Wanneer de klankstaaf in het midden wordt aangeslagen, ontstaat in de staaf een staande transversale golf met knopen in de punten P en Q. De lengte PQ is 19,5 cm. Deze klankstaaf brengt bij kamertemperatuur een toon voort met een frequentie van 440 Hz.

- Bereken de voortplantingssnelheid van de transversale golven in deze staaf. De resonantiebuizen die onder de klankstaven hangen, zijn aan de bovenkant open en aan de onderkant gesloten. Zie figuur 83. Na het aanslaan van een klankstaaf ontstaat in de lucht van de bijbehorende resonantiebuis een staande longitudinale golf met 1,3 cm boven de buis een buik. De frequentie van de grondtoon van de resonantiebuis is gelijk aan de frequentie van de klankstaaf. De temperatuur is 20 °C.
- Bereken de lengte van de resonantiebuis die onder de klankstaaf van 440 Hz hangt.

Bron: examen vwo 1, 2008-I, opgave 3



Figuur 82 Een klankstaaf

Figuur 83 De resonantiebuis

Oefenen B

Bekijk of je de belangrijkste onderwerpen van paragraaf 7.2 t/m 7.4 begrepen hebt.

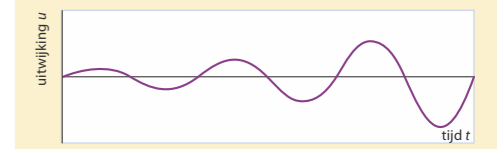
7.5 Verdieping

Resonantie en demping

Als op een trillend voorwerp steeds op het juiste moment een kracht in de juiste richting wordt uitgeoefend, neemt de amplitude van de trilling toe. Er is dan sprake van *resonantie*. Een voorbeeld is een slinger of een massa-veersysteem, waarbij het trillende voorwerp steeds in de evenwichtsstand van buitenaf een duw in de bewegingsrichting krijgt. Een ander voorbeeld is het optreden van resonantie bij twee stemvorken met dezelfde eigenfrequenties: als de ene stemvork is aangeslagen, gaat de tweede stemvork meetrillen.

Bij resonantie kan de trillingsenergie snel toenemen, maar alleen als er voortdurend van buitenaf energie wordt toegevoerd. Meestal is er wrijving waardoor trillingsenergie ook verloren gaat, dat heet *demping*. Bij een trillend systeem met demping neemt de amplitude niet verder meer toe wanneer per periode het verlies van energie door demping even groot is geworden als de toegevoerde energie.

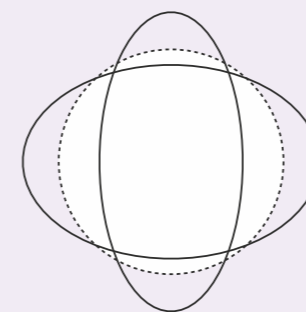
Als het toegevoerde vermogen groot is en de demping klein, kan een trillend systeem door resonantie zelfs kapot gaan. Het kristallen wijnglas van figuur 85 is met een toongenerator en luidspreker kapot getrild. Dat is gelukt met voldoende vermogen uit de luidspreker en met precies de eigenfrequentie van het wijnglas.

Figuur 84 Het u,t -diagram van een resonerende trilling zonder demping

Figuur 85 Door resonantie geknapt

WIJNGLASORGEL

Een wijnglas kan trillen als een soort stemvork. De bovenrand vervormt dan van ovaal via cirkel naar ovaal en weer terug (zie figuur 86a). Door met een natte vinger over de rand van een wijnglas te wrijven, kun je het laten klinken. De trillende wand van het glas brengt dan het geluid voort. De eigenfrequentie hangt af van de grootte van het glas, de dikte van het glas en het soort glas. Met een hele reeks wijnglazen met de juiste eigenfrequenties kun je zo een compleet orgel maken (zie figuur 86b).



Figuur 86a Bovenaanzicht van een zingend wijnglas, overdreven getekend



Figuur 86b Op de vlooiemarkt in Madrid wordt een liedje gespeeld op een wijnglasorgel.

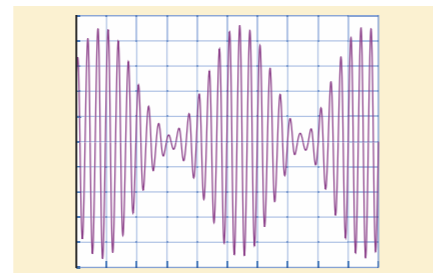
- 71** Om een wijnglas te laten knappen met behulp van een toongenerator en een luidspreker, moet de luidspreker vanaf de zijkant op het glas gericht worden. Leg uit dat er op die manier 'steeds op het juiste moment een kracht in de juiste richting' kan worden uitgeoefend.

Experiment 11: Interferentiepatronen bij watergolven

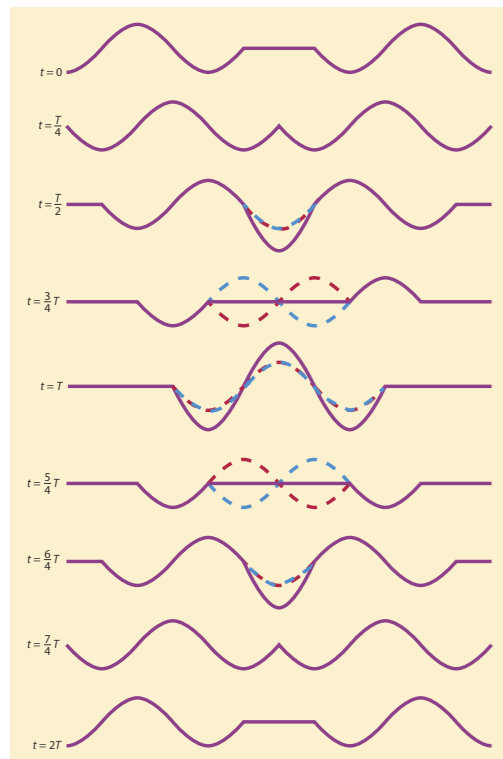
- 72** Bij het stemmen van een piano kan de pianostemmer een stemvork gebruiken. Bijvoorbeeld de stemvork van 440 Hz voor het stemmen van de a¹-snaar. Hij kan daarbij twee verschillende methoden toepassen:
- A Resonantie: de pianostemmer houdt de stemvork bij zijn oor, slaat de pianosnaar aan en dempt hem dan meteen weer.
- B Zweving: de pianostemmer slaat de stemvork aan, houdt hem bij zijn oor en slaat ook de pianosnaar aan.
- a Leg uit wat de pianostemmer hoort bij methode A en leg uit hoe hij met behulp van resonantie de snaar kan stemmen.
- b Leg uit wat de pianostemmer hoort bij methode B en hoe hij met behulp van zwevingen de snaar kan stemmen.



Figuur 87 Een piano stemmen



Figuur 88 Een oscillogram van een zweving is een interferentiepatroon in de tijd.



Figuur 89 De uiteinden van het koord hebben allebei $1\frac{1}{2}$ trilling op en neer uitgevoerd. Waar beide lopende golven 'door elkaar lopen', is de uitwijking van het koord de wiskundige som van de uitwijkingen van beide niet waar te nemen lopende golven.

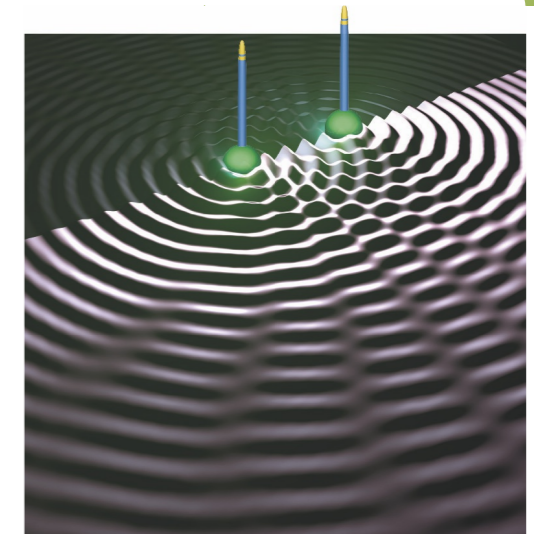
Interferentie

Zweving van geluid ontstaat doordat er bij je oor (of bij een microfoon) geluidsgolven aankomen vanuit twee bronnen die een klein beetje verschillen in frequentie. Daardoor varieert het faseverschil tussen de aankomende golven langzaam in de tijd. Als de golven van de twee geluidsbronnen in fase bij je oor aankomen, is de resulterende uitwijking maximaal en hoor je een harder geluid. Komen de twee verschillende geluidsgolven in tegenfase aan, dan is de uitwijking minimaal en hoor je een zwakker geluid. De uitwijking bij de ontvanger is de wiskundige som van de (denkbeeldige) uitwijkingen van beide niet meer waar te nemen golven. Dit wordt het *superpositiebeginsel* genoemd en de samenwerking van verschillende golven heet *interferentie*.

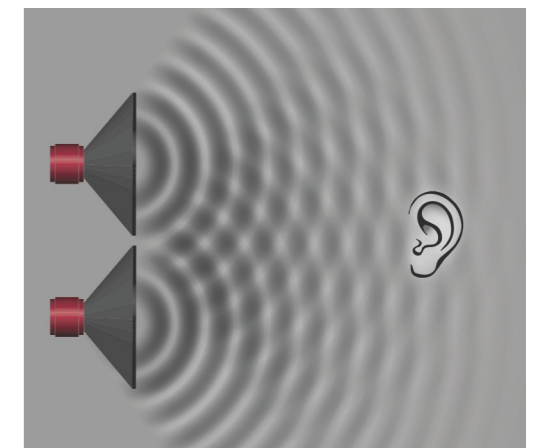
Ook staande golven in een koord, snaar of luchtkolom ontstaan door de interferentie van heen-en-weer gaande lopende golven. Een staande golf kun je beschrijven met het superpositiebeginsel. Je ziet niets 'lopen', het is een puur wiskundige beschrijving van de werkelijkheid, die berekeningen mogelijk maakt. Zie ook figuur 89.

Een interferentiepatroon kun je eveneens zien bij watergolven van twee bronnen die simultaan trillen. De golven lopen door elkaar en op sommige plekken zie je knopen ontstaan, waar het water bijna niet trilt. Op andere plekken ontstaan buiken, waar de golven maximaal zijn. Er ontstaat dan een *interferentiepatroon* van 'buiklijnen' en 'knooplijnen'. Waar de afstand tot de ene bron $\frac{1}{2}\lambda$ groter is dan tot de andere bron (of $1\frac{1}{2}\lambda$, $2\frac{1}{2}\lambda$, enzovoort), komen de golven altijd uit fase aan en werken elkaar dus voortdurend maximaal tegen. Is op een bepaald punt de afstand tot de ene bron precies gelijk aan die tot de andere bron of precies een geheel aantal keren de golflengte groter, dan versterken de aankomende golven elkaar daar voortdurend. Twee dobbers die precies gelijk trillen op een wateroppervlak, maken zo'n interferentiepatroon zichtbaar. Zie figuur 90.

- 73** Interferentie treedt op waar golven door elkaar heen lopen. De golven kunnen elkaar dan versterken, als ze in fase in een punt aankomen of verzwakken als ze in tegenfase aankomen.
- a Leg uit waar en gedurende hoeveel tijd er in figuur 89 knopen zijn.
- b Leg uit dat zweving ook een vorm van interferentie is.
- In figuur 90 zie je het interferentiepatroon dat ontstaat bij twee identiek trillende dobbers. In deze figuur zie je een aantal knooplijnen.
- c Waaraan kun je in figuur 90 een knooplijn herkennen?
- d Komen de golven op een knooplijn in fase of in tegenfase aan?
- 74** In figuur 91 zie je het interferentiepatroon van twee speakers die op dezelfde bron zijn aangesloten.
- a Leg uit dat op de plek van het oor (midden tussen de speakers) de golven elkaar voortdurend versterken.
- Bij de bovenkant van het oor zie je in de figuur een knooplijn.
- b Leg uit waardoor de golven op deze knooplijn in tegenfase aankomen.
- c Hoe groot is het faseverschil tussen de aankomende golven op deze knooplijn?
- Boven deze knooplijn zie je nog twee knooplijnen.
- d Hoe groot is het faseverschil tussen de aankomende golven op deze knooplijnen?



Figuur 90 Interferentiepatroon bij watergolven veroorzaakt door twee identiek trillende dobbers



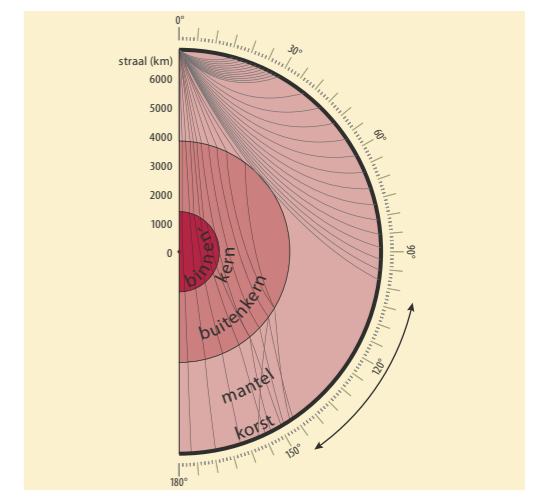
Figuur 91 Interferentiepatroon in de ruimte bij geluidsgolven

Aardbevingsgolven

Golven door een koord planten zich ééndimensionaal voort (langs een lijn), zee- golven tweedimensionaal (over een vlak), maar aardbevingsgolven kunnen zich driedimensionaal voortplanten (door een ruimte). Bij een aardbeving wordt gesteente met een schok in trilling gebracht, waardoor er zich vanuit dat centrum bolvormige golven verspreiden in de aarde. En ook oppervlaktgolven langs het aardoppervlak.

Golven door de aarde zijn er in twee soorten: transversaal en longitudinaal, elk met een eigen snelheid. De aardbevingsgolven die het eerste aankomen, de *P-golven* (van primair), zijn longitudinaal. De aardbevingsgolven die iets later aankomen, de *S-golven* (van secundair), zijn transversaal. Transversale golven kunnen zich alleen voortplanten in een vaste stof of aan het oppervlak van een vloeistof. Voor longitudinale golven geldt deze beperking niet: deze golven kunnen zich voortplanten in een vaste stof, in een vloeistof en in een gas.

Doordat in de aarde de golfsnelheid toeneemt met de diepte, lopen aardbevingsgolven langs gekromde lijnen. Op een waarnemingsstation registreert een seismograaf de aankomst van de golven. Uit een grote verzameling van zulke registraties is het kern/ mantel-model van de aarde afgeleid. Zie figuur 92. In dit model is de aarde verdeeld in een kern, een mantel en een heel dunne korst. De binnenkern bestaat uit vaste metalen, de buitenkern uit vloeibare metalen en de mantel uit vast gesteente. De (longitudinale) P-golven planten zich voort door de vaste mantel, de vloeibare kern en de vaste kern. De (transversale) S-golven kunnen zich alleen door de vaste mantel voortplanten. Daardoor ontstaat 'achter' de kern een 'schaduwzone' voor S-golven. Waarnemingsstations aan de andere kant van de aarde registreren dan alleen P-golven. Uit de hoek van de schaduwzone voor S-golven kan de diameter van de vloeibare aardkern worden bepaald.



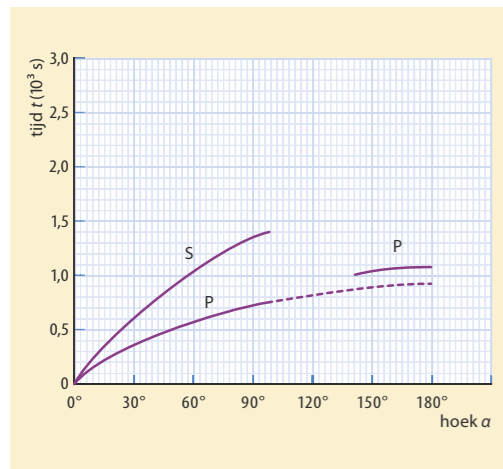
Figuur 92 Model van de aarde met golfstralen van een beving

75 Op heel veel plaatsen op aarde worden in seismografische stations aardbevingen geregistreerd. In het diagram van figuur 93 is voor een groot aantal stations de looptijd weergegeven van de golven na een aardbeving. De plaats van een waarnemingsstation W is in het diagram weergegeven in de vorm van een hoek α ten opzichte van de plaats A van de aardbeving, zoals weergegeven in figuur 94.

- Bepaal uit figuur 94 de afstand (ongeveer) die de golven door de aarde afleggen naar een station op 90° . Leg uit hoe je dat doet.
- Bepaal nu met behulp van het diagram van figuur 93 de gemiddelde golfsnelheid van de P-golven en de S-golven in de mantel van de aarde.
- Leg uit dat een verwoestende aardbeving op de Filippijnen niet werd opgemerkt in Lissabon, maar wel in Paramaribo.
- Laat zien dat een verwoestende aardbeving in Nieuw-Zeeland 18 minuten later geregistreerd werd in Lissabon.

Uit het diagram van figuur 93 blijkt dat er geen S-golven aankomen op waarnemingsstations waarvoor hoek α groter is dan 103° .

- Leg in eigen woorden uit dat dit een sterke aanwijzing is dat de buitenkern van de aarde vloeibaar is.

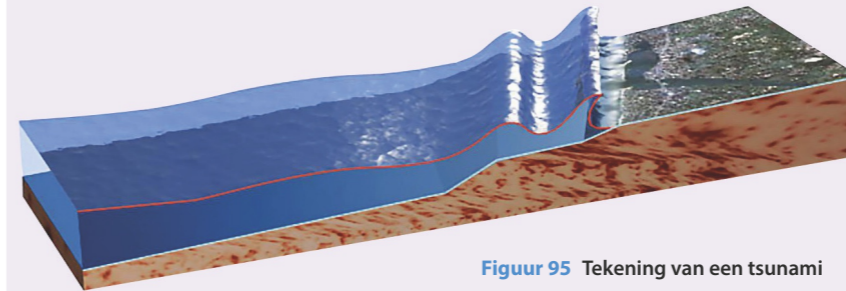


Figuur 94 Positie van het epicentrum (A) en de waarnemer

Figuur 93 Looptijd t van P- en S-golven

TSUNAMI

Een tsunami ontstaat bij een zeebeving. Ergens op aarde gaat dan een stuk van de oceanabodem op en neer. Dit veroorzaakt golven die op de open oceaan slechts enkele decimeters hoog zijn, maar een golflengte kunnen hebben van honderden kilometers. De golfsnelheid is zo groot dat, een tsunami een hele oceaan in enkele uren kan oversteken. Dichtbij de kust worden de golven minder lang en hoger. Uiteindelijk stroomt een tsunami als een enorme vloedgolf over het land. Bij een tsunami kan ook een golfdal voorop gaan. Dan begint de zee zich eerst terug te trekken, waarna binnen een kwartier tot een halfuur de verwoestende vloedgolf volgt.



Figuur 95 Tekening van een tsunami

76 De bron van een tsunami is een zeebeving. Op de oceaan hebben tsunami's een golflengte van enkele honderden kilometers. De golfsnelheid op de oceaan is ongeveer 1000 km/h.

- Maak een schatting van de frequentie van een tsunami.
- Leg uit waardoor de golflengte kleiner wordt als de golven het land naderen. In veel gevallen zakt de bodem bij een zeebeving eerst naar beneden.
- Leg uit waardoor de zee zich bij een tsunami soms eerst terugtrekt.
- Leg uit waardoor de vloedgolf bij een tsunami vele meters hoog kan zijn.

7.6 Afsluiting

Begrippenkaart

Ga na of je van elk begrip goed weet wat het betekent.

Formules, grootheden en eenheden

Noteer bij elk symbool in de formule de naam van de grootheid en de eenheid. Vermeld in welke situatie(s) de formule gebruikt wordt.

Samenvatting

Bestudeer de samenvatting.

Zelftoets

Test je kennis over dit hoofdstuk.

Keuzeonderwerpen

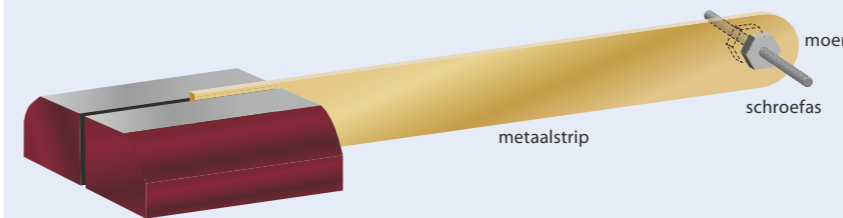
- 1 Frequentieanalyse van een muziekinstrument
- 2 Frequentieanalyse en stemherkenning
- 3 Dopplerradar
- 4 Piano stemmen

HOOFDSTUKVRAAG EN SAMENVATTING

- 77** De hoofdstukvraag is: Wat heeft geluid te maken met trillingen en golven? En hoe werkt een muziekinstrument? Geef een uitgebreid en compleet antwoord op deze vraag.
- 78** Maak een samenvatting van dit hoofdstuk door antwoord te geven op de volgende vragen:
- Wanneer is een trilling een zuivere toon?
 - Waarin verschilt een samengestelde trilling van een harmonische trilling?
 - Welke grootheden bepalen de frequentie van een trillend massa-veersysteem?
 - Welke grootheden bepalen de toonhoogte van een snaar?
 - Wat bepaalt de toonhoogte van een blaasinstrument?
 - Wanneer treedt resonantie op?
 - Wat versta je onder de (gereduceerde) fase bij een harmonische trilling?
 - Welke formule geldt voor de trillingstijd van een massa-veersysteem?
 - Hoe plant geluid zich voort door een stof?
 - Wat is de golflengte van een golf?
 - Beschrijf hoe de toonhoogte van een naderende of een zich verwijderende bron verandert door het dopplereffect.
 - Omschrijf het verschil tussen een transversale en een longitudinale golf.
 - Welke formule beschrijft het verband tussen het faseverschil, de afstand tussen twee punten en de golflengte van een golf?
 - Waarom ontstaat de klankkleur van een muziekinstrument?
 - Waar liggen knopen en buiken bij de grondtoon
 - in een snaar?
 - in een open buis?
 - in een eenzijdig gesloten buis?

EINDOPGAVEN

- 79** Een metalen strip is aan één uiteinde ingeklemd. Aan het vrije uiteinde van de strip wordt nu een as met schroefdraad bevestigd, zoals in figuur 96. De strip wordt in trilling gebracht door het vrije uiteinde een zetje te geven. De trillende massa van strip plus schroefas is 15 g. Op de schroefas worden vervolgens metalen ringen vastgeschroefd. Daardoor verandert de trillingstijd T van het systeem. De meetresultaten van de massa van de ringen m_r en de periode T staan in de tabel van figuur 97.



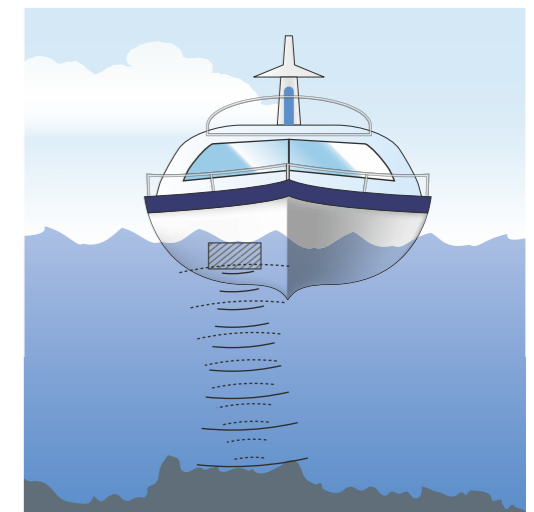
Figuur 96 Bladveer

- Bereken aan de hand van de eerste meting (zonder ringen) de veerconstante van dit massa-veersysteem. Bij drie ringen is de totale trillende massa vijf keer zo groot als zonder ringen, maar de trillingstijd is niet vijf keer zo groot geworden.
- Bereken met welke factor de trillingstijd is toegenomen.
- Leg uit dat die factor in overeenstemming is met de theorie. Om het verband tussen de trillingstijd en de totale massa te onderzoeken, wordt coördinatentransformatie toegepast. Langs de verticale as wordt de trillingstijd T uitgezet.
- Leg uit welke grootheid dan langs de horizontale as moet worden uitgezet.

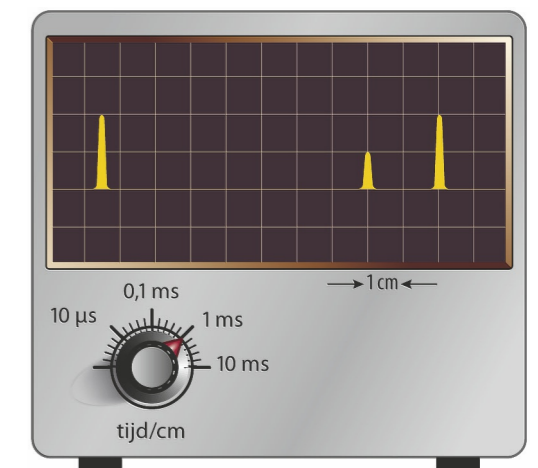
- 80** Sonar wordt gebruikt voor het bepalen van de diepte van de zeebodem, het opsporen van scholen vis, onderzeeboten, enzovoort. Het systeem werkt met geluidspulsen die onder water worden uitgezonden. Het geluid wordt teruggekaatst door voorwerpen onder water of door de zeebodem. Het teruggekaatste geluid, de echo, wordt opgevangen met een onderwatermicrofoon. In de situatie van figuur 98 wordt de diepte van de zeebodem bepaald met een sonarinstallatie vanaf een boot. Op het computerscherm (figuur 99) zie je twee uitgezonden geluidspulsen en een ontvangen echo.
- Leg uit waardoor de amplitude van de puls van de echo kleiner is dan van de uitgezonden puls.
 - Bepaal de diepte van de zeebodem bij de meting van figuur 99.
 - Bepaal de maximale diepte die met de instelling van de sonarinstallatie van figuur 99 gemeten kan worden.
 - Geef aan wat er aan de instelling van de sonarinstallatie veranderd moet worden om tot op grotere diepte te kunnen meten.

m_r (g)	T (s)
0	0,30
20	0,44
40	0,55
60	0,65
80	0,73

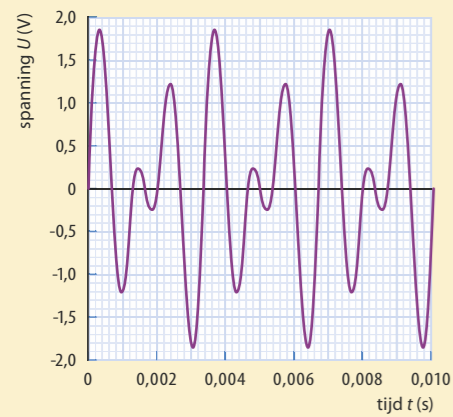
Figuur 97



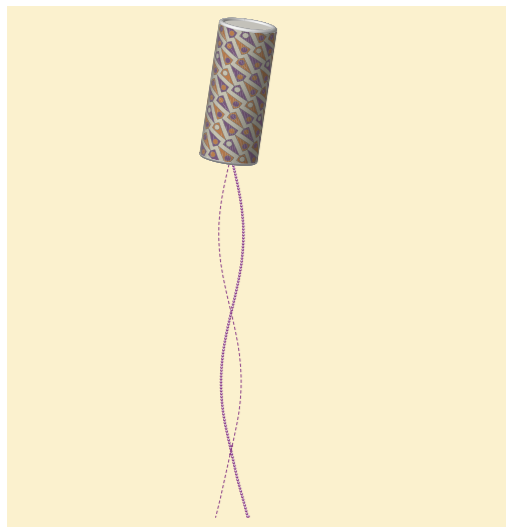
Figuur 98 Dieptemeting met sonar



Figuur 99 Schermbeeld van sonarmeting



Figuur 100 Oscillogram van de springdrum



Figuur 101 Uiterste standen tijdens het schudden van de springdrum

81 Springdrum

Een 'springdrum' is een muziekinstrument bestaande uit drie delen: een holle koker, een vel en een lange spiraalveer. Door de koker met de hand te schudden, geeft de springdrum geluid. Sandra doet onderzoek naar de springdrum en legt het geluid van het instrument vast met een microfoon en een computer. Dit levert het oscillogram van figuur 100 op. Daaruit volgt dat de grondfrequentie van dit geluid $3,0 \cdot 10^2$ Hz is.

a Toon dat aan.

Sandra ziet dat tijdens het schudden van de springdrum een transversale staande golf ontstaat in de spiraalveer. Zie figuur 101. De veer heeft een massa van 15 g, is 46 cm lang en heeft een veerconstante van 128 N/m. In de tekening zijn de uiterste standen van de veer schematisch weergegeven. De snelheid van de transversale golf in de veer bedraagt $2,0 \text{ m s}^{-1}$. Haar hypothese is nu dat de trilfrequentie van de veer gelijk is aan de grondfrequentie van het geluid dat de springdrum voortbrengt.

b Maak met behulp van figuur 101 een schatting van de golflengte in de veer en toon daarmee aan dat de hypothese van Sandra onjuist is.

Het blijkt dus dat de schudfrequentie (die de veer in trilling brengt) niet gelijk is aan de grondfrequentie van het geluid. Sandra bedenkt dat er tijdens het schudden van de koker ook een longitudinale golf in de veer ontstaat. Ze denkt dat deze longitudinale golf het vel van de drum in trilling brengt.

c Geef een argument waarom het logischer is dat een longitudinale golf in de veer het vel in trilling brengt, dan een transversale golf.

In de veer ontstaan meerdere longitudinale golven overeenkomend met de grondtoon en een aantal boventonen. We gaan ervan uit dat bij het vel een knoop zit. Eén van de boventonen in de veer komt overeen met de grondtoon van 300 Hz van de luchtkolom in de koker. Voor de golfsnelheid van een longitudinale golf in een veer geldt:

$$v_L = \ell \cdot \sqrt{\frac{C}{m}}$$

Hierin is: v_L de golfsnelheid (in m s^{-1}), ℓ de lengte van de veer (in m), C de veerconstante (in N m^{-1}) en m de massa van de veer (in kg).

d Bereken met behulp van deze gegevens welke boventoon (1^{ste}, 2^{de}, enzovoort) van de longitudinale golf overeenkomt met de grondtoon van 300 Hz van de luchtkolom in de koker.

Bron: examen vwo, 2013-I, opgave 3



Figuur 102 Geluidsgolven

82 In figuur 102 is schematisch een bron weergegeven die geluidsgolven uitzendt. In dezelfde figuur zie je de verdichtingen en verdunningen die zich naar rechts verplaatsen.

In de punten P en Q wordt het geluid waargenomen met behulp van twee microfoons.

a Leg aan de hand van figuur 102 uit dat het faseverschil tussen P en Q groter is dan $1,0$.

In figuur 103 zie je een oscilloscoopbeeld van de signalen van P en Q. De tijdbasis van de oscilloscoop is ingesteld op $0,5 \text{ ms/hokje}$.

b Bepaal de periode van het geluid.

c Beschrijf hoe je aan het oscilloscoopbeeld kunt zien dat voor het (gereduceerd) faseverschil tussen de twee signalen geldt $\Delta\varphi = \frac{1}{4}$.

d Leg uit of de microfoon in P aangesloten is op kanaal 1 of op kanaal 2.

Deze opstelling wordt gebruikt om de geluidssnelheid in koolzuurgas (CO_2) te meten. De afstand tussen P en Q is nu 1,19 m. De frequentie van de geluidsbron is regelbaar. Bij verschillende frequenties wordt het (gereduceerd) faseverschil tussen P en Q bepaald. Zie figuur 104.

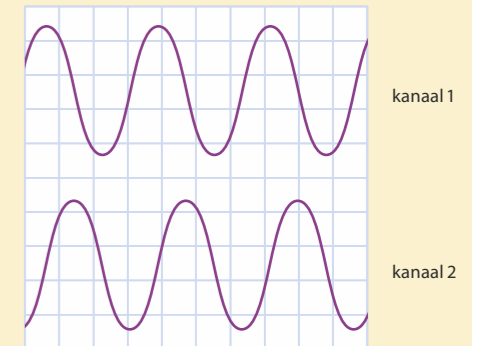
e Leg uit waardoor het (gereduceerd) faseverschil toeneemt als de frequentie groter wordt.

f Bepaal de geluidssnelheid in het koolzuurgas. Kies daartoe een geschikt punt in figuur 104, en bepaal voor dat punt het faseverschil.

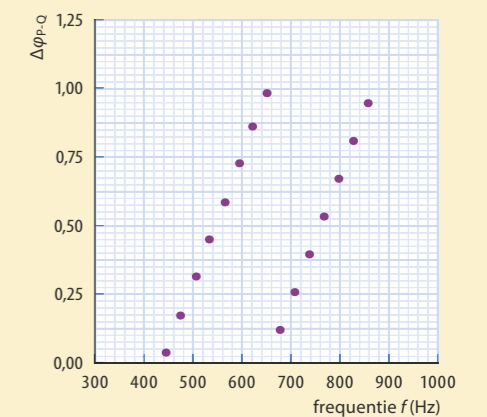
De bron wordt op een karretje gezet en beweegt met een bepaalde snelheid in de richting van de punten P en Q.

g Beschrijf hoe het geluid dat wordt waargenomen in de punten P en Q verandert.

Naar examen vwo (pilot), 2011-II, opgave 5



Figuur 103 Oscilloscoopbeeld



Figuur 104 (Gereduceerd) faseverschil tussen P en Q

Leerdoelen en begrippen

Ga voor jezelf na of je de leerdoelen al hebt bereikt. Vink de leerdoelen die je hebt bereikt af en geef aan wat je gaat doen met de uitleg en opdrachten waarmee je nog moeite hebt.

PARAGRAAF 7.2 GELUID, TRILLINGEN EN ZUIVERE TONEN

Ik kan:	Acties:
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: trilling, geluidssnelheid, echo, geluidsterkte, toonhoogte, frequentie, uitwijking, amplitude, resonantie, oscillogram, u,t -diagram, trillingstijd (of periode), zuivere toon, electrocardiogram, harmonische trilling, samengestelde trilling, grondtoon, eigenfrequentie, massa-veersysteem.	<input type="radio"/>
beschrijven welk verband er is tussen de frequentie van de trilling van een geluidsbron en de toonhoogte van het geluid.	<input type="radio"/>
beschrijven welk verband er is tussen de amplitude van de trilling van een geluidsbron en de geluidsterkte.	<input type="radio"/>
uitleggen hoe een klankkast het geluid versterkt.	<input type="radio"/>
uit het u,t -diagram van een trilling afleiden of er sprake is van een harmonische trilling.	<input type="radio"/>
uit een u,t -diagram, cardiogram of oscillogram bepalen hoe groot de trillingstijd en de amplitude zijn.	<input type="radio"/>
uitleggen (en in een dynamisch model laten zien) wanneer de teruggedrijvende kracht in een trillend systeem zorgt voor een harmonische trilling.	<input type="radio"/>
met een dynamisch model de eigenschappen van een trilling onderzoeken.	<input type="radio"/>
berekeningen maken en redeneren met de formule voor de frequentie: $f = \frac{1}{T}$.	<input type="radio"/>
berekeningen maken en redeneren met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$.	<input type="radio"/>
berekeningen maken en redeneren met de formules voor de veerkracht en de uitwijking bij een harmonische trilling: $\vec{F}_v = -C \cdot \vec{u}$ en $u(t) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$.	<input type="radio"/>
berekeningen maken en redeneren met de formule voor de maximale snelheid bij een harmonische trilling: $v_{\max} = \frac{2\pi \cdot A}{T}$.	<input type="radio"/>

PARAGRAAF 7.3 LOPENDE GOLVEN

Ik kan:	Acties:
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: lopende golf, geluidsgolf, voortplantingssnelheid (of golfsnelheid), golflengte, longitudinale golf, verdichting, verdunning, transversale golf, golfberg, golfdal, dopplereffect, fase, gereduceerde fase, faseverschil, u,x -diagram.	<input type="radio"/>
uitleggen hoe de waargenomen golflengte en frequentie van een golf veranderen als bron en ontvanger ten opzichte van elkaar bewegen.	<input type="radio"/>
uit een u,t -diagram bepalen hoe groot de (gereduceerde) fase op een bepaald tijdstip en het faseverschil tussen twee tijdstippen zijn.	<input type="radio"/>
uit een u,x -diagram van een lopende golf bepalen hoe groot de amplitude en de golflengte zijn.	<input type="radio"/>
uit het u,x -diagram van een lopende golf bepalen in welke richting een willekeurig punt van de golf beweegt.	<input type="radio"/>
uit het u,x -diagram van een lopende golf bepalen hoe groot de (gereduceerde) fase van een punt van de golf en het faseverschil tussen twee punten van de golf zijn.	<input type="radio"/>
berekeningen maken en redeneren met de formule voor de voortplantingssnelheid van een golf: $v = f \cdot \lambda$.	<input type="radio"/>
berekeningen maken en redeneren met de formules voor de faseverandering van een trillend punt tussen twee tijdstippen en het faseverschil tussen twee punten van een golf: $\Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T}$ en $\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda}$.	<input type="radio"/>

PARAGRAAF 7.4 STAANDE GOLVEN

Ik kan:	Acties:
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: staande golf, buik, knoop, grondtoon, boventonen, klankkleur, frequentiespectrum.	<input type="radio"/>
staande golven in een snaar en een open buis schetsen als patroon van knopen en buiken, rekening houdend met het verband tussen snaar- of buislengte en golflengte: $l = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$ met $n = 1, 2, 3, \dots$	<input type="radio"/>
staande golven in een trillende linaal en een half-open buis schetsen als patroon van knopen en buiken, rekening houdend met het verband tussen linaal- of buislengte en golflengte: $l = (2n - 1) \cdot \frac{1}{4} \lambda$ met $n = 1, 2, 3, \dots$	<input type="radio"/>
de golflengte en frequentie bepalen van de grondtoon en de boventonen van een snaar en van een luchtkolom in een buis aan de hand van het patroon van knopen en buiken.	<input type="radio"/>

8 Elektromotor en dynamo

Elektromagnetisch veld

8.1	Introductie	57
8.2	Magnetische velden	60
8.3	Lorentzkracht	67
8.4	Elektromagnetische inductie	74
8.5	Verdieping	84
8.6	Afsluiting	87
	Lerendoelen en begrijpen	92

Elektromotor en dynamo

8.1 Introductie

Elektrische fietsen maken gebruik van elektromotoren waar sterke magneten in zitten. In een luidspreker worden elektrische signalen omgezet in trillingen van de lucht, doordat een spoel om een sterke magneet trilt. Hoe ontstaat een beweging door een elektrische stroom en een magneet?

De krachtwerking-op-afstand van een magneet op een andere magneet of op een stroomdraad kun je beschrijven met behulp van een magnetisch veld. Wat is een magnetisch veld en wat kun je met die beschrijving?

Elektrische stroom wordt opgewekt door een dynamo, bijvoorbeeld van een fiets. In een elektriciteitscentrale gebeurt dat door een generator, een heel grote dynamo. Hoe ontstaat elektrische stroom door beweging van (stroom)draden en magneten?

HOOFDSTUKVRAAG

Wat is een magnetisch veld en hoe werken elektromotoren en dynamo's?

Magnetisme en elektriciteit hangen zo sterk samen, dat vaak de verzamelnaam *elektromagnetisme* wordt gebruikt. In dit hoofdstuk staan de volgende vragen centraal:

- Wat is een magnetisch veld en welke vorm heeft het bij een staafmagneet, een spoel en een rechte stroomdraad? (paragraaf 8.2)
- Wat zijn de eigenschappen van de kracht die een elektromotor en een luidspreker doet bewegen? (paragraaf 8.3)
- Hoe leidt het ronddraaien van een dynamo tot het opwekken van spanning en stroom? (paragraaf 8.4)

INLEIDING

Magnetisme

Een magneet die vrij kan draaien, bijvoorbeeld doordat hij aan een touwtje hangt, richt zich altijd met één en dezelfde kant naar het noorden. Die kant van de magneet wordt de *noordpool* van de magneet genoemd. Elke magneet heeft twee verschillende uiteinden, een *noordpool* en een *zuidpool*. Wanneer je twee magneten met de noordpolen of met de zuidpolen bij elkaar houdt, stoten ze elkaar af. Maar als je de noordpool van de ene magneet bij de zuidpool van de andere in de buurt houdt, trekken ze elkaar aan. Die *magnetische krachtwerking* kan dus zowel afstotend als aantrekkend zijn en is het grootst bij de polen.

Breek je een magneet in stukken, dan heeft elk stuk weer een noordpool en een zuidpool. Het is alsof een magneet gevuld is met een groot aantal kleine magneetjes, die allemaal in dezelfde richting staan.

Een ijzeren voorwerp, bijvoorbeeld een spijker, wordt aangetrokken door een magneet. In de buurt van een magneet wordt de spijker zelf een magneetje met een noordpool en een zuidpool. Wordt de magneet bij de ijzeren spijker weggehaald, dan neemt het magnetisme in de spijker af en verdwijnt weer. Gewoon ijzer wordt wel weekijzer genoemd, omdat het magnetisme niet blijvend is. Het ijzer wordt gemakkelijk gemagnetiseerd, maar het magnetisme verdwijnt ook weer gemakkelijk.

Start

Maak de vragen bij Start.



Figuur 1 Opladen van een elektrische fiets

Experiment 1: Magneten, spijkers en kompassen

Experiment 2: Relais

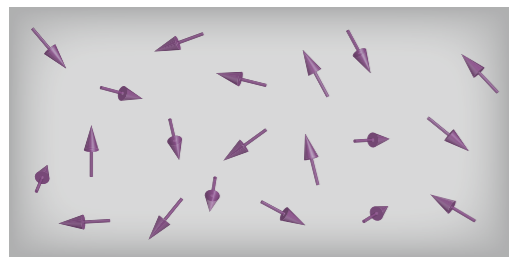
Experiment 3: Ferromagneet en antiferromagneet



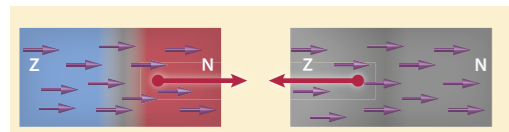
Figuur 2 De aantrekkingskracht van de magneet is het grootst aan de noordpool (rood) en de zuidpool (wit).



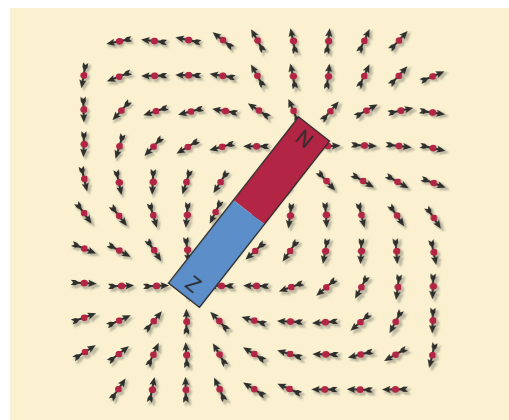
Figuur 3 Een elektromagneet



Figuur 4 De magnetische gebiedjes in niet-gemagnetiseerd staal wijzen alle kanten op.



Figuur 5 Model van staal (rechts), dat door een permanente magneet (links) is gemagnetiseerd.



Figuur 6 Kompasnaaldjes bij een staafmagneet

Magneetstaal daarentegen is moeilijker te magnetiseren, maar blijft daarna wel magnetisch. Materialen die magnetisch zijn en blijven, zoals in luidsprekers, kompassen en elektromotoren, zijn **permanente magneten**.

In een **elektromagneet**, een geïsoleerde stroomdraad gewikkeld om een ijzeren kern, zorgt een elektrische stroom voor het magnetisme. De krachtwerking van een elektromagneet kun je dus in- en uitschakelen door de stroom aan en uit te zetten.

Permanente magneten

In magnetiseerbare materialen zoals ijzer, nikkel en kobalt, zijn de atomen zodanig met elkaar verbonden dat grote groepen atomen microscopisch kleine magnetische gebiedjes vormen. In het niet-gemagnetiseerde materiaal zijn de richtingen van deze magnetische gebiedjes ongeordend, waardoor ze elkaars magnetische werking aan de buitenkant opheffen. Zie figuur 4.

Als je met een pool van een magneet bij een stalen spijker komt, wordt de spijker magnetisch. De magnetische gebiedjes van het staal in de spijker worden dan gericht en gaan met de magneet mee wijzen. Zie figuur 5. Door de onderlinge magnetische krachten blijven die magnetische gebiedjes gedurende enige tijd dezelfde richting houden, ook als de magneet weggehaald is. Maar door de warmtebewegingen van de atomen van het staal, verdwijnt de gelijkgerichte ordening van de magnetische gebiedjes langzamerhand weer. Wanneer je een stukje staal, zoals een paperclip, eerst magnetiseert en vervolgens warm maakt, gaan de atomen meer trillen en verliest het staal sneller zijn magnetisme.

Permanente magneten zijn gemaakt van legeringen die heel moeilijk te magnetiseren zijn, maar hun magnetisme heel lang vasthouden, ook bij hoge temperatuur. Legeringen bevatten verschillende metalen, zoals ijzer, kobalt, nikkel, aluminium, mangaan en koper. E-bikes danken hun bestaan aan de zeer sterke magneten van neodymium-ijzer-boor in de elektromotor. Bij permanente magneten, zoals een staafmagneet en een hoefijzermagneet, is de magnetische werking het sterkst bij de uiteinden (de noordpool en de zuidpool). De noordpool van een permanente magneet wordt vaak met de kleur rood aangegeven.

Ook het binnenste van de aarde heeft magnetische eigenschappen, waardoor de aarde lijkt op een permanente magneet, met de magnetische zuidpool in de buurt van de geografische Noordpool en de magnetische noordpool in de buurt van de geografische Zuidpool.

Het kompas en het magnetisch veld

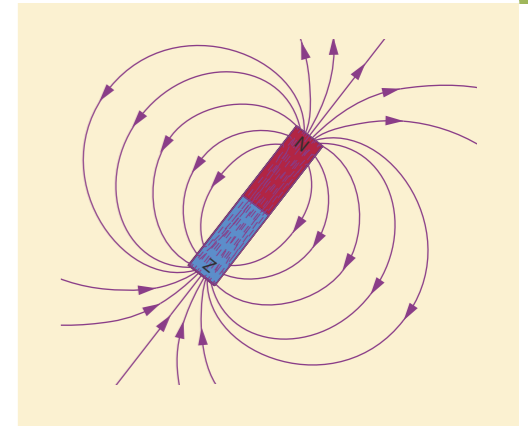
In een kompas zit een klein dun magneetje, de kompasnaald, die om een asje kan draaien. Op enige afstand van een permanente magneet wordt een kompasnaald *gericht* door de permanente magneet. In elk punt van de ruimte om de permanente magneet wordt een kompasnaaldje anders gericht. Zie figuur 6. Je kunt deze richtende werking van een magneet zichtbaar maken door overal in de ruimte kompasnaaldjes neer te zetten. De figuur die je dan krijgt, wordt het **magnetisch veld** van de magneet genoemd. In werkelijkheid kun je natuurlijk volstaan met symbolische lijnen, **magnetische veldlijnen**. Zie figuur 7. De raaklijn aan de veldlijn door een punt in de ruimte geeft de richting van het magnetisch veld in dat punt weer. Zie figuur 8.

Bij het tekenen van magnetische veldlijnen blijkt het volgende:

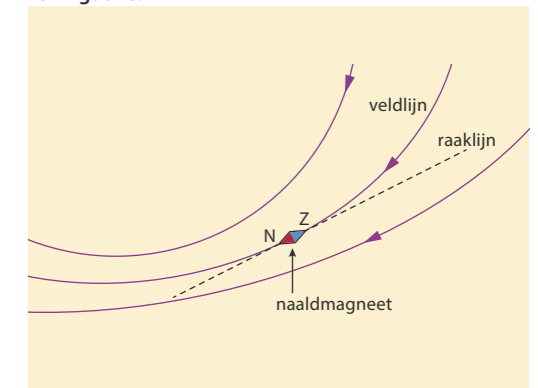
- * Veldlijnen zijn gesloten krommen. Ze lopen buiten een magneet van de noordpool naar de zuidpool en binnen de magneet van zuidpool naar noordpool.
- * Veldlijnen snijden elkaar nooit.
- * De richting van een magnetische veldlijn geeft de richting aan waarin de noordpool van een draaibare naaldmagneet op die plaats wijst. Een kompasnaald gaat in de richting van de raaklijn aan de veldlijn staan.

- 1** Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.
- a Magnetische veldlijnen kunnen elkaar snijden.
 - b Een magneet heeft altijd een noordpool en een zuidpool.
 - c Een permanente magneet wordt sterker bij verwarmen.
 - d Wanneer je een magneet doormidden breekt, ontstaan er twee magneten die elk een noordpool en een zuidpool hebben.
 - e Een elektromagneet is een permanente magneet.
 - f Twee gelijke magneetpolen stoten elkaar af.
 - g Een kompasnaaldje is ook een magneet.
 - h De noordpool van een kompasnaaldje wijst in Nederland naar het Noorden, maar in Zuid-Afrika naar het Zuiden.

- 2** In figuur 9 zie je een magneet met ijzervijlsel (kleine stukjes ijzer). De kleine stukjes ijzer zijn zelf geen (permanente) magneten, toch gedragen ze zich als kleine magneetjes.
- a Leg uit hoe dat komt.
- Door de kleine stukjes ijzer wordt het veldlijnenpatroon enigszins zichtbaar.
- b Kun je aan de hand van het gedeeltelijk zichtbare veldlijnenpatroon concluderen of de bovenkant van de magneet een magnetische noordpool of zuidpool is?



Figuur 7 Magnetische veldlijnen bij de staafmagneet van figuur 6.



Figuur 8 Een naaldmagneet richt zich langs de magnetische veldlijnen.



Figuur 9 Staafmagneet met ijzervijlsel

8.2 Magnetische velden

Experiment 4: Magnetisch veld van een spoel

Experiment 5: Magnetisch veld van een draad

ONTDEKKEN

De magnetische kracht van een magneet op een andere magneet werkt op afstand. Die krachtwerking van de ene magneet op de andere beschrijven we met behulp van het magnetisch veld van de eerste magneet. De andere magneet ondervindt dan de magnetische kracht als het ware via het magnetisch veld van die eerste magneet.

Op elke plaats op aarde vind je de richting van het aardmagnetisch veld met behulp van de richting van een kompasnaaldje. In welke richtingen wijzen kompasnaaldjes in de buurt van permanente magneten of van elektrische stromen? Anders gezegd, hoe ziet het magnetisch veld van permanente magneten en van elektrische stromen er uit?

PARAGRAAFVRAAG

Wat is een magnetisch veld en welke vorm heeft het bij een staafmagneet, een spoel en een rechte stroomdraad?

BEGRIJPEN

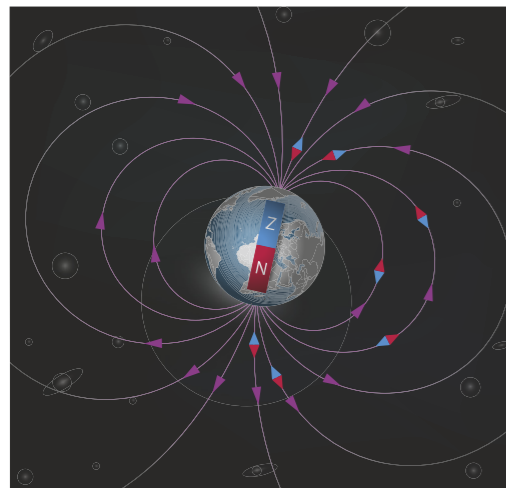
Aardmagnetisch veld

Overall in de ruimte om de aarde heen is er een richtende magnetische krachtwerking op een kompasnaald. In figuur 10 is schematisch het **aardmagnetisch veld** getekend. De naald van elk kompas, in feite een klein staafmagneetje, wijst naar het noorden. Het binnenste van de aarde is net een grote staafmagneet met de zuidpool ergens diep in de aarde in de buurt van de geografische Noordpool, de plaats waar de denkbeeldige aardas naar buiten steekt.

Een **magnetisch veld** is een ruimte waarin magnetische veldlijnen lopen. Als er overall in de ruimte genoeg kompasjes zouden staan, zou het magnetisch veld zichtbaar zijn. In elk punt is de **richting van het veld** de richting waarin de noordpool van de kompasnaald wijst. Zie figuur 10. De richting van het magnetisch veld in een punt van de ruimte kun je dus vinden met behulp van de magnetische veldlijnen. De veldlijnen stoppen niet op het aardoppervlak dichtbij de geografische Noordpool, maar lopen door de aarde heen en komen er bij Antarctica weer uit. De magnetische veldlijnen vormen dus gesloten krommen en lopen buiten de magneet van noord naar zuid en binnen de magneet van zuid naar noord.

Je zou kunnen zeggen dat de 'sterkte' van het aardmagnetisch veld bepaalt hoe 'hard' een kompasnaaldje in de veldrichting wordt gedwongen. Maar dat kun je niet meten met bijvoorbeeld een krachtsensor. De grootte **magnetische veldsterkte** (B) meet je met een magneetveldsensor (zie figuur 11). De eenheid van de magnetische veldsterkte is tesla (afgekort: T). Het aardmagnetisch veld heeft in Midden-Europa een sterkte van ongeveer $5 \cdot 10^{-5}$ T. Ter vergelijking: bij een pool van een koelkastmagneetje is de magnetische veldsterkte ongeveer 0,1 T.

De magnetische veldsterkte \vec{B} heeft een richting en een grootte. Het is een vectorgrootte, net zoals kracht (\vec{F}) en snelheid (\vec{v}) ook vectorgrootheden zijn. In de buurt van bijvoorbeeld twee magneten gaat een kompasnaald wijzen in een richting die je



Figuur 10 Magnetisch veld van de aarde



Figuur 11 Met een magneetveldsensor kun je de magnetische veldsterkte meten in een punt van het veld. De sensor bevindt zich in het uiteinde van het pijpje.

kunt vinden door op de plaats van het kompas de magnetische veldsterktes van beide magneten als vectoren samen te stellen. Samenstellen van vectoren doe je met een parallellogramconstructie.

Magnetisch veld van een spoel en van een rechte stroomdraad

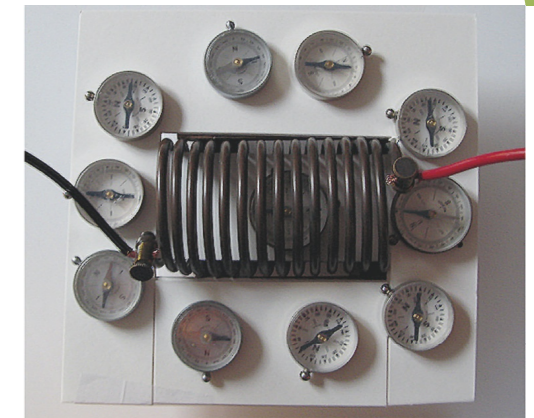
Een **stroomspoel** is een geïsoleerde stroomdraad die bijvoorbeeld om een koker is gewonden. Als er een elektrische stroom door de draad van de spoel gaat, is er binnen en buiten de spoel een magnetisch veld. Zie figuur 12. Buiten de spoel lijkt het magneetveld op dat van een staafmagneet, binnen de spoel zijn de magnetische veldlijnen bij benadering evenwijdig. Alle veldlijnen zijn gesloten lijnen. In figuur 13 is dat voor twee veldlijnen getekend. In de spoel van figuur 12 en 13 wijzen de noordpolen van de kompasjes in de spoel naar links. Ook buiten de spoel wijzen alle kompasjes, die op de as van de spoel staan, naar links. De spoel heeft aan de linkerkant dus een noordpool. De stroomrichting in de spoel is zoals aangegeven met de pijlen. De richting van het magnetisch veld en de richting van de elektrische stroom horen bij elkaar volgens de **rechterhandregel bij een spoel** (zie figuur 13):

De gekromde vingers van je rechterhand wijzen in de draairichting van de elektrische stroom door de windingen. Je uitgestoken duim geeft de richting aan van de magnetische veldlijnen binnen de spoel.

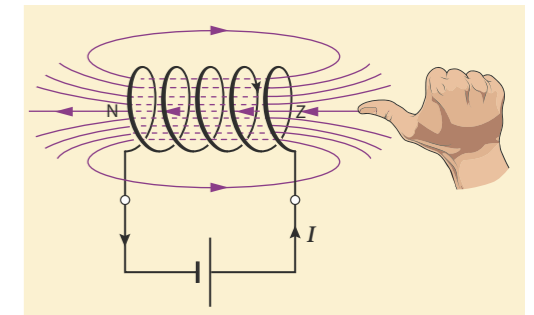
Een elektromagneet bestaat meestal uit een kern van weekijzer, met daaromheen een stroomspoel. Zolang er stroom door de spoel gaat, is de kern gemagnetiseerd en versterkt die het magneetveld van de spoel. Het magneetveld van een spoel wordt veroorzaakt door de elektrische stroom door de stroomdraad. Een enkele **rechte stroomdraad** heeft ook een (zwak) magneetveld om zich heen. De veldlijnen bij een rechte stroomdraad zijn cirkels in een vlak loodrecht op de stroomdraad. Zie figuur 14. Er is geen noord- en geen zuidpool bij een rechte stroomdraad, de veldlijnen zijn doorlopende lijnen. Bij het magneetveld om een stroomdraad hoort de **rechterhandregel bij een stroomdraad** (zie figuur 15):

De duim wijst in de richting van de elektrische stroom en de gekromde vingers geven de richting aan van het magnetisch veld om de stroomdraad.

- Een magnetisch veld is een ruimte waarin magnetische veldlijnen lopen.
- De richting waarin een kompasnaald in een punt van de ruimte gaat staan, is de richting van de raaklijn aan de magnetische veldlijn door dat punt.
- Het magneetveld van de aarde lijkt op het veld van een staafmagneet. In de buurt van de geografische Noordpool bevindt zich een magnetische zuidpool.
- In een stroomspoel zijn de magnetische veldlijnen bij benadering evenwijdig.
- Bij een stroomspoel bepaal je de richting van het magneetveld binnen de spoel met de rechterhandregel bij een spoel, waarbij de stroom rondgaat in de richting van de gekromde vingers en de duim de richting van het magnetisch veld aangeeft (zie figuur 13).
- De veldlijnen van een spoel zijn gesloten lijnen zonder begin- of eindpunt. Waar de veldlijnen uit de spoel komen, is de noordpool van de spoel.
- Bij een rechte stroomdraad bepaal je de richting van het magnetisch veld met de rechterhandregel bij een stroomdraad, waarbij de stroom in de richting van de duim is en de gekromde vingers de richting van de magnetische veldlijnen aangeven (zie figuur 15). De veldlijnen zijn gesloten lijnen zonder begin of einde, een rechte stroomdraad heeft geen magnetische polen.



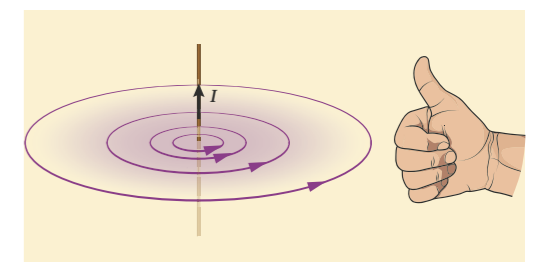
Figuur 12 Kompasjes bij en in een stroomspoel



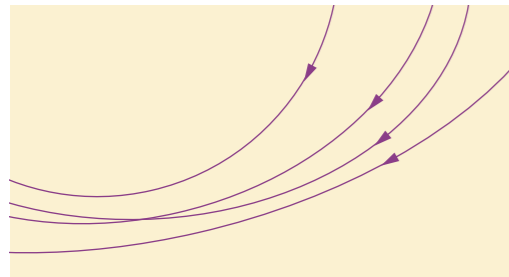
Figuur 13 Rechterhandregel bij een spoel



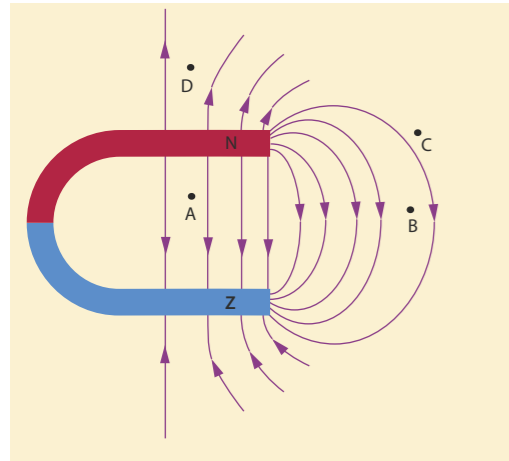
Figuur 14 Stroomdraad loodrecht op een doorzichtig blad met kompasjes



Figuur 15 Rechterhandregel bij een stroomdraad



Figuur 16



Figuur 17 Magnetische veldlijnen bij een hoefijzermagneet

- 3 Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.
- Rondom een elektrische stroomdraad is altijd een magnetisch veld aanwezig.
 - Het magneetveld van een elektrische stroomdraad heeft altijd een noord- en een zuidpool.
 - Onder Antarctica bevindt zich een magnetische zuidpool.
 - De magnetische veldlijnen van de aarde beginnen buiten de aarde in de buurt van de Zuidpool en eindigen in de buurt van de Noordpool.
 - Bij de twee rechterhandregels geeft de duim steeds de richting van de elektrische stroom aan.
 - Bij een spoel is de noordpool de kant waar de elektrische stroom naar binnen gaat.
- 4 In figuur 16 zijn enkele veldlijnen in een deel van een magnetisch veld getekend. Leg uit waarom dit veldlijnenpatroon niet juist kan zijn.
- 5 In figuur 17 is het magnetisch veld van een zogenaamde hoefijzermagneet getekend. In de punten A, B, C en D wordt een kompasnaaldje geplaatst. Teken in deze punten kompasnaaldjes die in de juiste richting wijzen.
- 6 Bij een permanente magneet 'lopen' de veldlijnen buiten de magneet van de noordpool van de magneet naar de zuidpool.
- Hoe 'lopen' de veldlijnen binnen een permanente magneet?
 - Waarom kun je bij een rechte stroomdraad niet zeggen dat de veldlijnen van de ene naar de andere pool lopen?
- 7 Als je in de opstellingen van de figuren 12 en 14 de aansluitingen van de spoel en de draad aan de spanningsbron verwisselt, keren alle kompasnaaldjes van richting om. Leg uit dat de rechterhandregel dan nog steeds geldt.
- 8 De aarde draait in 24 uur om haar as. De geografische Noordpool is het punt op het aardoppervlak waar die as naar buiten steekt.
- Leg uit dat de magnetische zuidpool van de aarde zich in de buurt van de geografische Noordpool bevindt.
 - Waar ligt de magnetische noordpool van de aarde?
- 9 Het lijkt misschien alsof er voor een spoel en een stroomdraad twee verschillende rechterhandregels zijn. Maar een spoel is toch ook een stroomdraad?
- Teken een rechte stroomdraad (verticaal) waarin de stroom naar boven loopt. Teken het magnetisch veld op enkele plekken bij de draad en geef de richting aan.
 - Teken op dezelfde manier een kwart cirkel, met een elektrische stroom en enkele bijbehorende magnetische veldlijnen.
 - Maak van de kwart cirkel nu een volledige cirkel. Teken op enkele plekken de stroomrichting en een bijbehorende magnetische veldlijn.
 - De cirkel is een spoel met één winding. Laat zien dat de richting van het magnetisch veld binnen de spoel past bij de rechterhandregel van een spoel.

BEHEERSEN

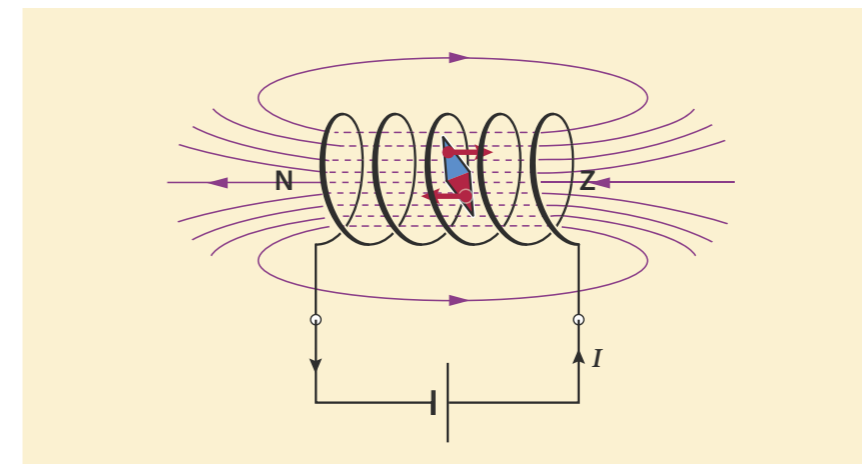
Magnetische veldlijnen en magnetische veldsterkte

Aan het magnetisch veldlijnenpatroon kun je behalve de richting ook de sterkte van het magnetisch veld zien. Hoe groter de magnetische veldsterkte B , des te dichter zijn de veldlijnen naast elkaar getekend. Zo is te zien dat bij een permanente magneet de magnetische veldsterkte het grootst is bij de polen (zie figuur 18).

Bij een stroomdraad neemt de magnetische veldsterkte af met de afstand tot de draad. Dat zie je als je in een opstelling zoals in figuur 14 een grote verzameling kompasjes op verschillende afstanden van de draad plaatst en de stroom inschakelt. Ver van de draad is de invloed van het magneetveld klein, dichtbij de draad is de magnetische veldsterkte het grootst. Bij een stroomdraad tekenen we de magnetische veldlijnen op grotere afstand van de draad dan ook op steeds grotere onderlinge afstand. Zie figuur 19.

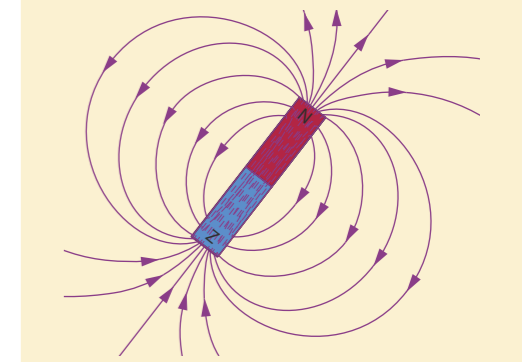
Homogeen en inhomogeen veld

Als in een gebied de magnetische veldlijnen overal evenwijdig zijn en de magnetische veldsterkte dus overal gelijk is, heet het magneetveld in dat gebied *homogeen*. Het magneetveld binnen een spoel is grotendeels homogeen. In een homogeen veld wordt een kompasnaaldje alleen gericht, zie figuur 20. De kracht van het magnetisch veld is op de ene pool van het kompasnaaldje dan even groot als op de andere pool, waardoor er alleen draaiing optreedt en er geen nettokracht is.

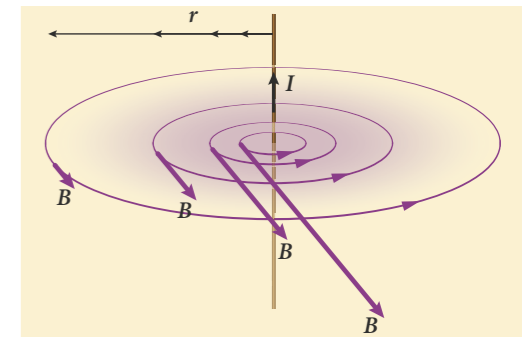


Figuur 20 In een homogeen magnetisch veld wordt een naaldmagneet alleen gericht.

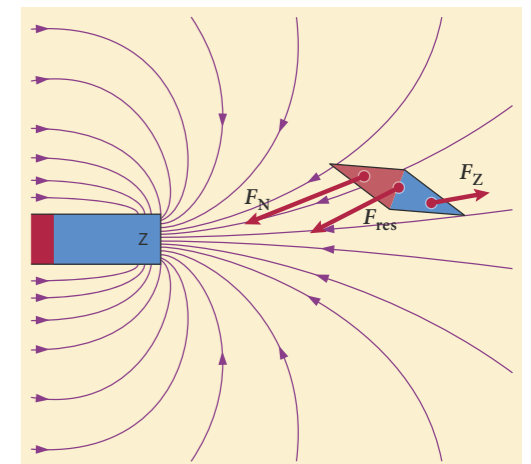
Dat geldt niet voor het veld bij een pool van een staafmagneet (zie figuur 21). Daar is het magnetische veld *inhomogeen*, de magnetische veldsterkte is niet overal even groot. De aantrekkende kracht op het uiteinde van de kompasnaald dat dichterbij de pool van de staafmagneet is, is groter dan de afstotende kracht op het uiteinde dat verder weg is. Er werkt dan een nettokracht op het kompasnaaldje. Op dezelfde manier wordt een stukje ijzer naar een magneet getrokken.



Figuur 18 Magnetische veldlijnen bij een staafmagneet



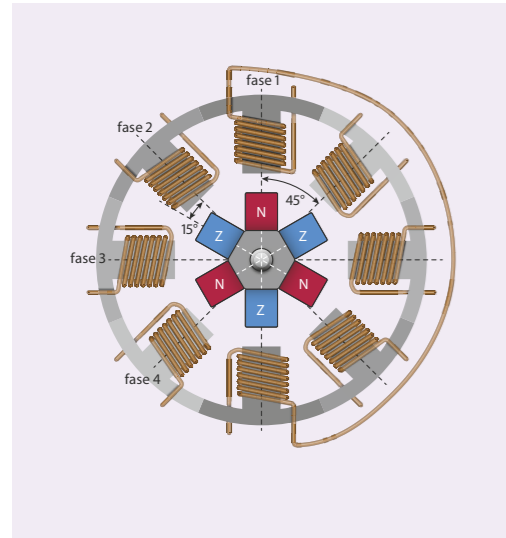
Figuur 19 Magnetische veldsterktes om een rechte stroomdraad



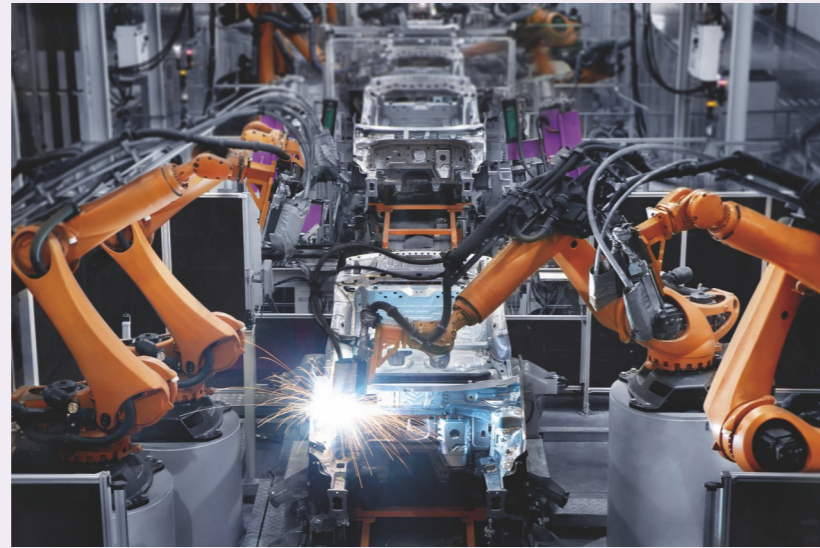
Figuur 21 Bij een staafmagneet wordt een naaldmagneet gericht én aangetrokken.

STAPPENMOTOR

Een stappenmotor is een elektromotor die niet continu ronddraait, maar dat stapsgewijs doet en daardoor nauwkeurig in verschillende posities gezet kan worden. Stappenmotoren worden bijvoorbeeld gebruikt in industriële robotarmen, die steeds opnieuw bepaalde voorgeprogrammeerde bewegingen met een grote precisie moeten uitvoeren (zie figuur 22).



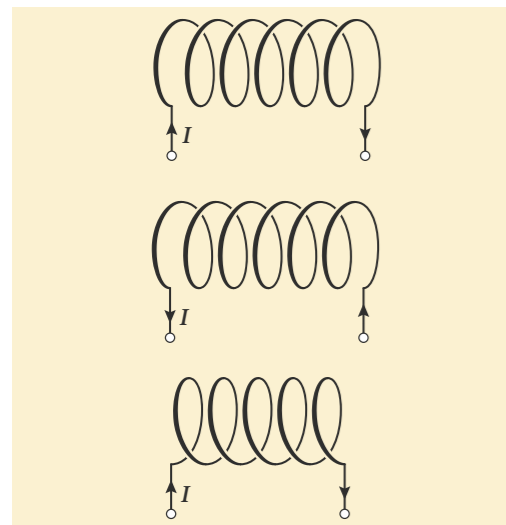
Figuur 23 Stappenmotor met acht spoelen en drie magneten



Figuur 22 Industriële robotarmen aan het werk

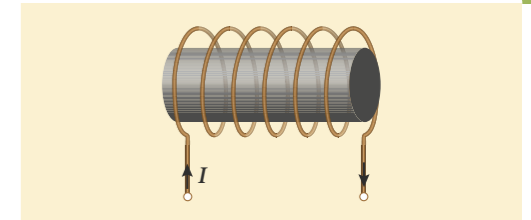
Het principe van de stappenmotor is weergegeven in figuur 23. In het midden bevindt zich op de as van de motor een draaischijf met drie permanente magneten. Daaromheen zit een aantal elektromagneten die om beurten in tweetallen worden ingeschakeld. De draaischijf richt zich daardoor in de richting van dat tweetal spoelen. Vervolgens wordt de stroom in deze spoelen uitgeschakeld en in het volgende tweetal spoelen ingeschakeld. Zo verdraait de rotor telkens een klein stukje, in het voorbeeld van figuur 23 is dat telkens 15° met de klok mee. Bij een stappenmotor met meer spoelen en magneten is die draaiing per stap kleiner.

- 10** De paragraafvraag is: Wat is een magnetisch veld en welke vorm heeft het bij een staafmagneet, een spoel en een rechte stroomdraad? Wat is het antwoord op deze vraag?
- 11** In figuur 24 zijn drie stroomspoelen getekend. Schets in figuur 24 voor elk van de drie stroomspoelen het veldlijnenpatroon. Geef voor elk van de drie stroomspoelen aan welk uiteinde de noordpool en welk uiteinde de zuidpool is.

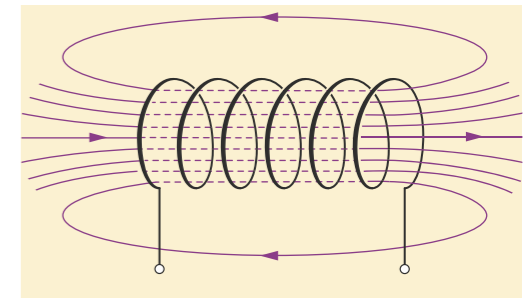


Figuur 24 Drie stroomspoelen

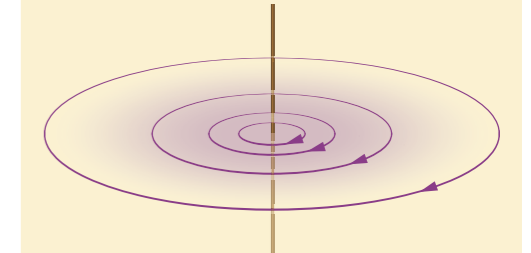
- 12 T** Een stuk weekijzer wordt gemagnetiseerd in een spoel, zie figuur 25.
- Beschrijf wat er in het ijzer verandert, waardoor het magnetisch wordt.
 - Geef in figuur 25 of op het tekenblad aan welke kant van het stuk weekijzer de noordpool wordt en welke kant de zuidpool.
- 13 T** In figuur 26 is het veldlijnenpatroon van een stroomspoel getekend. Teken in figuur 26 of op het tekenblad de richting van de stroom door de spoel.
- 14 T** In figuur 27 is het veldlijnenpatroon van een rechte stroomdraad getekend.
- Teken in figuur 27 of op het tekenblad de richting van de stroom in de draad.
 - Leg uit of het veld homogeen of inhomogeen is.
- 15** Het magneetveld binnen een spoel is bij benadering homogeen.
- Wat wordt bedoeld met een homogeen veld?
 - Waarom zie je in figuur 26 dat het veld binnen de spoel homogeen is?
 - Leg uit dat in een homogeen magnetisch veld de netto magnetische kracht op een magneet altijd nul is.
 - Welke invloed heeft een homogeen veld wel op een kompasnaaldje?
- 16 T** In figuur 28 zie je een stroomspoel die is aangesloten op een gelijkspanningsbron.
- Teken de richting van de elektrische stroom en enkele magnetische veldlijnen van de spoel in figuur 28 of op het tekenblad.
 - Leg uit of de permanente magneet aangetrokken of afgestoten wordt.
 - Leg uit of het stuk weekijzer aangetrokken of afgestoten wordt. De stroomrichting door de spoel wordt omgekeerd.
 - Leg uit dat de richting van de magnetische kracht op het weekijzer niet verandert.
- 17** Een staafmagneet heeft bij de polen een sterkte van 20 mT. Je vergelijkt dit met het aardmagnetisch veld ($5 \cdot 10^{-5}$ T) en het veld van een MRI-scanner (5 T).
- Bereken hoeveel keer zo groot de veldsterkte van de staafmagneet (bij de polen) is, vergeleken met het aardmagnetisch veld.
 - Bereken hoeveel keer zo groot de veldsterkte in een MRI-scanner is, vergeleken met deze staafmagneet (bij de polen).
 - Noem twee redenen waarom in een MRI-scanner geen permanente magneten gebruikt worden.
- 18** De sterkte van het magneetveld van een spoel is evenredig met de stroomsterkte door de spoel. Bij een bepaalde spoel is bij een stroomsterkte van 50 mA de veldsterkte in de spoel $1,2 \cdot 10^{-4}$ T.
- Bereken de veldsterkte in de spoel bij een stroomsterkte van 1 A.
 - Bereken bij welke stroomsterkte het magneetveld in de spoel even sterk is als het magneetveld van de aarde.
 - Leg uit dat voor het magnetisch veld van een MRI-scanner (5 T) een heel grote stroomsterkte nodig is.



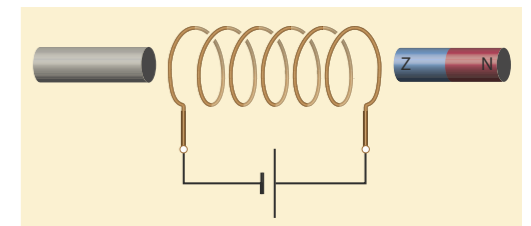
Figuur 25 Een stuk weekijzer in een stroomspoel



Figuur 26 Veldlijnenpatroon van een stroomspoel

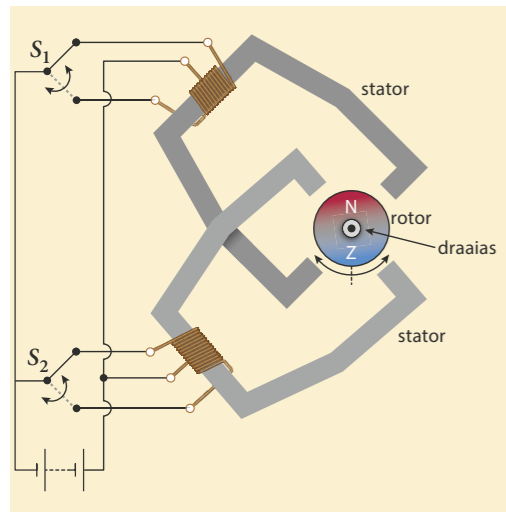


Figuur 27 Veldlijnenpatroon van een rechte stroomdraad



Figuur 28 Stroomspoel aangesloten op een spanningsbron met links een stuk weekijzer en rechts een permanente magneet

W1 Elektrische deurbel



Figuur 29 Het principe van een stappenmotor

- 19 T** De stappenmotor van figuur 29 bestaat uit een rotor met een permanente magneet op de draaias. Het draaien van de as wordt geregeld door twee elektromagneten met een derde contact in het midden van de spoel. De twee schakelaars S_1 en S_2 worden in de getekende stand gezet. De twee weekijzernen kernen worden dan magnetisch.
- Teken in de figuur of op het tekenblad de richting van de elektrische stroom door de spoelen.
 - Teken de noord- en zuidpolen aan de uiteinden van de kernen.
 - Leg uit dat de rotor in de situatie van figuur 29 niet draait.
 - Wat gebeurt er met de rotor als schakelaar S_1 omgezet wordt?
 - Wat gebeurt er met de rotor als daarna schakelaar S_2 omgezet wordt?
 - Hoe kun je de motor de andere kant op laten draaien?

- 20** Jaap gebruikt een spoel met een grote diameter en een kompasje om in zijn tuin de magnetische veldsterkte van de aarde te bepalen. Voor de magnetische veldsterkte binnen een spoel geldt:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{\ell}$$

Hierin is μ_0 een constante ($1,26 \cdot 10^{-6} \text{ T m A}^{-1}$), N het aantal windingen van de spoel, I de stroomsterkte door de spoel (in A) en ℓ de lengte van de spoel (in m). Voor de spoel die Jaap gebruikt geldt: $N = 500$ en $\ell = 0,12 \text{ m}$.

Jaap zet het kompas in de spoel en houdt de spoel horizontaal, precies Oost-West. Het kompasnaaldje wijst uiteraard naar het noorden, dwars op de richting van de spoel. Als er een stroom door de spoel loopt, draait de N-kant van de kompasnaald een beetje naar links, naar het westen toe.

- In welke richting wijst het magnetisch veld binnen de spoel?
- Hoeveel graden is de kompasnaald gedraaid op het moment dat de veldsterkte binnen de spoel even groot is als het aardmagnetisch veld?

Als het kompasje in de genoemde stand staat, is de stroomsterkte door de spoel $9,3 \cdot 10^{-3} \text{ A}$.

- Bereken de magnetische veldsterkte van de aarde in Jaaps tuin.

8.3 Lorentzkracht

ONTDEKKEN

De elektrische ondersteuning houdt de (elektrische) fiets op snelheid, een stofzuiger zuigt lucht aan en een centrifuge slingert het wasgoed rond. In veel elektrische apparaten zet een elektromotor elektrische energie om in bewegingsenergie en/of arbeid. Hoe gaat dat?

In een elektromotor zitten spoelen en magneten, in een luidspreker zit een spoel en een speciale magneet. Hoe ontstaat beweging met behulp van spoelen en (elektro)magnetten in een elektromotor? Hoe worden in een luidspreker trillingen gemaakt?

PARAGRAAFVRAAG

Wat zijn de eigenschappen van de kracht die een elektromotor en een luidspreker doet bewegen?

BEGRIJPEN

In een elektromotor en in een luidspreker bestaat de wisselwerking tussen elektrische stroom en magneetveld uit een elektromagnetische kracht, de **lorentzkracht**, genoemd naar de Nederlandse natuurkundige Hendrik Antoon Lorentz. Dit is een heel ander soort kracht dan de krachten die je tot nu toe bent tegengekomen.

Lorentzkracht

In figuur 31 zie je hoe een magneet een lorentzkracht uitoefent op een aluminium staafje waar een elektrische stroom doorheen gaat. Als je de staafmagneet verticaal boven het staafje houdt, gaat het in de lengterichting over de rails rollen. In dit geval is de elektrische stroom door het staafje naar links gericht en de magnetische veldrichting is daar naar beneden. Het staafje rolt naar voren en dat is de richting van de lorentzkracht op de stroom door het staafje.

De lorentzkracht is altijd loodrecht op de richting van de elektrische stroom gericht en ook loodrecht op de richting van de magnetische veldlijnen bij de stroomdraad. Als je de magneet omkeert, met de andere pool vlak boven het staafje, werkt de lorentzkracht de andere kant op. Ook keert de richting van de lorentzkracht om als je de aansluitingen bij de spanningsbron verwisselt.

Richting van de lorentzkracht

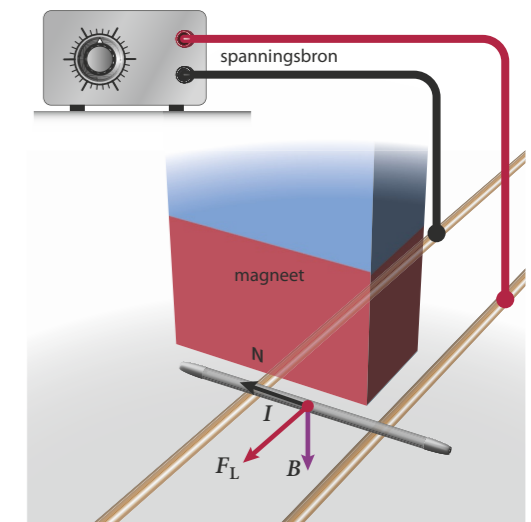
De richting van de lorentzkracht kun je vinden met de **rechterhandregel voor de lorentzkracht** (zie figuur 32):

De duim van de rechterhand wijst in de richting van de elektrische stroom. De gestrekte vingers wijzen in de richting van (de loodrechte component van) het magneetveld. De richting van de lorentzkracht komt dan uit de palm van de hand.

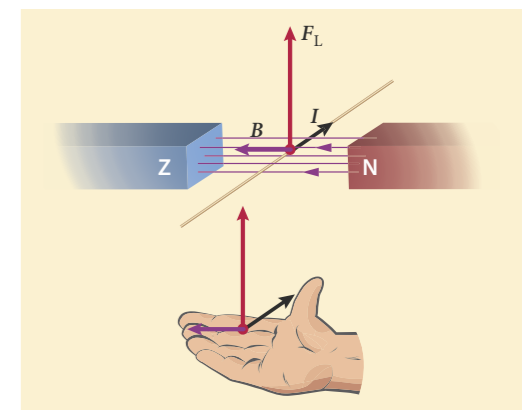
Experiment 6: Lorentzkracht



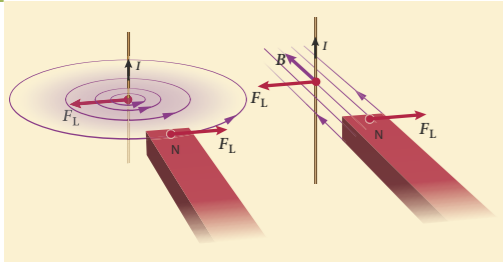
Figuur 30 Hendrik Antoon Lorentz, Nobelprijswinnaar natuurkunde in 1902.



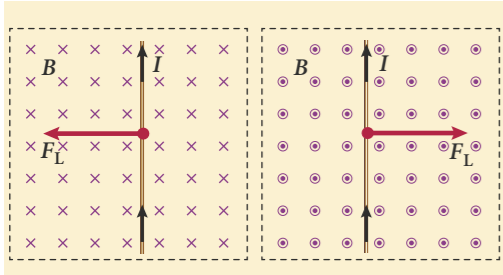
Figuur 31 Door de lorentzkracht komt het staafje in beweging.



Figuur 32 Rechterhandregel voor de lorentzkracht



Figuur 33 Een stroomdraad en een magneet oefenen een kracht op elkaar uit. Het maakt niet uit of je de stroomdraad in het magneetveld van de magneet bekijkt, of de magneet in het magneetveld van de stroomdraad.



Figuur 34 'Driedimensionale' tekeningen van een magneetveld (links: het papier in, rechts: het papier uit), stroom en Lorentzkracht.

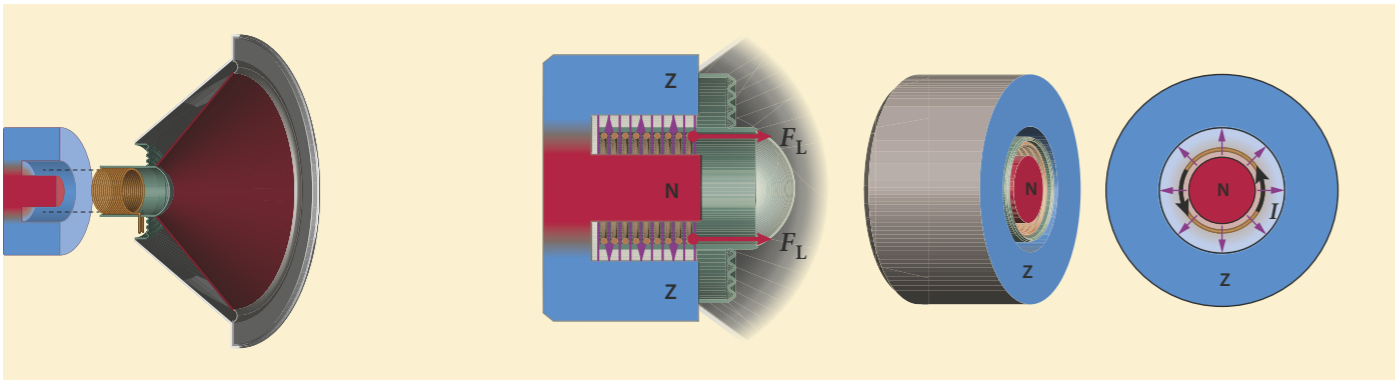
In figuur 33 zie je hoe een magneet en een stroomdraad een kracht op elkaar uitoefenen. De stroomdraad wordt in het magneetveld van de magneet door de Lorentzkracht naar links geduwd. Zie figuur 33 rechts. En de noordpool van de magneet wordt naar rechts geduwd, in overeenstemming met de derde wet van Newton. Dit klopt ook met het eerdere verhaal over de draaiing van een kompasnaald in een magnetisch veld. Zie figuur 33 links.

De Lorentzkracht zorgt ook voor een kracht tussen twee stroomdraden. Elke stroomdraad heeft een magneetveld om zich heen, de andere draad 'voelt' dat magneetveld.

Bij het driedimensionaal tekenen van de richting van het magneetveld wordt meestal de volgende notatie gebruikt. Is de richting van de pijl loodrecht het papier uit, dan wordt een puntje in een rondje getekend (de vector wijst naar je toe). Als de richting loodrecht het papier in is, wordt een kruisje getekend (de pijl wijst van je af). Zie figuur 34. (Denk aan een door een boog afgeschoten pijl. Die komt met de punt naar je toe en gaat met gekruiste veertjes van je af.)

Luidspreker

Bij een luidspreker wordt de lucht in beweging gebracht door de conus, de rode 'trechter' in figuur 35. De conus zit vast aan een spoel die naar binnen en naar buiten beweegt door de Lorentzkracht van een permanente magneet op de wisselende stroomsterkte door de spoel. Daarvoor bevindt de spoel zich in een ronde gleuf in de magneet. Die permanente magneet is zo gemaakt dat de noordpool zich binnen de spoel bevindt en de zuidpool erbuiten. Zie figuur 35. De magnetische veldlijnen in de sleuf zijn daardoor radiaal, als de spaken van een wiel, naar buiten gericht. De richting van de magnetische veldlijnen is dus overal loodrecht op de stroomdraad van de spoel. De Lorentzkracht op de spoel (en dus ook op de conus) is dan naar voren of naar achteren gericht.



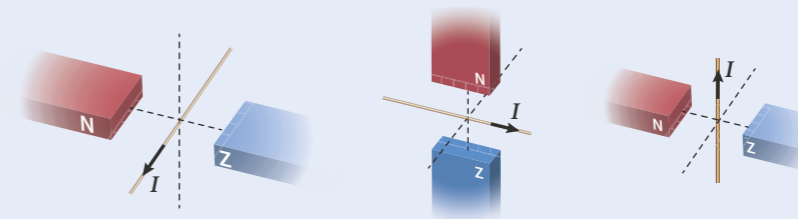
Figuur 35 Vier tekeningen van een luidspreker, waarin de richtingen van de Lorentzkracht, het radiale magnetische veld en de stroom zijn aangegeven.

- ★ De Lorentzkracht op een stroomdraad wordt veroorzaakt door een magneetveld loodrecht op de elektrische stroomrichting.
- ★ De Lorentzkracht op een stroomdraad staat loodrecht op de elektrische stroomrichting in de draad en loodrecht op de richting van de magnetische veldlijnen, ter plaatse van de stroomdraad.
- ★ De richting van de Lorentzkracht kun je vinden met een rechterhandregel. Als de duim de richting van de elektrische stroom aangeeft en de gestrekte vingers de richting van de magnetische veldlijnen, komt de Lorentzkracht loodrecht uit de palm van de hand.

- 21** Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.
- a Als je een magneet bij een stroomdraad houdt, werkt er alleen een kracht op de stroomdraad, niet op de magneet.
 - b Twee stroomdraden kunnen elkaar aantrekken of afstoten.
 - c De Lorentzkracht werkt altijd van de noordpool naar de zuidpool.
 - d De Lorentzkracht staat altijd loodrecht op de elektrische stroomrichting.
 - e Er is alleen een Lorentzkracht als het magnetisch veld of een component daarvan, loodrecht op de elektrische stroom staat.
 - f In een luidspreker werkt er alleen een kracht op de spoel, niet op de permanente magneet.

- 22** T Teken in de situatie van figuur 36 de richting van de magnetische veldlijnen.

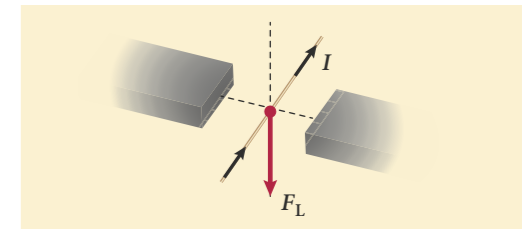
- 23** T In figuur 37 zie je drie stroomdraden tussen de polen van magneten. Teken in de figuur bij elke situatie de richting van het magnetisch veld B en de richting van de Lorentzkracht F_L op de stroomdraad.



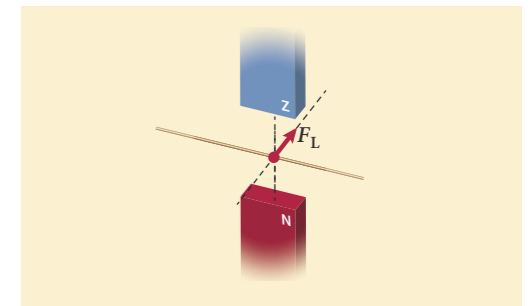
Figuur 37

- 24** T Teken in de situatie van figuur 38 de richting van het magnetisch veld B en de richting van de stroom I door de stroomdraad.

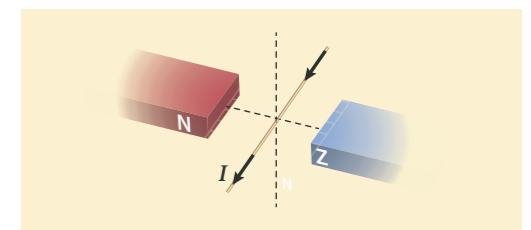
- 25** T Een stroomdraad bevindt zich tussen twee magneetpolen, zie figuur 39.
- a Schets in de figuur enkele veldlijnen van het magneetveld van de stroomdraad.
 - b Leg uit dat de noordpool en de zuidpool van de magneet naar beneden geduwd worden.
 - c In welke richting werkt de Lorentzkracht op de stroomdraad?



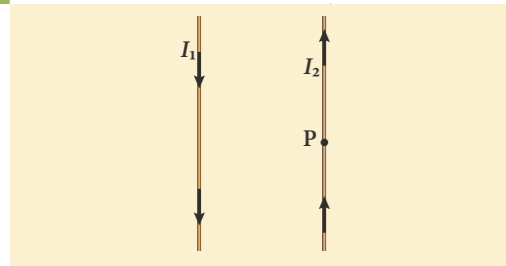
Figuur 36



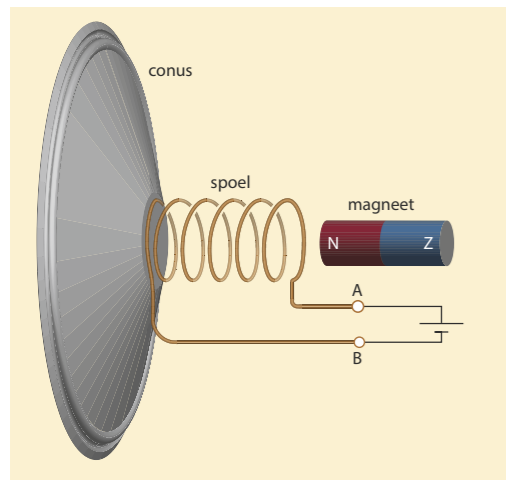
Figuur 38



Figuur 39



Figuur 40 Twee rechte stroomdraden met tegengestelde stroomrichting



Figuur 41 Een eenvoudige luidspreker

- 26 T** In figuur 40 zijn twee stroomdraden getekend. De richting van de stroom I in de twee draden is tegengesteld. Elk van de stroomdraden bevindt zich in het magnetisch veld van de andere stroomdraad.
- Teken in de figuur rond punt P (in een 3D-tekening) enkele veldlijnen van het magneetveld van de rechterdraad.
 - Teken ook de veldlijn van dit magneetveld die de andere draad snijdt.
 - Welke richting heeft dit magneetveld ter plekke van de linkerdraad?
 - Bepaal de richting van de lorentzkracht op de linkerdraad.
 - Bepaal op dezelfde manier de richting van de lorentzkracht op de rechterdraad.
 - Leg uit dat de twee stroomdraden elkaar zullen aantrekken als de elektrische stroom in dezelfde richting loopt.

- 27 T** Een heel eenvoudige luidspreker bestaat uit een conus met daaraan vast een stroomspoel in de buurt van een staafmagneet, zoals in figuur 41. De uiteinden A en B van de spoel zijn verbonden met de aansluitpunten van deze luidspreker. De luidspreker wordt eerst aangesloten op een gelijkspanningsbron.
- Teken in een paar punten van de spoel de richting van de elektrische stroom.
 - Teken een paar magnetische veldlijnen van de spoel en geef aan welk uiteinde van de spoel een noordpool is.
 - Leg uit dat de spoel na het inschakelen van de stroom niet gaat trillen, en je alleen een tik (of plop) hoort. De luidspreker wordt vervolgens aangesloten op een wisselspanningsbron.
 - Leg uit dat er nu wel een trilling ontstaat. Een luidspreker aangesloten op een wisselspanningsbron laat een toon horen.
 - Hoe kun je de toonhoogte en de geluidssterkte van deze toon regelen?

BEHEERSEN

Grootte van de lorentzkracht

In een magneetveld met veldlijnen evenwijdig aan de stroomdraad, is de lorentzkracht op de stroomdraad nul. In alle andere gevallen zorgt alleen de component van het magneetveld loodrecht op de stroomrichting voor een lorentzkracht. Voor een stroomdraad in een homogeen magneetveld geldt de formule:

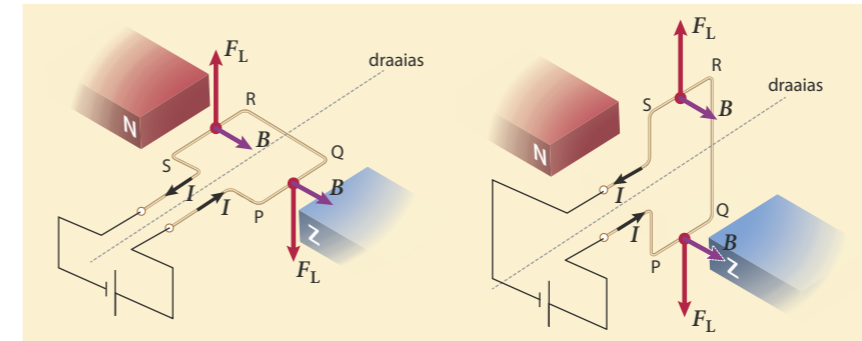
$$F_L = B \cdot I \cdot \ell$$

Hierin is F_L de lorentzkracht (in N), B de (component van de) magnetische veldsterkte loodrecht op de stroomrichting (in T), I de stroomsterkte (in A) en ℓ de lengte van de draad in het magneetveld (in m).

De lorentzkracht op een stroomdraad in een magneetveld is dus maximaal als de magnetische veldlijnen loodrecht op de richting van de stroomdraad staan.

Elektromotor

Een *elektromotor* bestaat uit een rotor met één of meer spoelen die kunnen draaien in een magneetveld. In figuur 42 wordt de rotor schematisch voorgesteld door één rechthoekige winding tussen de polen van een magneet. Deze winding kan draaien om een as. Op de zijden PQ en RS werken lorentzkrachten. Het magnetisch veld heeft bij beide zijden dezelfde richting, maar de stroomrichting is in beide zijden tegengesteld gericht. De lorentzkrachten op PQ en RS zijn dus tegengesteld gericht, waardoor de winding gaat draaien van de horizontale stand (links in figuur 42), tot een verticale stand (rechts in figuur 42).



Figuur 42 Twee standen van een stroomspoel in een magnetisch veld.

Als de winding een kwart slag is gedraaid (figuur 42 rechts), wijzen de twee lorentzkrachten nog steeds omhoog en omlaag. Ze zorgen dan niet meer voor een verdere draaiing, de rotor staat in de 'dode stand'. Schiet de spoel door zijn snelheid door de dode stand heen, dan blijven de lorentzkrachten gelijkgericht en werken ze de draaiing tegen. Om te zorgen dat de motor blijft draaien, moet de richting van de stroom worden omgedraaid. De lorentzkrachten werken dan in tegengestelde richtingen en de spoel draait een halve slag verder. Dat telkens omkeren van de stroomrichting vindt plaats met behulp van sleepcontacten. Twee gebogen koperen strippen aan de uiteinden van de stroomdraad van de spoel zijn via die sleepcontacten verbonden met de spanningsbron (zie figuur 43). Tijdens het draaien wisselt de stroom daardoor steeds op de juiste momenten van richting. Meestal bestaat de rotor in een elektromotor uit meerdere spoelen die beurtelings ingeschakeld worden (zie figuur 44).

- 28** De paragraafvraag is: Wat zijn de eigenschappen van de kracht die een elektromotor en een luidspreker doet bewegen? Wat is het antwoord op deze vraag?

- 29 T** In figuur 43 is een elektromotor getekend, met een spoel van één winding.
- Teken in de figuur de richting van het magnetisch veld en geef in een paar punten de richting van de elektrische stroom aan.
 - Teken de richting van de lorentzkracht op beide zijanten van de spoel. In welke richting draait de spoel?
 - Hoe verandert op elke zijde van de spoel de richting van de lorentzkracht als de spoel een kwart slag gedraaid is?

VOORBEELDOPGAVE 1

De lange zijde van de winding van figuur 43 bevindt zich geheel in een magneetveld B met een sterkte van 0,42 T. De lengte van één zijde is 3,2 cm en de lorentzkracht op deze zijde is 0,013 N.

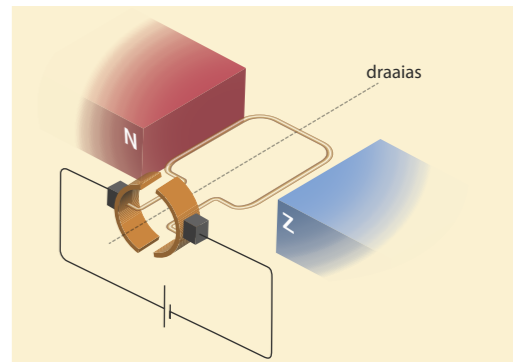
Vraag: Bereken de stroomsterkte door de draad.

Antwoord: Gegeven is dat:

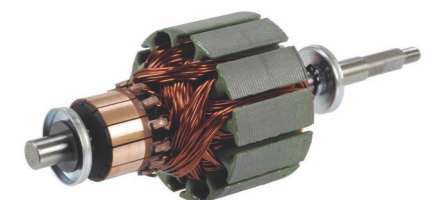
$$B = 0,42 \text{ T}, \ell = 0,032 \text{ m} \text{ en } F_L = 0,013 \text{ N.}$$

Invullen in $F_L = B \cdot I \cdot \ell$ geeft:

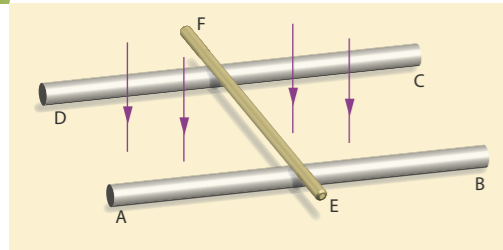
$$I = \frac{F_L}{B \cdot \ell} = \frac{0,013}{0,42 \times 0,032} = 0,97 \text{ A}$$



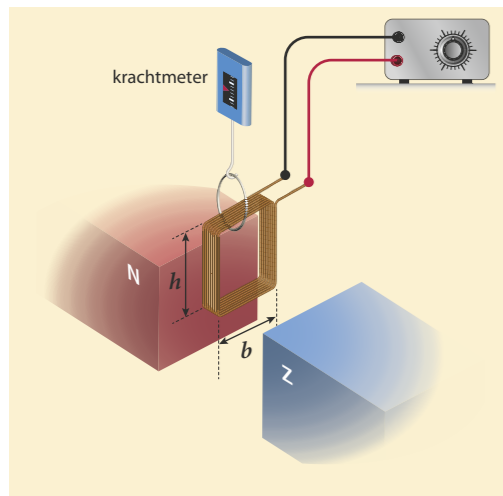
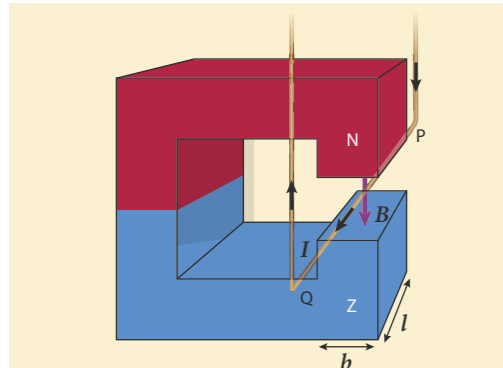
Figuur 43 De stroomrichting door de spoel wordt door de zwarte sleepcontacten telkens omgeschakeld als de spoel door de verticale stand beweegt.



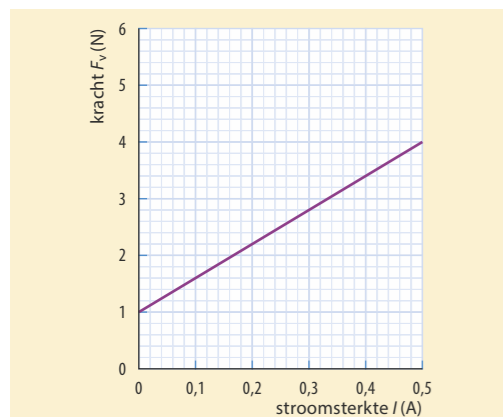
Figuur 44 Rotor met meerdere wikkelingen



Figuur 45



Figuur 47



Figuur 48

30 T Twee aluminium staven AB en CD liggen op een afstand van 24 cm van elkaar. Deze staven bevinden zich in een verticaal homogeen magnetisch veld, zie figuur 45. De magnetische veldsterkte B is 0,92 T. Dwars op de twee staven ligt een koperen staaf EF met een lengte van 30 cm. De staafuiteinden B en C worden aangesloten op een gelijkspanningsbron, zodat door de staaf EF een stroom van 0,58 A loopt. Daardoor rolt deze staaf naar rechts.

- Teken de richting van de Lorentzkracht op de rollende staaf en de richting van de stroom door de staaf.
- Bereken de grootte van de Lorentzkracht op de rollende staaf.

31 T Een stroomdraad PQ hangt tussen de polen van een magneet. Zie figuur 46. Bij deze magneet beperkt het magnetisch veld zich tot de ruimte tussen de twee magneetpolen, het magnetisch veld is daar vrijwel homogeen. Buiten die ruimte is de magnetische veldsterkte nul.

Welke van de volgende grootheden heeft/hebben invloed op de grootte van de Lorentzkracht op de stroomdraad?

- de lengte PQ van de stroomdraad
- de lengte l van de polen van de magneet
- de breedte b van de polen van de magneet
- de magnetische veldsterkte B in de ruimte tussen de polen van de magneet
- de stroomsterkte I in de stroomdraad
- de afstand tussen de stroomdraad en de noordpool van de magneet

32 T Een spoel die is opgehangen aan een krachtmeter, is aangesloten op een gelijkspanningsbron en bevindt zich gedeeltelijk tussen twee magneetpolen (zie figuur 47). In de ruimte tussen de twee magneetpolen is het magnetisch veld vrijwel homogeen, daarbuiten is het veld nul. De spoel heeft 200 windingen en is rechthoekig, met een hoogte h van 10,0 cm en een breedte b van 8,0 cm. De Lorentzkracht op het onderste deel van de spoel is naar beneden gericht.

- Teken in de figuur de richting van de elektrische stroom bij het onderste deel van de spoel.
- Leg uit dat er in de getekende situatie geen Lorentzkracht werkt op de bovenzijde van de spoel.

In figuur 48 zie je hoe de kracht op de krachtmeter afhangt van de stroom door de spoel.

- Bereken de magnetische veldsterkte B van het magnetisch veld waar de spoel zich in bevindt.

33 T In een luidspreker bestaat de aandrijving van de conus uit een spoel in het veld van een ringmagneet, zoals in figuur 49. De spoel heeft 470 windingen. Het koperdraad waaruit de spoel bestaat heeft een lengte van 40 m.

- Bereken de diameter van de spoel.
In de sleuf waarin de spoel zich bevindt, is de magnetische veldsterkte 190 mT. Op een bepaald moment loopt de stroom door de windingen van de spoel in de richting zoals weergegeven in figuur 49. Hierdoor ondervindt elke winding van de spoel een Lorentzkracht.
- Bepaal de richting van de Lorentzkracht in een aantal punten van de winding.

De spoel van de luidspreker is verend opgehangen in de sleuf. De veerconstante van de ophanging is $1,6 \cdot 10^3$ N/m. Op een bepaald moment loopt een constante stroomsterkte van 0,23 A door de spoel.

- Bereken de uitwijking van de conus op dat moment.

34 T De eenheid van de magnetische veldsterkte B is tesla.

- Laat zien dat voor de eenheid tesla geldt: $1 \text{ T} = 1 \text{ N A}^{-1} \text{ m}^{-1}$.

In figuur 50 zie je een stroombalans. Die werd vroeger gebruikt om een stroomsterkte heel nauwkeurig te meten. De bovenste stroomdraad, rechts, wordt naar beneden getrokken door de Lorentzkracht, veroorzaakt door het magneetveld van de draad eronder.

- Leg uit dat twee evenwijdige stroomdraden met gelijke stroomrichting elkaar aantrekken.

Voor de sterkte van het magneetveld B van een rechte draad met stroomsterkte I op afstand r van de draad geldt: $B = 2,0 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I}{r}$. Beide draden hebben een lengte van 50 cm. De onderlinge afstand is 2,0 cm. Door beide draden loopt een stroomsterkte van 8,2 A.

- Bereken de sterkte van het magneetveld van de onderste draad ter plaatse van de bovenste draad.
- Bereken de grootte van de Lorentzkracht op de bovenste draad.

35 T In figuur 51 zie je een opstelling waarbij de Lorentzkracht voor beweging zorgt. Een stroomdraad maakt met het ene uiteinde contact met de bovenkant van een staafbatterij. Het andere uiteinde wordt met de hand vastgehouden, terwijl het contact maakt met de zijkant van een platte ronde magneet. De elektrische stroom loopt vanaf de batterij achtereenvolgens door een ijzeren schroef, door de ronde magneet en door de stroomdraad, weer terug naar de batterij. De magneet heeft aan de bovenzijde een noordpool.

- Teken in de figuur een paar magnetische veldlijnen van de noordpool van de magneet naar de zuidpool.
- Leg uit dat de magneet gaat bewegen.
- Leg uit in welke richting de magneet gaat draaien.

36 T In sommige kerncentrales wordt vloeibaar natrium gebruikt als koelvloeistof. Deze vloeistof wordt rondgepompt met een Faradaypomp.

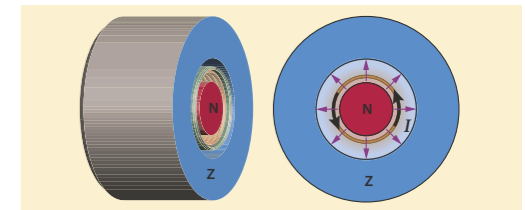
De werking van zo'n pomp berust op Lorentzkracht. Zie figuur 52.

In de buis zit vloeibaar natrium. Via de twee koperen elektroden kan een elektrische stroom door het vloeibare natrium lopen. De richtingen van het magnetisch veld en de elektrische stroom staan loodrecht op elkaar.

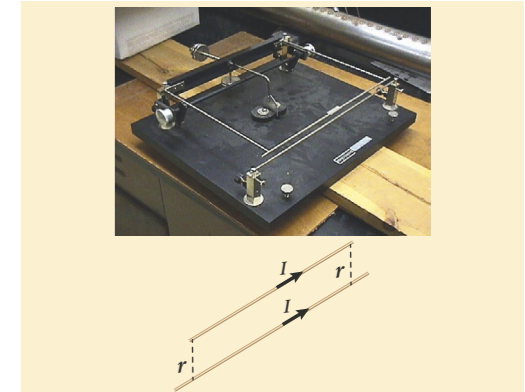
- Teken de richting van de elektrische stroom en de richting van het magnetisch veld.
- Leg uit in welke richting het natrium door de buis stroomt.

Via de twee koperen elektroden loopt een elektrische stroom van 90 A door het vloeibare natrium. De binnendoorsnede van de buis tussen de magneetpolen is 5,0 mm hoog en 22 mm breed. De sterkte van het homogene magnetisch veld tussen de polen is 0,78 T.

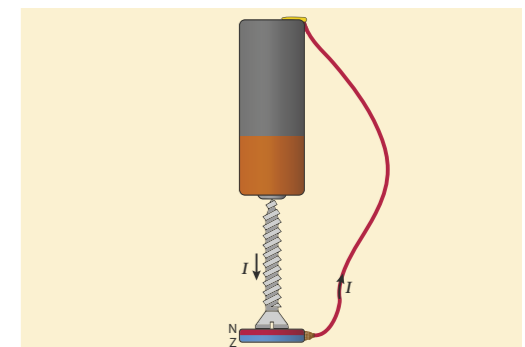
- Bereken de grootte van de Lorentzkracht in de pompbuis.



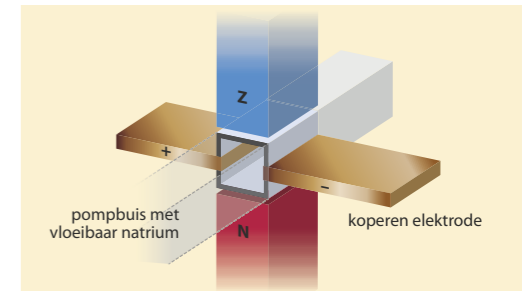
Figuur 49 Doorsnede van de luidspreker in zijzicht (links) en in voorzicht (rechts).



Figuur 50 Foto van een stroombalans en schematische tekening van de twee stroomdraden die elkaar aantrekken



Figuur 51 Een eenvoudige elektromotor.



Figuur 52 Faradaypomp

Oefenen A

Bekijk of je de belangrijkste onderwerpen van paragraaf 8.2 en 8.3 begrepen hebt.

8.4 Elektromagnetische inductie

ONTDEKKEN

Onze hele wereld zou er nogal anders uitzien zonder elektrische apparaten, zoals twee eeuwen geleden. Toen kon je alleen met batterijen een zwak stroompje laten lopen. De uitvinding van de dynamo is dan ook van grote invloed geweest op de maatschappij. Een draaiende dynamo of generator wekt door beweging elektrische energie op en laat een elektrische stroom lopen in de aangesloten kring. Een fietsdynamo heeft, net als een kleine gelijkstroommotor, een permanente magneet en een spoel die ten opzichte van elkaar bewegen. Kennelijk wordt er dan een elektrische stroom opgewekt in de spoel. Hoe werkt dat eigenlijk?

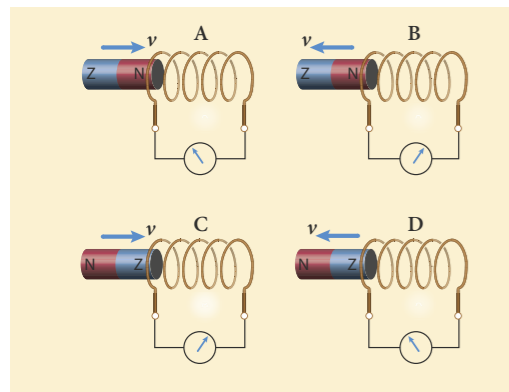
Figuur 53 Generator in een windmolen



Figuur 54 Fietsdynamo

Experiment 7: Spoel en magneet

Experiment 8: Draad en magneet



Figuur 55 Een bewegende magneet veroorzaakt een inductiespanning in een spoel. De stroomrichting is hetzelfde bij A en D en ook bij B en C.

PARAGRAAFVRAAG

Hoe leidt het ronddraaien van een dynamo tot het opwekken van spanning en stroom?

BEGRIJPEN

Magneet bij een spoel

Een fietsdynamo bestaat meestal uit een ronddraaiende magneet en één of meer spoelen. Het principe van een dynamo kun je nabootsen door een spoel aan te sluiten op een gevoelige stroommeter en een staafmagneet in de richting van de spoel heen en weer te bewegen, zoals in figuur 55A en B. Er loopt dan alleen stroom zolang de magneet beweegt. De beweging van de magneet veroorzaakt blijkbaar een spanning over de uiteinden van de spoel, waardoor er een stroom loopt als er een gesloten stroomkring is. De spanning over de uiteinden van de spoel die ontstaat tijdens de beweging van de magneet, heet de **inductiespanning**. De inductiespanning is er alleen zolang de magneet beweegt.

Door de magneet heen en weer te bewegen, ontstaat er wisselspanning. Als de magneet met de noordpool naar de spoel toe beweegt, ontstaat er een elektrische spanning in de spoel die door de stroommeter een **inductiestroom** de ene kant op laat lopen. Haal je de magneet weer weg, dan ontstaat er een tegengestelde spanning en dus een tegengestelde richting van de stroom. Wanneer je hetzelfde doet met de magneet andersom (zie figuur 55C en D), zijn de inductiespanningen ook omgekeerd. Houd je de magneet stil en beweeg je de spoel ernaartoe, dan zie je precies hetzelfde gebeuren als wanneer je de spoel stilhoudt en de magneet ernaartoe beweegt. De inductiespanning ontstaat dus door de relatieve beweging van de magneet en de spoel.

Draai je de magneet of de spoel een kwartslag en nader je zo met de magneet de spoel of andersom, dan gebeurt er niets. Er ontstaat in dat geval geen inductiespanning, want daarvoor moeten magnetische veldlijnen van de magneet door de spoel gaan lopen.

Magnetische flux

Een manier om het ontstaan van een inductiespanning over een kring te beschrijven gaat met de **magnetische flux**. Flux staat voor het (denkbeeldige) aantal magnetische veldlijnen dat door het oppervlak binnen die kring gaat. Zie figuur 56. De flux is evenredig met de magnetische veldsterkte B , waarbij de component van B loodrecht op het oppervlak genomen moet worden. Het ontstaan van een inductiespanning is nu als volgt te beschrijven:

Als de magnetische flux door de windingen van een spoel verandert, wordt er een inductiespanning in de spoel opgewekt.

Beweegt een staafmagneet zoals in figuur 57 naar een spoel toe, dan neemt het aantal veldlijnen door de windingen van de spoel toe. De magnetische flux wordt dan groter. Is de kring gesloten, dan loopt er een inductiestroom zolang de flux door de spoel toeneemt. Beweegt de magneet van de spoel af, dan neemt de magnetische flux door de spoel af, is de inductiespanning andersom en loopt de inductiestroom de andere kant op. Hoe groter de verandering van de flux per seconde is, hoe groter de inductiespanning is en dus ook (als de kring gesloten is) de inductiestroom. En hoe groter het aantal windingen van de spoel is, hoe groter de inductiespanning over de spoel is.

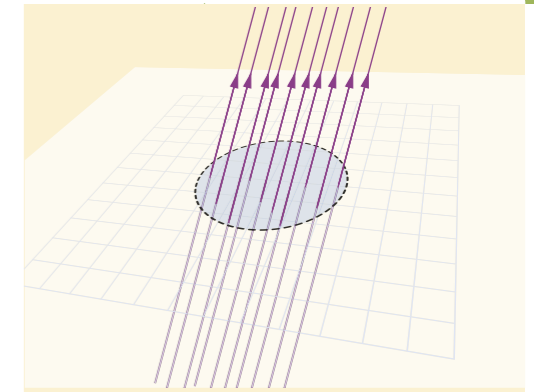
Inductie bij een elektromagneet

De magnetische flux door een spoel of ring kan ook veranderen zonder beweging van een magneet. In figuur 58 zie je een aluminium ring die voor een elektromagneet hangt. Als de stroom ingeschakeld wordt, zwaait de ring naar rechts en zakt daarna weer terug. Wordt de stroom uitgeschakeld, dan zwaait de ring even naar links en zakt weer terug. Aluminium wordt zelf niet magnetisch, het is hier dus de lorentzkracht die de ring doet bewegen.

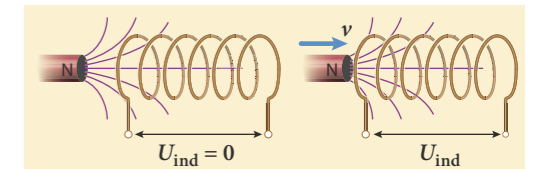
De verklaring met magnetische flux is als volgt. Zolang de flux door de ring toeneemt, ontstaat er een inductiespanning die in de ring een inductiestroom laat lopen. Het magnetisch veld van die inductiestroom en het veld van de ingeschakelde elektromagneet stoten elkaar af, waardoor de ring naar rechts gaat zwaaien. Is de flux van de elektromagneet door de ring constant geworden, dan is er geen inductie meer en zakt de ring weer terug. Bij het uitschakelen van de stroom met de schakelaar gebeurt precies het omgekeerde.

Microfoon

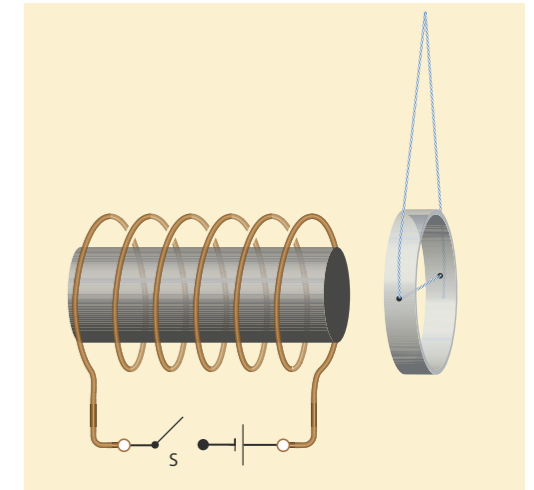
De werking van een (ouderwetse) dynamische microfoon is hetzelfde als van een luidspreker, maar dan omgekeerd. Het geluid brengt een klein trilplaatje met daaraan een spoel in trilling, zie figuur 59. De spoel beweegt in het magnetisch veld van een permanente magneet en er ontstaat over de spoel een inductiespanning die evenredig is met de snelheid van het trilplaatje. De luchtrilling wordt zo omgezet in een elektrisch signaal, een wisselspanning. De amplitude van deze wisselspanning is meestal vrij zwak, waardoor een versterker nodig is.



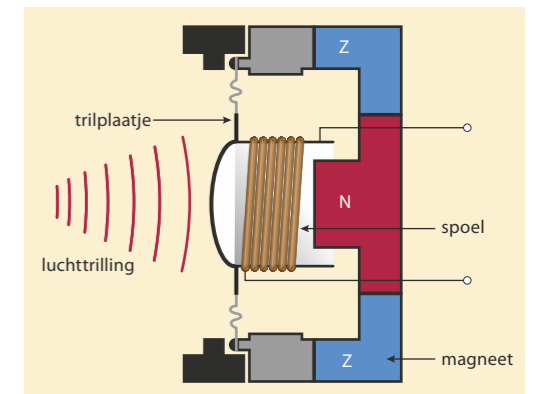
Figuur 56 Magnetische flux



Figuur 57 Alleen als de door de spoel omvatte magnetische flux verandert, is er een inductiespanning.



Figuur 58 Als de schakelaar van de elektromagneet wordt gesloten, wordt de aluminiumring afgestoten.



Figuur 59 Schema van een microfoon

- * De beweging van een staafmagneet en een spoel, in elkaars verlengde, wekt een inductiespanning over de spoel op.
- * De inductiespanning van een dynamo of generator is een wisselspanning.
- * De magnetische flux door een oppervlak staat voor het denkbeeldige aantal magnetische veldlijnen door dat oppervlak.
- * Een veranderende magnetische flux door een spoel veroorzaakt een inductiespanning over de spoel.
- * Bij een toenemende flux door een gesloten kring is de inductiestroom de ene kant op. Bij afname van die flux is de inductiestroom omgekeerd.

37 Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.

- a Als je een magneet naar een metalen ring toe beweegt, ontstaat er een inductiespanning in de ring.
- b Als je een magneet van een geleidende ring af beweegt, ontstaat er geen inductiespanning in de ring.
- c Een dynamo werkt alleen als de spoel stilstaat en de magneet draait, andersom werkt het niet.
- d De spanning die een dynamo levert, heet inductiespanning.
- e Een bewegende magneet bij een stroomdraad veroorzaakt een kracht op de elektronen in de draad.
- f Over een spoel die ronddraait in een magneetveld ontstaat geen inductiespanning.

38 In figuur 59 zie je een schema van een microfoon.

- a Leg kort uit hoe deze microfoon een trilling van de lucht omzet in een elektrisch signaal.
- b Leg uit hoe dit signaal verandert als de frequentie van de trilling groter is.

39 Met een magneet en een spoel (zie figuur 60) kun je een inductiespanning opwekken over de uiteinden van de spoel.

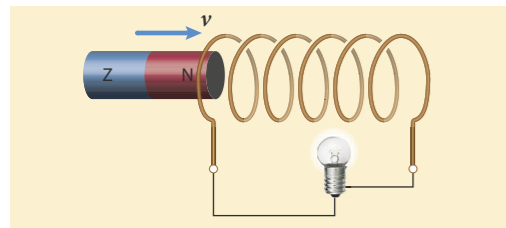
- a Leg uit waardoor er geen inductiespanning is als de magneet niet beweegt.
- b Leg uit dat er een wisselspanning ontstaat als de magneet heen en weer beweegt.
- c Leg uit wat er verandert aan de lichtsterkte van het lampje als je de magneet sneller heen en weer beweegt.

40 De elektromagneet van figuur 61 is via een schakelaar S aangesloten op een gelijkspanningsbron. Hieronder staan vier situaties. Leg bij elke situatie uit of er wel of niet een inductiespanning over de rechter spoel ontstaat.

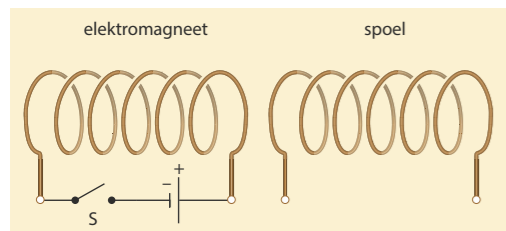
- A De schakelaar is open.
- B De schakelaar wordt gesloten.
- C De schakelaar is al een tijdje gesloten.
- D De schakelaar wordt geopend.

41 De elektromagneet van figuur 62 is aangesloten op een gelijkspanningsbron.

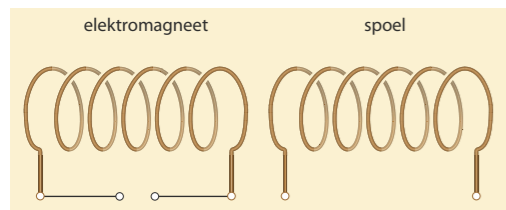
- a Leg uit dat er geen inductiespanning over de rechterspoel ontstaat. De elektromagneet wordt vervolgens aangesloten op een wisselspanningsbron.
- b Leg uit dat over de rechterspoel nu wel een inductiespanning ontstaat.
- c Leg uit dat de inductiespanning over de rechterspoel een wisselspanning is.



Figuur 60 Als de magneet naar de spoel toe beweegt, gaat de lamp even branden.



Figuur 61



Figuur 62

42 T In de opstelling van figuur 63 is schakelaar S geopend. Bij het sluiten van S wordt de ring even afgestoten door de spoel.

- a Leg met behulp van het begrip magnetische flux uit waardoor de ring slechts kort wordt afgestoten.
- b Teken in de figuur de richting van de stroom en de richting van het magneetveld van de spoel. Teken ook de noord- en zuidpool van de spoel.
- c Aan welke kant van de ring ontstaat even een noordpool bij het sluiten van S?
- d Teken de inductiestroom in de ring bij het inschakelen van schakelaar S.
- e Leg uit waardoor de ring even wordt aangetrokken op het moment dat schakelaar S weer geopend wordt.

43 T In figuur 64 zie je een vierkant draadraam in een magnetisch veld. Binnen het getekende gebied is het magneetveld homogeen en het papier in gericht. Het draadraam beweegt met een constante snelheid naar rechts.

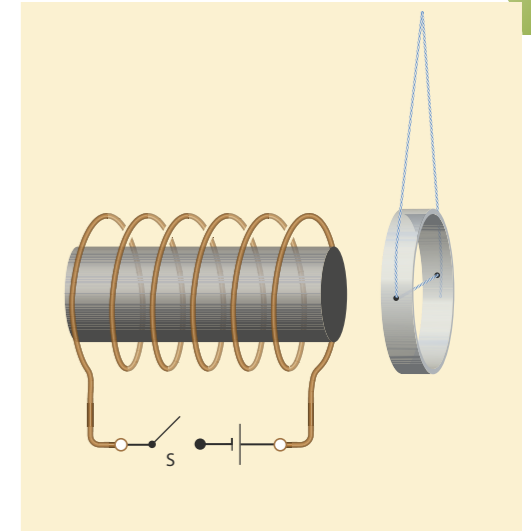
- a Leg uit waardoor er in deze situatie geen inductiestroom loopt door het draadraam.
- b Leg uit waardoor er dan wel een inductiestroom gaat lopen.
- c Teken deze situatie in figuur 64 en geef op elke zijde van het draadraam de richting van de lorentzkracht aan.

44 Als een magneet in de buurt van een spoel om een as wordt rondgedraaid, ontstaat er een inductiespanning over de uiteinden van de spoel. Zie figuur 65.

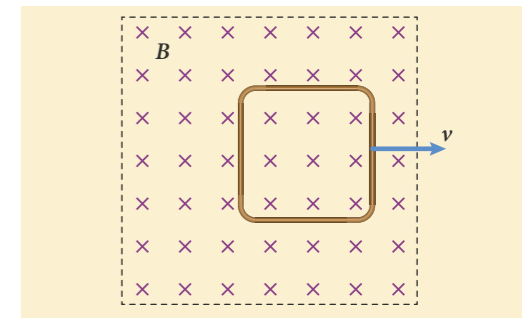
- a Leg uit of deze inductiespanning een gelijkspanning is of een wisselspanning.
- b Waardoor gaat er in bij een proef zoals die van figuur 65 geen inductiestroom lopen?

45 Een dynamo, een elektromotor, een luidspreker en een microfoon lijken wat betreft de werking op elkaar.

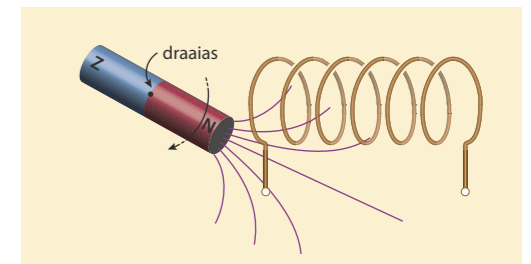
- a Bij welk(e) appara(a)t(en) hoort de omschrijving: 'Een stroom in een spoel bij een magneet veroorzaakt een lorentzkracht waardoor beweging ontstaat.'
- b Bij welk(e) appara(a)t(en) hoort de omschrijving: 'De beweging van een spoel bij een magneet veroorzaakt een elektrische spanning.'



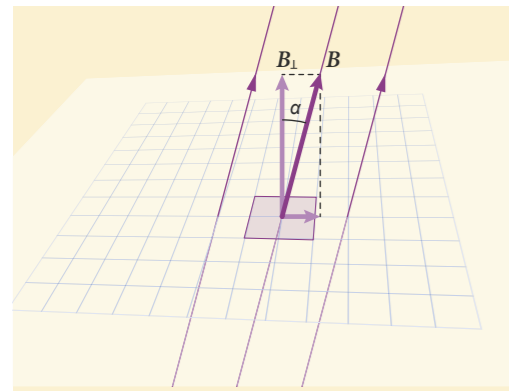
Figuur 63 Elektromagneet met vrij hangende aluminium ring



Figuur 64 Draadraam in een magneetveld



Figuur 65 Een draaiende magneet bij een spoel



Figuur 66 Als het magneetveld B een hoek maakt met het oppervlak, neem je alleen de loodrechte component van B om de flux te berekenen.

VOORBEELDOPGAVE 2

In het magneetveld van figuur 66 is de hoek α 18° en de magnetische veldsterkte $B = 0,40$ T.

Vraag: Bereken grootte van de flux Φ als de oppervlakte waar het magneetveld doorheen gaat 20 cm^2 is.

Antwoord: Gegeven is dat $\alpha = 18^\circ$, $B = 0,40$ T en $A = 0,0020 \text{ m}^2$. Bereken eerst B_\perp , dit is de aanliggende zijde in de driehoek dus $\cos(\alpha) = \frac{B_\perp}{B}$. Dit geeft $B_\perp = B \cdot \cos(\alpha) = 0,40 \times \cos(18^\circ) = 0,38$ T. De flux bereken je vervolgens met $\Phi = B_\perp \cdot A = 0,38 \times 0,0020 = 7,6 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$

BEHEERSEN

Grootte van de magnetische flux

Welke waarde de magnetische flux door een oppervlak heeft, hangt af van de grootte van de magnetische veldsterkte B , van de grootte van de oppervlakte A en van de hoek α tussen de richting van de magnetische veldlijnen en de lijn loodrecht op het oppervlak. Als het magneetveld loodrecht op het oppervlak staat, is de flux gelijk aan de oppervlakte A maal de magnetische veldsterkte B . Staat het magneetveld niet loodrecht op het oppervlak, dan neem je de component van het magneetveld loodrecht op het oppervlak. Zie figuur 66.

De eenheid van flux is Weber (Wb), genoemd naar een belangrijke natuurkundige uit de 19^{de} eeuw. Voor de flux geldt:

$$\phi = B_\perp \cdot A$$

Hierin is ϕ (Griekse hoofdletter phi) de magnetische flux (in Wb) door het oppervlak, B_\perp de component van de magnetische veldsterkte loodrecht op het oppervlak (in T) en A de grootte van het oppervlak (in m^2).

Magnetische flux en inductiespanning

Er is alleen een inductiespanning als de magnetische flux door de winding of de spoel verandert. De grootte van de inductiespanning over een winding is evenredig met de toename of afname van de flux per seconde. De inductiespanning is dus evenredig met de afgeleide van de flux:

$$U_{\text{ind}} \propto \frac{d\phi}{dt}$$

Hierin is U_{ind} de inductiespanning over de winding (in V) en $\frac{d\phi}{dt}$ de verandering per s van de magnetische flux door de ring (in Wb/s).

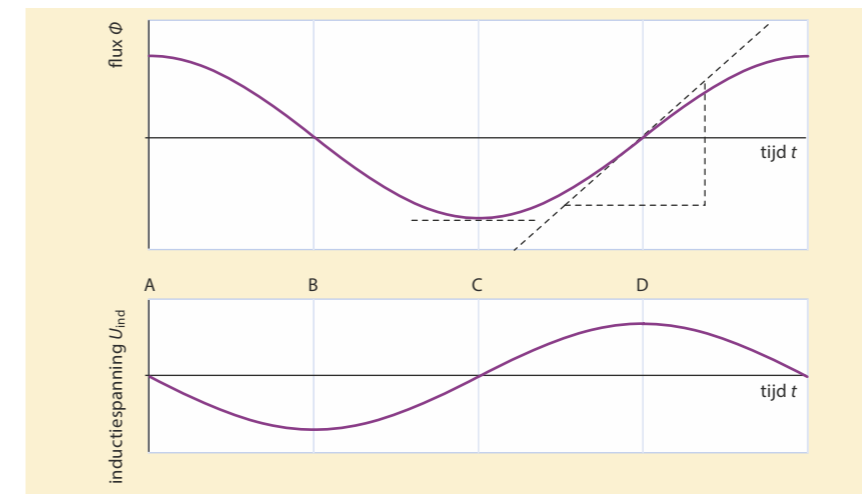
Bij een spoel is de inductiespanning ook afhankelijk van het aantal windingen. Omdat alle windingen in serie staan, is de totale inductiespanning gelijk aan de som van de inductiespanningen over de windingen. Voor een spoel met N windingen geldt dus:

$$U_{\text{ind}} \propto N \cdot \frac{d\phi}{dt}$$

Dynamo

Een dynamo bestaat uit een draaiende spoel in een magneetveld of een draaiende magneet tussen spoelen. In figuur 67 is één winding getekend van een spoel die rond draait in een homogeen magneetveld. De blauwe pijlen geven de richting aan waarin de winding beweegt.

In de posities A en C in figuur 67 is de flux maximaal, doordat het magneetveld en de winding loodrecht op elkaar staan. In positie B en D is de flux door de winding nul. In de bovenste grafiek van figuur 68 zie je dat de flux door de winding in positie A en C vrijwel constant is, terwijl in B en D de fluxverandering het grootst is. Dat betekent dat in A en C de inductiespanning nul is en in B en D maximaal.

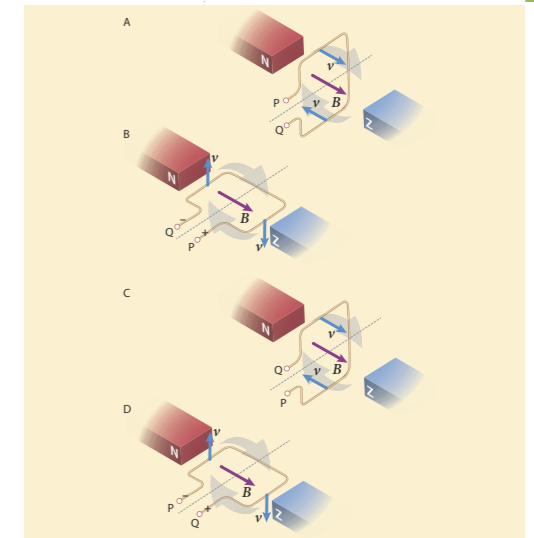


Figuur 68 De magnetische flux Φ (boven) en de opgewekte inductiespanning U_{ind} tussen P en Q (onder) tijdens het draaien van de 'draadraamdynamo'.

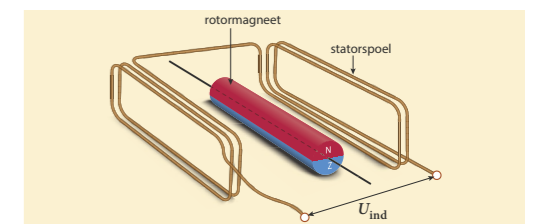
De inductiespanning is evenredig met de afgeleide van de flux en dus evenredig met de helling van de raaklijn aan de grafiek van de flux. In positie A en C is de helling nul, de flux verandert vrijwel niet als de winding iets draait. De afgeleide is nul en de inductiespanning is ook nul. In positie B en D is de helling van de grafiek van de flux maximaal. De flux verandert immers snel als je de winding iets draait. De inductiespanning is dan maximaal.

Fietsdynamo

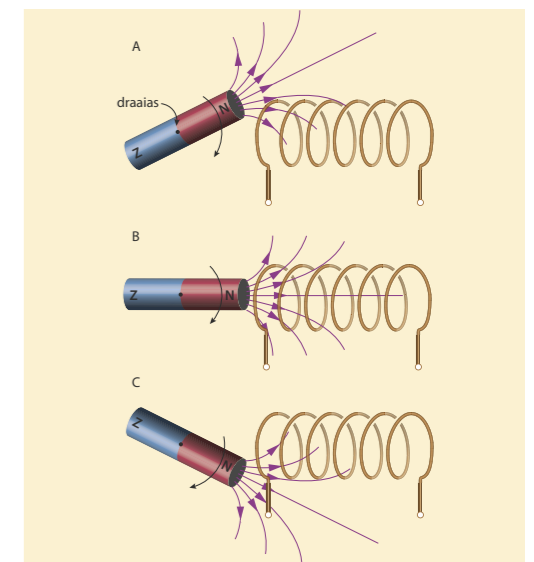
Een fietsdynamo bestaat soms uit een ronddraaiende spoel tussen magneten, maar meestal uit een draaiende magneet tussen twee spoelen, zie figuur 69. In figuur 70 zie je dat de magnetische flux toeneemt, als de magneet naar de spoel toe draait en afneemt als hij ervan wegdraait. De veranderende flux zorgt twee keer voor een inductiespanning, waarbij het teken van de spanning omkeert in positie B. Voor de werking van de dynamo maakt het niet uit wat beweegt, de spoel of de magneet. Het gaat om de onderlinge beweging. In dynamo's beweegt meestal de magneet, maar in grote generatoren draait de spoel tussen elektromagneten rond. Het voordeel van een bewegende magneet is dat er geen (kwetsbare) sleepcontacten nodig zijn.



Figuur 67 Een draadraam als dynamo: een draadraam (rotor) draait in het veld van stilstaande (stator) magneten.



Figuur 69 Dynamo: stilstaande (stator)spoelen in het veld van een draaiende (rotor)magneet (voor de duidelijkheid is de magneet veel te dun getekend)



Figuur 70 De draaiende magneet veroorzaakt een veranderende flux in de spoel.

Experiment 9: Vallende magneet

VOORBEELDOPGAVE 3

Het dynamodraadraam van figuur 67 wordt uitgebreid met twee extra windingen. Bovendien draait het draadraam twee keer zo snel.

Vraag: Leg uit wat er dan verandert aan de grafieken van de flux Φ en de inductiespanning U_{ind} (figuur 68).

Antwoord: Als het draadraam twee keer zo snel draait, zal de frequentie waarmee de flux Φ verandert ook twee keer zo groot zijn. De grafiek van de flux Φ zal dus twee keer zo snel op en neer gaan.

De fluxverandering per seconde $\frac{d\Phi}{dt}$ is ook twee keer zo groot. Omdat U_{ind} evenredig is met $\frac{d\Phi}{dt}$, zal als gevolg van de snellere draaiing de grafiek van de inductiespanning U_{ind} niet alleen twee keer zo snel op en neer gaan, maar de amplitude zal ook twee keer zo groot worden.

Verder zijn er drie windingen in plaats van één winding. Uit $U_{\text{ind}} \sim N \cdot \frac{d\Phi}{dt}$ volgt dat de amplitude van de inductiespanning $3 \times 2 = 6$ keer zo groot zal worden.

De grafiek van de inductiespanning zal dus twee keer zo snel op en neer gaan en de amplitude wordt zes keer zo groot.

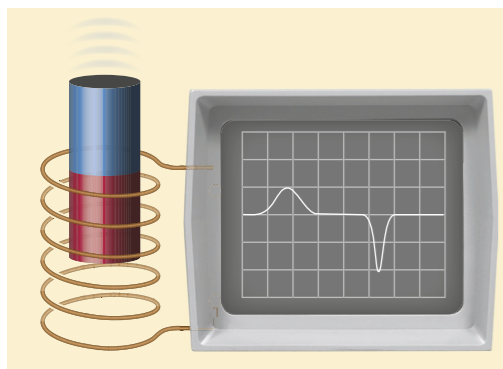
46 De paragraafvraag is: Hoe leidt het ronddraaien van een dynamo tot het opwekken van spanning en stroom? Wat is het antwoord op deze vraag?

47 Het verschijnsel inductie kun je beschrijven met het begrip magnetische flux.

- Van welke grootheden hangt de magnetische flux binnen een spoel af?
- Met welke formule kun je de magnetische flux berekenen?
- Welke eenheden horen bij de grootheden in deze formule?
- Beschrijf hoe de inductiespanning afhangt van de magnetische flux.

48 T Saida sluit een verticaal opgestelde spoel aan op een oscilloscoop (figuur 71). Boven de spoel laat zij een staafmagneet los, zodat die door de spoel valt. Op het scherm van een oscilloscoop wordt de inductiespanning over de spoel weergegeven als functie van de tijd. Op het scherm ziet zij twee spanningspulsen, zoals in figuur 71.

- Leg uit waardoor er twee pulsen zijn.
 - Leg uit waardoor de tweede puls hoger is dan de eerste.
 - Leg uit waardoor de tweede puls smaller is dan de eerste.
 - Hoe komt het dat de richting van de inductiestroom omkeert, zodra de magneet zich van de spoel verwijdert?
- Vervolgens laat Saida dezelfde magneet van iets grotere hoogte door de spoel vallen. Bovendien heeft zij de magneet omgekeerd, waardoor de andere pool naar beneden wijst.
- Schets in figuur 71 het beeld dat Saida nu op het oscilloscoopscherm ziet.



Figuur 71 Oscilloscoopbeeld van een spoel waar een staafmagneet doorheen valt

49 Binnen een spoel met 300 windingen verandert de magnetische flux ϕ als functie van de tijd t , zoals weergegeven in het diagram van figuur 72.

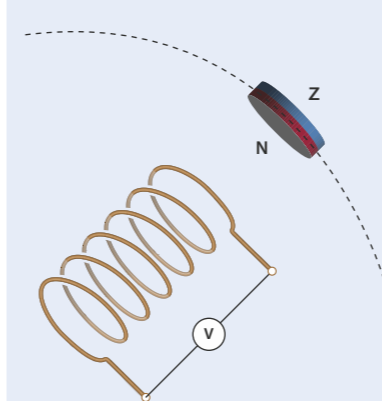
- Bepaal de helling van de grafiek tussen $t = 0$ en $t = 4,0$ s. Tussen $t = 0$ en $t = 4,0$ s is de inductiespanning $+6,0$ V.
- Bepaal de inductiespanning tussen $t = 4,0$ s en $t = 6,0$ s. De spoel wordt vervangen door een even lange spoel met 150 windingen.
- Leg uit hoe de inductiespanning in beide periodes dan verandert.

50 Binnen een spoel met 1200 windingen verandert de magnetische flux ϕ als functie van de tijd t zoals weergegeven in het diagram van figuur 73. De spoel is kortgesloten via een stroommeter die op $t = 2,5$ s een stroomsterkte van $0,25$ A aangeeft.

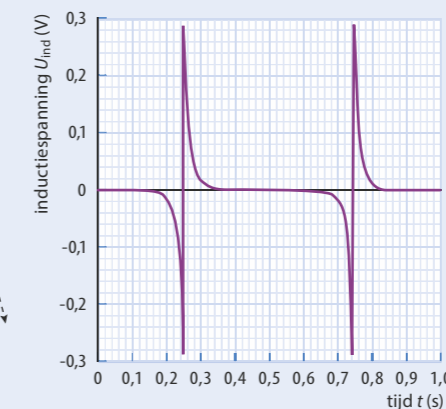
- Gedurende welke periode is sprake van een inductiespanning? Op tijdstip $t = 3,0$ s verandert de flux van richting.
 - Verandert dan ook de inductiestroom van richting? Leg uit met behulp van de afgeleide van de flux.
- De spoel wordt vervangen door een even lange spoel met 800 windingen en gelijke weerstand. Vervolgens verandert de flux opnieuw zoals in figuur 73.
- Bereken de stroomsterkte door de spoel. Neem aan dat de weerstand van de spoel constant is.

51 T Een fietscomputer geeft onder andere de snelheid en de afgelegde afstand aan. De sensor van de fietscomputer is bevestigd aan de voorvork van de fiets en bestaat uit een spoeltje. Aan een spaak van het voorwiel is een kleine magneet geklemd. In figuur 74 zie je hoe de magneet het spoeltje passeert. Daarbij wordt een inductiespanning in het spoeltje opgewekt. Terwijl een fietser met constante snelheid rijdt, wordt deze inductiespanning U_{ind} met een voltmeter gemeten als functie van de tijd t . Het resultaat is weergegeven in het diagram van figuur 75.

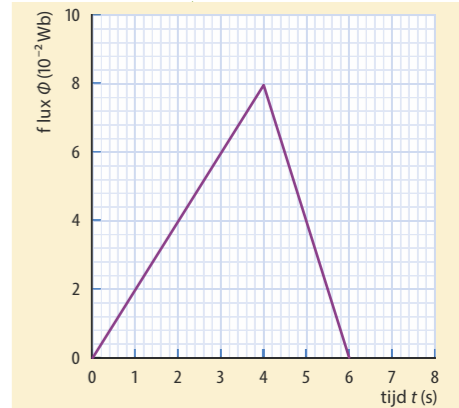
- Als de magneet het spoeltje passeert, wordt eerst een negatieve en daarna een positieve spanningspuls opgewekt. Leg uit waardoor de spanning 'omkeert'. De fietser fietst nu langzamer. Er wordt opnieuw een U_{ind}, t -diagram opgenomen.
- Schets in figuur 75 het nieuwe diagram. Geef ook een toelichting.



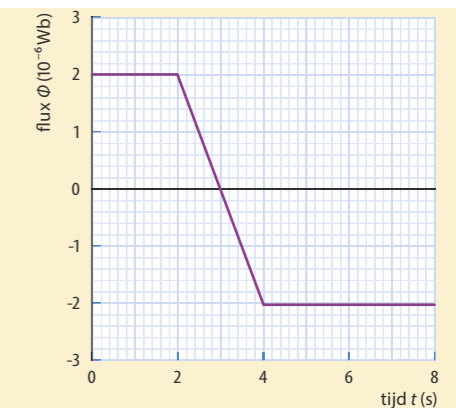
Figuur 74



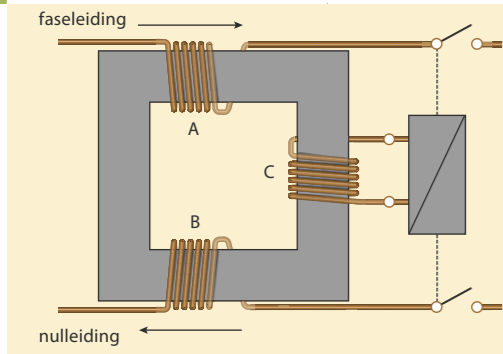
Figuur 75



Figuur 72 Magnetische flux als functie van de tijd bij een spoel met 300 windingen



Figuur 73 Magnetische flux als functie van de tijd bij een spoel met 1200 windingen



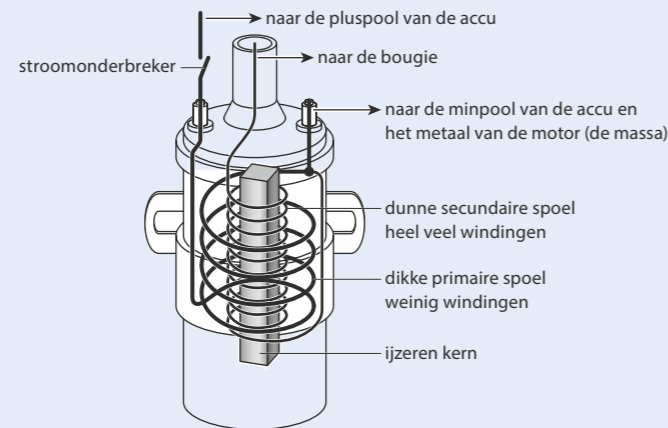
Figuur 76 Aardlekschakelaar

52 Een aardlekschakelaar schakelt de netspanning in huis uit als er stroom 'weglekt', bijvoorbeeld doordat er een stroompje door iemands lichaam naar de aarde gaat. De stroom door de faseleiding (zie figuur 76) is dan ongelijk aan de stroom door de nulleiding, terwijl in normale omstandigheden die twee stromen gelijk zijn. Door spoel A en B gaan de elektrische stromen die het huis in- en uitgaan. Spoel C is aangesloten op een relais dat de schakeling verbreekt, zodra er een stroom door spoel C loopt.

- Leg uit dat in normale omstandigheden de magnetische flux door spoel C nul is.
- Leg de werking van deze aardlekschakelaar uit.
- Leg uit of de aardlekschakelaar ook kan werken bij gelijkspanning.

53 In een benzinemotor is een vonk nodig om de benzine te laten ontploffen. Zo'n vonk ontstaat bij een spanningspuls van duizenden volt, die opgewekt wordt met twee spoelen die om dezelfde ijzeren kern zijn gewikkeld (de bobine, zie figuur 77). De eerste spoel heeft niet zo veel windingen en is via een schakelaar aangesloten op de accu. De tweede spoel heeft een zeer groot aantal windingen en is aangesloten op een bougie in de cilinder. Als de schakelaar tussen de accu en de eerste spoel wordt geopend, ontstaat er een grote spanningspuls over de tweede spoel en dus over de bougie, waardoor daar een vonk overspringt.

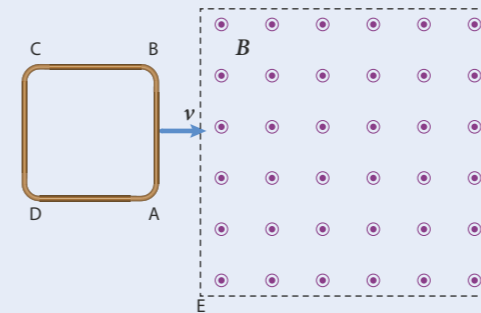
- In welke spoel ontstaat dan een inductiespanning? Leg uit.
- Leg uit waardoor deze inductiespanning zeer groot is.



Figuur 77 Schematische tekening van een bobine

54 Een vierkant draadraam wordt met een constante snelheid van links naar rechts door een homogeen magnetisch veld bewogen, zoals weergegeven in figuur 78. Het magnetisch veld is alleen aanwezig in het aangegeven deel van de ruimte. De magnetische veldsterkte B staat loodrecht op het papier en is het papier uit gericht.

- Schets in een ϕ, t -diagram hoe de magnetische flux binnen de spoel verandert.
- Leg uit wanneer er een inductiestroom door het draadraam loopt.
- Is de richting van de inductiestroom steeds gelijk? Leg uit.



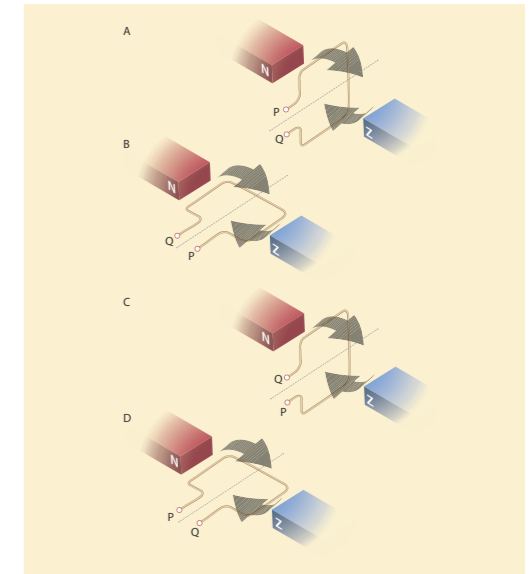
Figuur 78 Een draadraam beweegt door een homogeen magnetisch veld.

55 Een dynamo bestaat uit een ronddraaiende spoel in een magnetisch veld, zoals schematisch weergegeven in figuur 79. De spoel draait met constante snelheid rond in een homogeen magnetisch veld met $B = 0,50 \text{ T}$. In figuur 79 zijn vier opeenvolgende standen van deze spoel getekend. De magnetische flux door de winding is positief tussen de standen A en B, en negatief tussen de standen B en C. De spoel van 150 windingen heeft een oppervlakte $A = 6,0 \text{ cm}^2$ en maakt 20 omwentelingen per seconde.

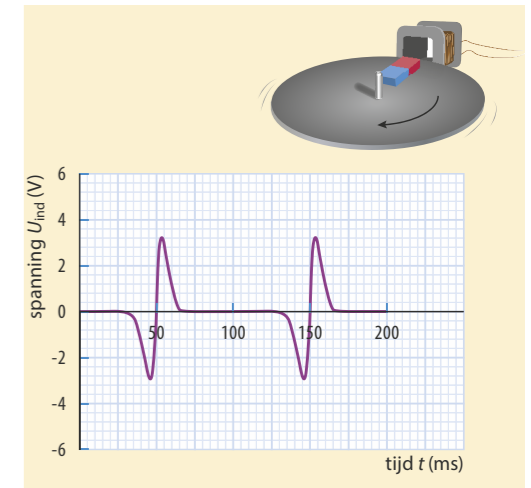
- Teken in een ϕ, t -diagram hoe de magnetische flux binnen de spoel verandert. Teken in het diagram met de letters A t/m D ook de vier standen van de spoel.
- Bij welke standen is $\frac{d\phi}{dt}$ maximaal? Wat betekent dit voor de inductiespanning?
- Bij welke standen is $\frac{d\phi}{dt}$ nul? Wat betekent dit voor de inductiespanning?
- Schets het bijbehorende U_{ind}, t -diagram. Geef met de letters A t/m D de vier standen van de spoel aan.

56 T Voor een spoel draait een tafeltje rond met daarop een staafmagneet. Het bijbehorende U_{ind}, t -diagram is in figuur 80 getekend.

- Schets in de figuur het U_{ind}, t -diagram als de schijf twee keer zo snel draait.
- Leg uit waardoor de oppervlakte onder één spanningpuls niet verandert als de schijf sneller gaat draaien.
- Schets het U_{ind}, t -diagram als het aantal windingen van de spoel twee keer zo groot is.
- Leg uit of de oppervlakte onder één puls nu weer even groot is.



Figuur 79 Een spoel met één winding die in een magnetisch veld ronddraait



Figuur 80 Een magneet op een draaitafel. In het diagram staat de in de spoel opgewekte inductiespanning als functie van de tijd weergegeven.

Oefenen B

Bekijk of je de belangrijkste onderwerpen van paragraaf 8.2 t/m 8.4 begrepen hebt.

8.5 Verdieping

Magnetohydrodynamische voortstuwing

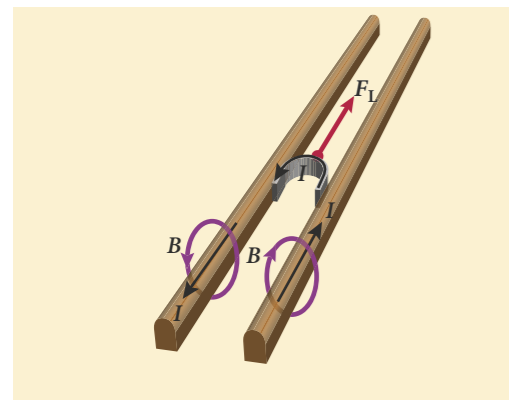
In figuur 81 zie je een boot met magnetohydrodynamische voortstuwing (MHD). Deze voortstuwing werkt zonder bewegende onderdelen in de boot. Er is geen schroef die ronddraait en geen motor of pomp die voor beweging zorgt. Er wordt alleen gebruikgemaakt van een elektrische stroom, een magnetisch veld en de Lorentzkracht. Een MHD-boot maakt vrijwel geen geluid en dat is bijvoorbeeld zeer interessant voor militaire vaartuigen die niet ontdekt willen worden.

De werking van MHD-voortstuwing is in figuur 81 schematisch weergegeven. Accu's (of een generator) en twee metalen elektroden aan de onderzijde van de boot zorgen voor een elektrische stroom door het zoute zeewater. Een sterke magneet in de boot zorgt voor een magnetisch veld dat verticaal gericht is. De Lorentzkracht duwt het zeewater naar achteren en zorgt daarmee voor de voortstuwing van de boot. De kracht van de boot op het water en de kracht van het water op de boot is immers een wisselwerking. De boot zet zich af tegen het water met behulp van de Lorentzkracht.

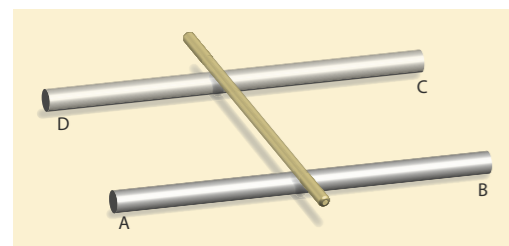
Lanceren met Lorentzkracht

Een railgun is een elektrisch kanon dat een projectiel langs twee metalen rails wegschiet met behulp van de Lorentzkracht. Zie figuur 82. Het projectiel maakt daarbij voortdurend contact met de rails, zodat er een elektrische stroom door de rails en door het projectiel kan lopen. De stroom door de rails zorgt voor een magnetisch veld. Op de stroom door het projectiel werkt de Lorentzkracht die het projectiel versnelt. De Amerikaanse marine heeft een railgun getest die een kogel van 3,5 kg versnelt tot zeven keer de geluidssnelheid (Mach 7).

Figuur 81 Magnetohydrodynamische voortstuwing



Figuur 82 Railgun



Figuur 83 Principe van een railgun

57 Bij een boot die gebruikmaakt van magnetohydrodynamische voortstuwing, werkt de Lorentzkracht op het water naar achteren.

- Leg uit hoe deze kracht voor de voortstuwing van de boot zorgt.
- Leg met behulp van de formule voor de Lorentzkracht uit dat er een zeer grote elektrische stroom door het zeewater moet lopen. Maak in je uitleg gebruik van schattingen van de afstand tussen de elektroden, de sterkte van het magnetisch veld en de grootte van de voortstuwende kracht.

58 Het principe van een railgun is in figuur 83 getekend. De spanningsbron wordt aangesloten bij A en D.

- Leg uit dat de koperen staaf naar rechts beweegt, als A op de pluspool van de spanningsbron wordt aangesloten en D op de minpool.
- Leg uit dat de koperen staaf ook naar rechts beweegt, als A op de minpool van de spanningsbron wordt aangesloten en D op de pluspool. Een railgun schiet het projectiel dus altijd van de spanningsbron af.
- Leg uit of je een railgun ook kunt afschieten met wisselstroom.

Draadloos opladen

Een elektrische tandenborstel wordt opgeladen zonder dat er elektrisch contact wordt gemaakt met de oplader. Er loopt kennelijk geen elektrische stroom van de lader naar de accu in de tandenborstel. Op een vergelijkbare manier kun je bepaalde mobiele telefoons opladen. Je legt de mobiel op een oplaadmat, die verbonden is met het stopcontact. Het opladen begint direct. De magnetische inductie-technologie brengt elektrische energie over een korte afstand draadloos over.

In de voet van de oplader van een elektrische tandenborstel zit een kleine spoel die voor een wisselend magneetveld zorgt. Onderin de tandenborstel zit ook een kleine spoel die via een elektrische schakeling verbonden is met de accu van de tandenborstel. De spoel in de tandenborstel 'voelt' de wisselende flux van het magneetveld van de oplader. Door de wisselende flux ontstaat in die spoel een inductiestroom, die gelijkgericht wordt en dan de accu oplaadt.

Inductiekookplaat

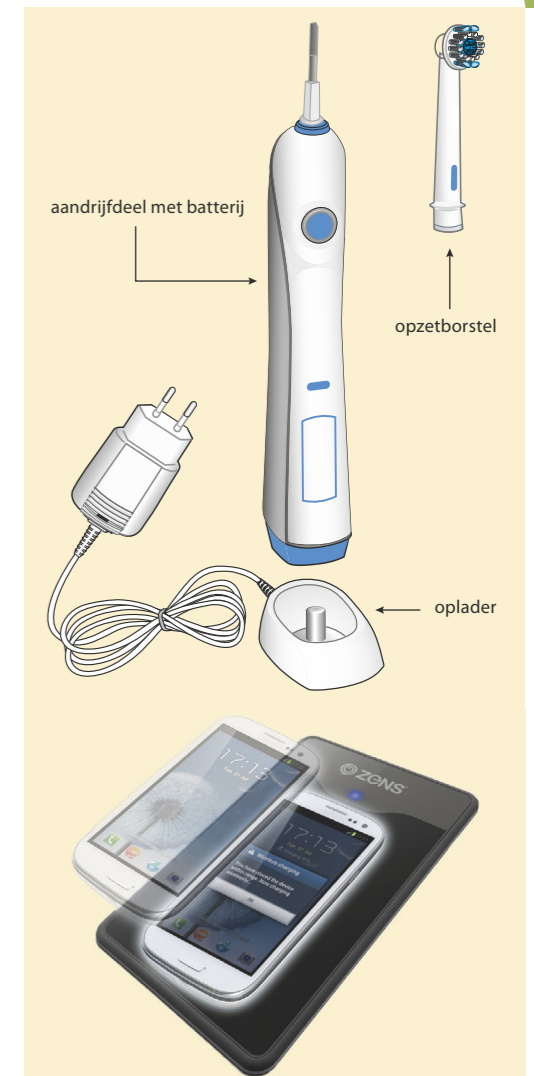
In metalen voorwerpen kunnen wervelstromen ontstaan als ze langs een magneet bewegen of als op een andere manier de magnetische flux door het voorwerp verandert. Het principe wordt toegepast in bijvoorbeeld inductiekookplaten. Bij een inductiekookplaat is onder de kookplaat een grote spoel geplaatst waar wisselstroom doorheen gaat. De metalen bodem van de pan functioneert dan als een soort dikke ring, of ringen naast elkaar. De inductiestroom zorgt zeer efficiënt voor warmteontwikkeling in de bodem van de pan.

59 De oplader van een elektrische tandenborstel heeft een voet waar de tandenborstel op geplaatst kan worden. In de voet bevindt zich een spoel.

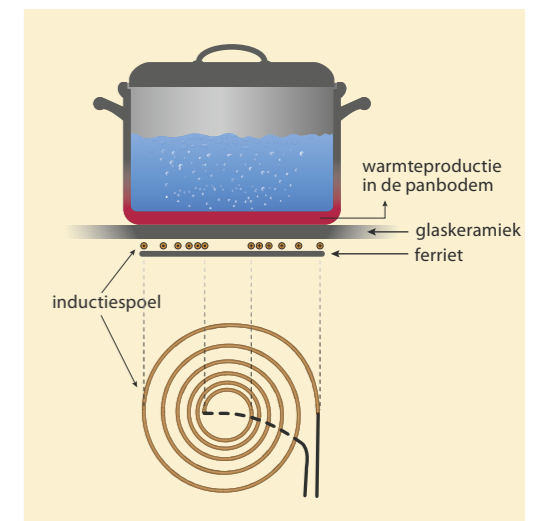
- Loopt er tijdens het opladen een wisselstroom of een gelijkstroom door de spoel in de voet? Leg uit.
- Leg uit dat in de tandenborstel ook een spoel moet zitten.
- Loopt er door de spoel in de tandenborstel een wisselstroom of een gelijkstroom? Leg dit uit en geef aan wat dat betekent voor de oplaadschakeling van de accu in de tandenborstel.

60 Door de spoelen onder een inductiekookplaat loopt een wisselstroom.

- Leg uit dat inductiekoken alleen werkt als er wisselstroom gebruikt wordt.
- Wat zou er met de pan gebeuren als er gelijkstroom gebruikt wordt? Neem aan dat de bodem van de pan van ijzer is.
- Leg uit dat het keramische oppervlak van de inductiekookplaat alleen warm wordt als er een metalen pan op staat. Er zijn veel inductiepannen te koop die 'geschikt zijn voor alle warmtebronnen'. Dit zijn geen echte inductiepannen, omdat de bodem meestal dunner is. Een dunner bodem betekent een grotere elektrische weerstand.
- Leg met formules uit hoe de stroomsterkte en de warmteontwikkeling in de bodem veranderen als de weerstand van de bodem twee keer zo groot is.



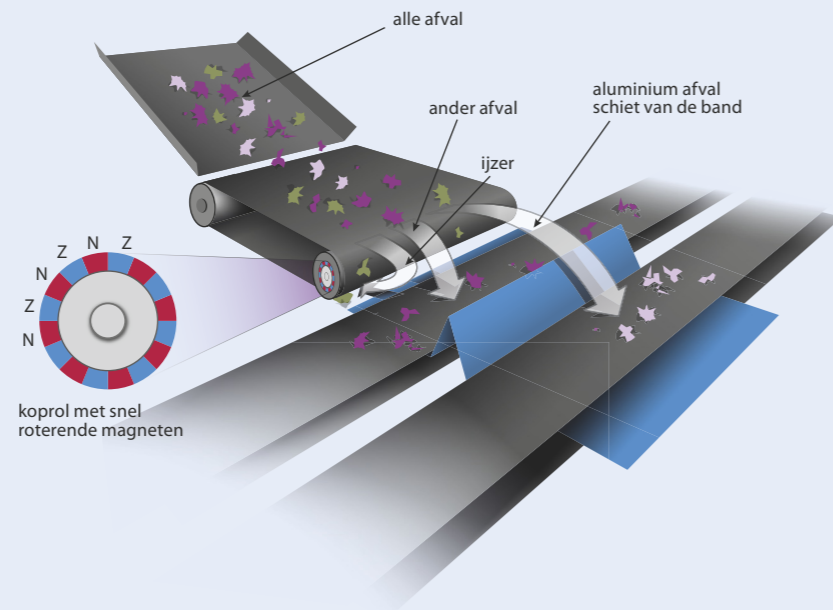
Figuur 84 Draadloos opladen



Figuur 85 Inductiekookplaat

Experiment 10: Wervelstroom

- 61** In huishoudelijk afval gaan metalen voor een deel verloren op stortplaatsen of in verbrandingsovens. De afvalverwerkingsinstallaties maken daarom gebruik van een wervelstroomscheider. Dit apparaat bestaat uit een transportband met in het uiteinde een koprol voorzien van magneten die om-en-om met hun noordpool of zuidpool naar buiten zijn gericht.
- Als het afval over de band loopt, blijft eventueel aanwezig ijzer aan de koprol plakken, totdat het aan de onderkant door de zwaartekracht loslaat. Niet-metaalhoudende materialen vallen aan het einde van de band naar beneden, terwijl aluminium naar voren wordt weggeschoten. Uiteindelijk ontstaan er dus drie verschillende fracties.

**Figuur 86** Wervelstroomscheider

- Leg uit waardoor je aluminium niet met een (elektro)magneet uit de afvalstroom kunt scheiden.
- Leg uit waarom de koprol van de wervelstroomscheider bestaat uit snel roterende magneten, die om en om met hun noordpool of zuidpool naar buiten gericht zijn.

8.6 Afsluiting**HOOFDSTUKVRAAG EN SAMENVATTING**

- 62** De hoofdstukvraag is: Wat is een magnetisch veld en hoe werken elektromotoren en dynamo's? Geef een uitgebreid en compleet antwoord op deze vraag.
- 63** Maak een samenvatting van dit hoofdstuk door antwoord te geven op de volgende vragen:
- Hoe lopen de magnetische veldlijnen om een staafmagneet? Teken deze lijnen en geef ook hun richting aan.
 - Hoe lopen de magnetische veldlijnen binnen een spoel, wanneer er stroom door de spoel loopt? Teken een stroomspoel en geef hierin de richting van de elektrische stroom aan. Teken ook een aantal gesloten magnetische veldlijnen en geef hun richting aan.
 - Wat is een homogeen magnetisch veld? Waar is het magneetveld van een spoel homogeen?
 - Teken een rechte stroomdraad en geef daarin de richting van de elektrische stroom aan. Teken een aantal veldlijnen van het magnetisch veld dat bij de stroomdraad hoort en geef hun richting aan.
 - Een stroomdraad bevindt zich in een homogeen magnetisch veld. Welke kracht ondervindt de draad als er een stroom doorheen loopt? Hoe bepaal je de richting van deze kracht?
 - Met welke formule kun je de Lorentzkracht op een stroomdraad in een magnetisch veld berekenen? Wat stelt elk van de grootheden in deze formule voor? En in welke eenheden worden ze uitgedrukt?
 - In het hoofdstuk wordt drie keer een rechterhandregel gebruikt. Teken de drie situaties en noteer daarbij hoe de rechterhandregel toegepast moet worden.
 - Welke zijn de belangrijkste onderdelen van een elektromotor, en waar dient elk van die onderdelen voor?
 - Leg uit hoe een luidspreker een elektrisch signaal omzet in geluid.
 - Leg uit hoe een microfoon trillingen van de lucht omzet in een elektrisch signaal.
 - Wat wordt verstaan onder de magnetische flux binnen een spoel?
 - Met welke formule bereken je de magnetische flux? Welke betekenis hebben de symbolen in deze formule en welke eenheden horen erbij?
 - Wanneer ontstaat over een spoel een inductiespanning?
 - Met welke grootheden is inductiespanning evenredig?
 - Hoe wordt in een dynamo spanning opgewekt?

Begrippenkaart

Ga na of je van elk begrip goed weet wat het betekent.

Formules, grootheden en eenheden

Noteer bij elk symbool in de formule de naam van de grootheid en de eenheid. Vermeld in welke situatie(s) de formule gebruikt wordt.

Samenvatting

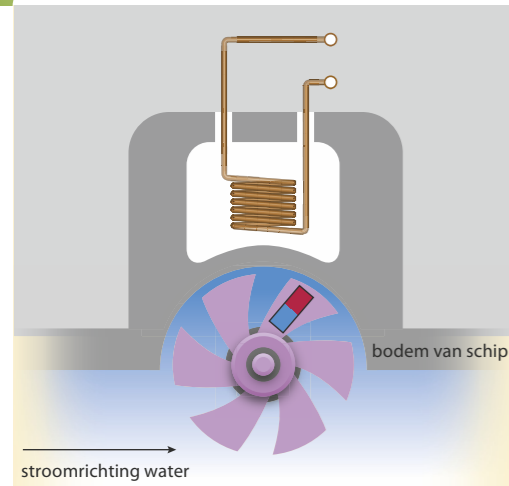
Bestudeer de samenvatting.

Zelftoets

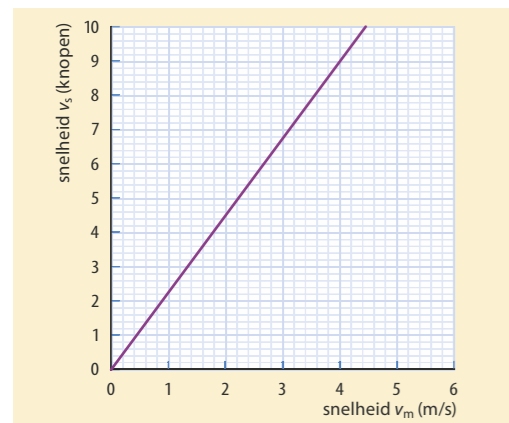
Test je kennis over dit hoofdstuk.

Keuzeonderwerpen

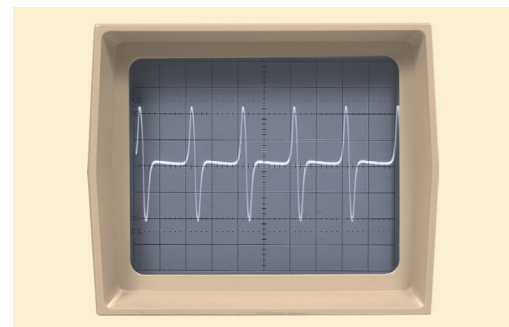
- Magneetveld van een spoel
- Elektromotor
- Rendement elektromotor/dynamo
- Magneto-hydrodynamische voortstuwing
- Luidspreker
- Microfoon
- Rumkorffs inductievonken



Figuur 87 Snelheidsmeter onder een schip



Figuur 88 Vaarsnelheid van het schip in knopen als functie van de baansnelheid van het rode uiteinde van de magneet



Figuur 89 Instelling oscilloscoop: tijdbasis 50 ms/hokje, verticaal 2,0 V/hokje.

EINDOPGAVEN

- 64** In figuur 87 is de snelheidsmeter in de bodem van een schip weergegeven. De snelheidsmeter bestaat uit een klein schoepenrad met op één van de schoepen een permanente magneet. Boven het schoepenrad zit een spoel. De beweging van het water langs de romp van het varende schip zorgt voor een draaibeweging van het schoepenrad. Het rode uiteinde van de magneet beschrijft een cirkelbaan met een straal van 45 mm. Het diagram van figuur 88 geeft het verband tussen de vaarsnelheid v_s van het schip en de baansnelheid v_m van het rode uiteinde van de magneet. In dat diagram is de vaarsnelheid opgegeven in de historische eenheid knoop. Een vaarsnelheid van 1 knoop komt overeen met 1 zeemijl (1,852 km) per uur. Bij een test van de snelheidsmeter worden de uiteinden van de spoel aangesloten op een oscilloscoop. Op het oscilloscoopscherm is het beeld van figuur 89 zichtbaar. Bepaal de vaarsnelheid (in km h^{-1}) van het schip bij deze test.

- 65** Spoel van koperdraad
Henk en Nina krijgen van hun natuurkundeleraar een spoel van geïsoleerd koperdraad met de opdracht de lengte van de draad te bepalen. De spoel mag niet afgewikkeld worden. De spoel heeft twee aansluitpunten. Ze besluiten te onderzoeken hoe de magnetische veldsterkte binnen de spoel afhangt van de stroomsterkte door de spoel. Daarmee denken ze het aantal windingen van de spoel te kunnen bepalen. Ze schuiven een magneetveldsensor middenin de spoel. Ze meten de magnetische veldsterkte B als functie van de stroomsterkte I . Hun metingen zetten ze uit in een B, I -diagram.

- a** Welke vorm zal de grafiek in het diagram hebben? Leg uit.
In Binas vindt Henk de volgende formule voor de sterkte van het magneetveld in een spoel:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{\ell}$$

Hierin is B de sterkte van het magneetveld (in T), μ_0 een constante gelijk aan $1,26 \cdot 10^{-6}$ (in T m A^{-1}), N het aantal windingen, I de stroomsterkte door de spoel (in A) en ℓ de lengte van de spoel (in m).

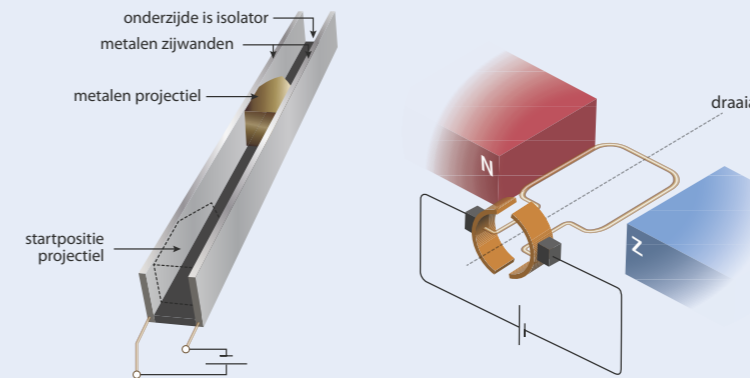
- b** De eenheid van de constante in de formule is T m A^{-1} . Laat zien dat die eenheid passend is bij de eenheden van de overige grootheden in de formule. Voor het verband tussen de grootheden B en I geldt: $B = 5,81 \cdot 10^{-3} I$. De spoel die Henk en Nina gebruiken, heeft een lengte van 20 cm en een diameter van 8,0 cm.
c Bereken met deze gegevens de lengte van de draad van de spoel.
Naar examen vwo, 2011-II, opgave 3

66 Lanceerinrichting

De Single Pulse Rail Accelerator (SPRA) bestaat uit een rechthoekige goot waarmee een metalen projectiel wordt afgeschoten, zie figuur 90. De twee zijwanden zijn van metaal, de bodem is van isolerend materiaal. De lorentzkracht wordt opgewekt door een sterke stroom van 1,7 MA, die via de zijwanden door het projectiel gaat. Het metalen projectiel maakt tijdens het afschieten steeds contact met de zijwanden. Boven en onder de goot zijn twee grote spoelen opgesteld die een homogeen magnetisch veld opwekken met een sterkte van 2,5 T. Bij het afschieten wordt op het projectiel van 80 g gedurende 2,0 ms een nettokracht van 85 kN uitgeoefend.

- a** Leg uit dat de wrijvingskrachten bij de SPRA te verwaarlozen zijn ten opzichte van de lorentzkracht.
b Bereken de breedte van de goot.
c Bereken de eindsnelheid van het projectiel.

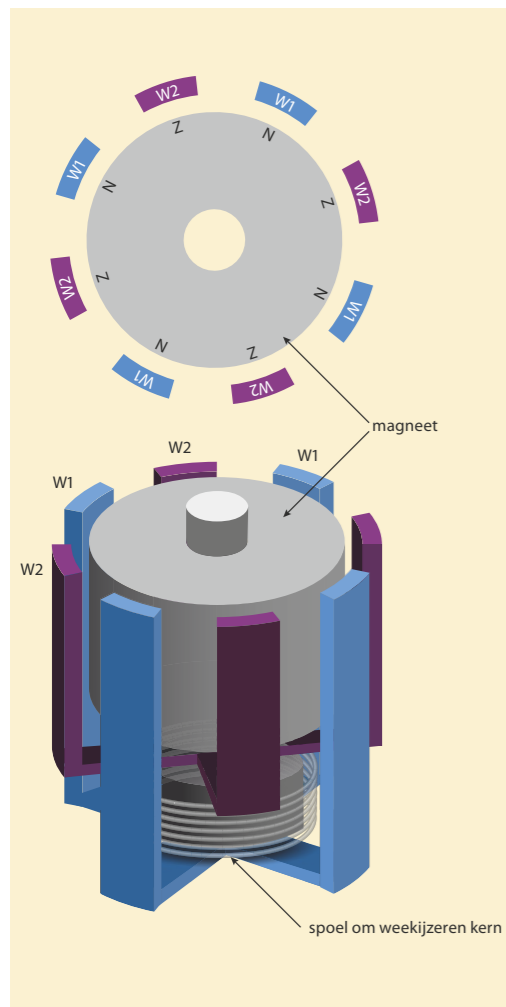
Naar examen havo, 1998-II, opgave 6



Figuur 90 Single Pulse Rail Accelerator. **Figuur 91** Draaispoelmotor
De spoelen onder en boven de goot zijn niet getekend.

- 67** **T** Een draaispoelmotor bestaat uit een draaiende spoel tussen twee magneetpolen (zie figuur 91). Neem aan dat de wrijving (skrachten) niet afhangen van het toerental. Als er een stroom door de spoel loopt, zorgen de lorentzkrachten ervoor dat de rotorspoel draait. Er is dan sprake van een draaiende spoel in een magnetisch veld. En dus ontstaat er een inductiespanning over de spoel. Dit is het dynamo-effect van een elektromotor.

- a** Teken de richting van de lorentzkracht bij de twee zijkanten van de spoel.
b Verklaar het ontstaan van een inductiespanning in de rotorspoel.
c Leg uit dat die inductiespanning fluctueert.
d Leg uit dat de inductiespanning die opgewekt wordt door het draaien van de rotorspoel, de beweging steeds (maar fluctuerend) tegenwerkt.



Figuur 92 Schematische tekening van een fietsdynamo: bovenaanzicht en vooraanzicht (onderste tekening)

68 Fietsdynamo

Met een fietsdynamo kun je de lampjes van een fiets laten branden.

- a Leg uit hoe met een dynamo spanning wordt opgewekt. Gebruik daarbij in ieder geval het woord flux.

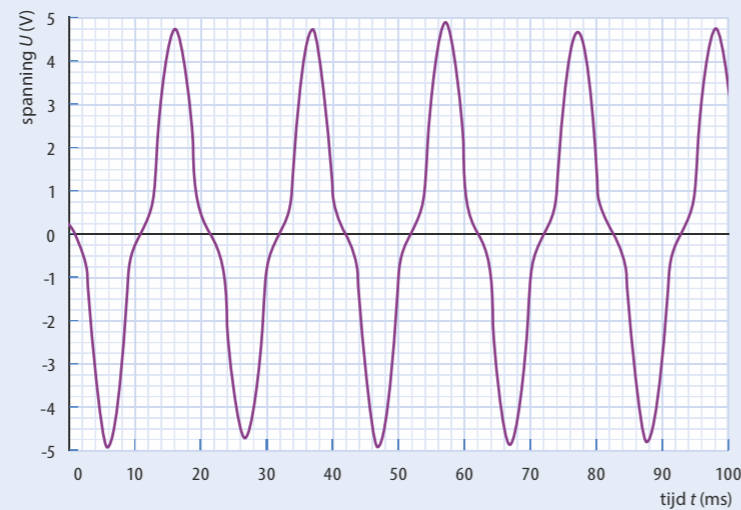
Berend onderzoekt de spanning van een bepaald type fietsdynamo. Bij dit type draait de magneet rond tussen repen weekijzer die de uiteinden van de weekijzere kern van de spoel vormen. Zie de onderste tekening in figuur 92.

De magneet blijkt aan de buitenkant acht polen te hebben: om-en-om een noord- en een zuidpool. De bovenste tekening van figuur 92 toont een bovenaanzicht van de magneet en de repen weekijzer. De blauw gekleurde repen W1 vormen samen het ene uiteinde van de weekijzere kern en de paars gekleurde repen W2 samen het andere uiteinde.

Op deze dynamo sluit Berend een lampje aan. Vervolgens brengt hij het wieltje van de dynamo aan het draaien. Hij maakt een diagram van de spanning over het lampje tegen de tijd. Zie figuur 93.

- b Bepaal de frequentie waarmee het wieltje ronddraait. Licht je antwoord toe.
c Leg uit welke veranderingen in het diagram optreden als Berend de dynamo sneller laat ronddraaien.

Naar examen vwo12, 2007-II, opgave 2



Figuur 93 Spanning over het lampje als functie van de tijd

69 Schudlamp

Een schudlamp is een lamp die licht kan geven, nadat je hem hebt heen-en-weer geschud. In de lamp zit een condensator, die werkt als een soort oplaadbare batterij. Zie figuur 94.



Figuur 94 Schudlamp. De magneet bevindt zich links van de koperen spoel. Bij het schudden schuift de magneet door de koperen spoel heen en weer.

In het handvat zit een vaste spoel. Bij het schudden gaat een magneet door deze spoel heen en weer. Hierdoor wordt in de spoel een inductiespanning opgewekt.

- a Leg uit dat er zowel een positieve als een negatieve spanning ontstaat als de magneet één keer door de spoel gaat.
b Schets het verloop van de inductiespanning als de magneet door de spoel beweegt met constante snelheid. Geef in dezelfde tekening aan hoe de grafiek verandert als de snelheid gehalveerd wordt.

Een ontwerper overweegt een even lange spoel met meer windingen te gebruiken.

- c Leg uit wat er dan verandert aan de grafiek van de inductiespanning.

Naar examen vwo12, 2008-I, opgave 5

Leerdoelen en begrippen

Ga voor jezelf na of je de leerdoelen al hebt bereikt. Vink de leerdoelen die je hebt bereikt af en geef aan wat je gaat doen met de uitleg en opgaven waarmee je nog moeite hebt.

PARAGRAAF 8.2 MAGNETISCHE VELDEN

Ik kan:	Acties:
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: permanente magneet, elektromagneet, noordpool, zuidpool, magnetische krachtwerking, magnetisch veld, magnetische veldlijn, aardmagnetisch veld, magnetische veldsterkte, rechterhandregel (voor een stroomspoel en -draad), homogeen magnetisch veld.	<input type="radio"/>
de veldlijnen van het aardmagnetisch veld en van het magnetisch veld van een staafmagneet schetsen, de richting van de veldsterkte B daarmee bepalen en aangeven waar de veldsterkte het grootst of het kleinst is.	<input type="radio"/>
de veldlijnen van het magnetisch veld rond een stroomspoel schetsen, en met de rechterhandregel bepalen welke richting het veld binnen de spoel (of de stroom in de spoel) heeft.	<input type="radio"/>
de veldlijnen van het magnetisch veld rond een stroomdraad schetsen, en met de rechterhandregel bepalen welke richting het veld rond de draad (of de stroom in de draad) heeft.	<input type="radio"/>

PARAGRAAF 8.3 LORENTZKRACHT

Ik kan:	Acties:
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: lorentzkracht (op een stroomdraad), rechterhandregel, luidspreker, elektromotor.	<input type="radio"/>
de notatieregels voor een stroom of een veldlijn loodrecht op het vlak van tekening benoemen en toepassen.	<input type="radio"/>
met de rechterhandregel bepalen welke richting de lorentzkracht (of het veld of de stroom) heeft bij een stroomdraad in een magnetisch veld.	<input type="radio"/>
berekeningen maken en redeneren met de formule voor de lorentzkracht op een stroomdraad in een homogeen magnetisch veld: $F_L = B_{\perp} \cdot I \cdot l$.	<input type="radio"/>

PARAGRAAF 8.4 ELEKTROMAGNETISCHE INDUCTIE

Ik kan:	Acties:
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: inductiespanning, inductiestroom, magnetische flux, dynamo, microfoon.	<input type="radio"/>
beschrijven hoe een inductiespanning over een spoel kan worden opgewekt, en hoe de grootte van de inductiespanning en de richting van de inductiestroom te beïnvloeden zijn.	<input type="radio"/>
beschrijven van welke factoren de magnetische flux door een oppervlak afhangt.	<input type="radio"/>
beschrijven van welke factoren de inductiespanning over een spoel afhangt.	<input type="radio"/>
berekeningen maken en redeneren met de formule voor de magnetische flux: $\Phi = B_{\perp} \cdot A$.	<input type="radio"/>
berekeningen maken en redeneren met het evenredig verband tussen inductiespanning, aantal windingen en fluxverandering: $U_{\text{ind}} \propto N \cdot \frac{d\Phi}{dt}$.	<input type="radio"/>

9 Sport en verkeer

Arbeid, energie en vermogen

9.1	Introductie	95
9.2	Energie en arbeid voor bewegen	98
9.3	Energiesoorten bij bewegingen	107
9.4	Behoud van energie	114
9.5	Vermogen en snelheid	122
9.6	Verdieping	129
9.7	Afsluiting	133
	Leerdoelen en begrippen	136



9.1 Introductie

Een zwemmer gebruikt arm- en beenspieren om te zwemmen. Daarbij oefenen de spieren niet alleen een kracht uit op het water, de spieren leveren ook energie. In de sport, maar ook in het verkeer, zijn kracht en energie nodig om te bewegen. Elke dag zijn in Nederland miljoenen mensen onderweg van huis naar werk en omgekeerd. Een groot deel van dat verkeer is gemotoriseerd. Oudere auto's gebruiken daarvoor een brandstof, zoals benzine, diesel of lpg. Moderne auto's rijden op elektrische energie. De motor van het voertuig gebruikt die energie om de kracht te ontwikkelen om te bewegen. Hoe hangen kracht en energie samen bij beweging? En welke rol speelt de snelheid daarbij?

HOOFDSTUKVRAAG

Wat is bij bewegen het verband tussen kracht, energie en snelheid?

We zoeken in dit hoofdstuk naar antwoorden op de volgende vragen:

- * Hoeveel energie gebruik je bij bewegen? (paragraaf 9.2)
- * Welke energiesoorten spelen een rol bij bewegen, en wat geldt er voor de grootte van elk van deze energiesoorten? (paragraaf 9.3)
- * Hoe kun je gebruikmaken van de wet van behoud van energie? (paragraaf 9.4)
- * Wat is het verband tussen snelheid en vermogen? (paragraaf 9.5)

INLEIDING

Soorten krachten

Er zijn veel verschillende soorten krachten, zoals zwaartekracht F_z , spankracht F_s , veerkracht F_v , normaalkracht F_n , rolweerstand $F_{w,r}$, luchtweerstand $F_{w,l}$ en (maximale) schuifwrijving $F_{w,s,(max)}$. Bij enkele van die krachten kun je de grootte uitrekenen met een formule:

zwaartekracht $F_z = m \cdot g$

Hierin is m de massa van het voorwerp (in kg) en g ($= 9,81 \text{ m/s}^2 = 9,81 \text{ N/kg}$) de valversnelling op aarde.

veerkracht $F_v = C \cdot u$

Hierin is C de veerconstante (in N/m) en u de uitrekking (in m).

schuifwrijvingskracht $F_{w,s,max} = f \cdot F_n$

Hierin is f een constante en F_n de normaalkracht (in N).

luchtweerstand $F_{w,l} = \frac{1}{2} C_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$

Hierin is C_w de luchtweerstandscoefficiënt, ρ de dichtheid van de lucht, A de frontale oppervlakte van het voorwerp (in m^2) en v de snelheid (in m/s).

Omdat tijdens een beweging C_w , ρ en A meestal niet veranderen, wordt de formule vaak weergegeven als: $F_{w,l} = k \cdot v^2$, waarbij $k = \frac{1}{2} \cdot C_w \cdot \rho \cdot A$.

De **spankracht** F_s in een touw en de **normaalkracht** F_n van een ondersteunend oppervlak worden niet berekend met een formule. Beide krachten zijn reactiekrachten. Ze ontstaan als gevolg van een andere kracht. De spankracht in een touw bijvoorbeeld, ontstaat doordat het touw gespannen wordt door een uitwendige kracht. De normaalkracht van de ondergrond op een voorwerp ontstaat doordat het voorwerp tegen dat oppervlak duwt. Een reactiekracht is altijd even groot als, en tegengesteld gericht aan, de actiekracht waarvan hij het gevolg is (derde wet van Newton).



Figuur 1 Voor het zwemmen is spierkracht en energie nodig.

Start

Maak de vragen bij Start.

Constance snelheid

Bij constante snelheid is de voorwaartse kracht even groot als de tegenwerkende krachten. Dan is de resulterende kracht (nettokracht) op een voorwerp nul. Dit is de eerste wet van Newton. Er is dan sprake van evenwicht van krachten.

$$F_{\text{res}} = 0 \longleftrightarrow \text{snelheid constant}$$

Chemische energie

In brandstoffen zoals benzine, diesel en lpg is chemische energie opgeslagen. De warmte die bij verbranding per liter of kg vrijkomt is de **verbrandingswarmte**. Bij vloeistoffen wordt de verbrandingswarmte uitgedrukt in J/L of in J/m³ en bij vaste stoffen in J/kg.

De **elektrische energie** die je uit batterijen en accu's kunt halen, is daarin opgeslagen als chemische energie. De maximaal opgeslagen energie, de capaciteit van de accu, staat meestal aangegeven in J, MJ, Wh of kWh. Soms wordt de capaciteit van een accu aangegeven in Ah of in mAh. Dan geeft de capaciteit aan hoe lang de accu een bepaalde stroomsterkte kan leveren. Een accu van bijvoorbeeld 1200 mAh kan 2 uur lang een stroomsterkte van 600 mA leveren, of 4 uur lang een stroomsterkte van 300 mA.

Rendement

Uit hoofdstuk 1 weet je dat een elektrisch apparaat niet alle elektrische energie omzet in **nuttige energie**. Een deel gaat 'verloren', meestal in de vorm van warmte (zie figuur 3). Het **rendement** geeft aan hoeveel procent van de energie nuttig gebruikt wordt.

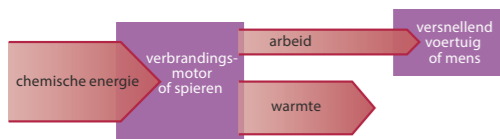
Hetzelfde geldt voor een verbrandingsmotor en voor spieren. Lang niet alle chemische energie wordt 'nuttig' gebruikt. Het rendement geeft aan welk deel van de ingaande energie wordt omgezet in nuttige uitgaande energie. Meestal geef je dat aan met een percentage (tussen de 0 en 100%).

$$\eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}}$$

- 1 Een skydiver valt met een constante snelheid van 48 m/s naar beneden. De totale massa van de skydiver is 88 kg.
 - a Leg uit dat de luchtweerstand dan even groot is als de zwaartekracht. Voor de luchtweerstand op de skydiver geldt: $F_{w,1} = k \cdot v^2$.
 - b Bereken de waarde van k .
 Na het openen van de parachute wordt de snelheid in korte tijd tien keer zo klein.
 - c Leg uit dat de resulterende kracht in die korte periode heel groot is.
 - d Bereken met welke factor de waarde van k is toegenomen door het openen van de parachute.
 Even later landt de skydiver op de grond.
 - e Is de normaalkracht tijdens de landing *kleiner* dan, *groter* dan of *even groot* als de zwaartekracht?
 - 2 In het verkeer hebben fietsers en auto's te maken met drie soorten wrijvingskrachten.
 - a Welke twee wrijvingskrachten werken altijd tegen de beweging in?
 - b Leg uit welke wrijvingskracht nodig is om te versnellen of te vertragen.
 - c Welke twee wrijvingskrachten zijn veranderd nadat er bagage in de auto is gelegd?
 Een auto met goede remmen heeft een maximale remvertraging van 9,0 m/s². Als je harder probeert te remmen gaat de auto slippen.
 - d Bereken met deze gegevens de waarde van f in de formule voor de maximale schuifweerstand tussen de wielen van de auto en de weg. Verwaarloos daarbij de luchtweerstand.



Figuur 2 De capaciteit van een oplaadbare batterij wordt aangegeven in mAh.



Figuur 3 Schema van de energieomzetting bij het wegrijden van een auto of het wegsprinten van een hardloper



Figuur 4 Een elektrische auto bij een laadpaal

9.2 Energie en arbeid om te bewegen

Experiment 1: Warmte na vallen

ONTDEKKEN

In de sport, in het verkeer, overall is omzetting van energie nodig om te bewegen. Sporters trainen om zo veel mogelijk energie zo efficiënt mogelijk te kunnen omzetten. Technici en ontwerpers proberen auto's zo zuinig mogelijk om te laten gaan met energie. Hoe wordt energie eigenlijk gebruikt bij bewegen? En hoeveel energie is er nodig om te bewegen?

PARAGRAAFVRAAG

Hoeveel energie gebruik je bij bewegen?

BEGRIJPEN

Energie en wrijving bij beweging

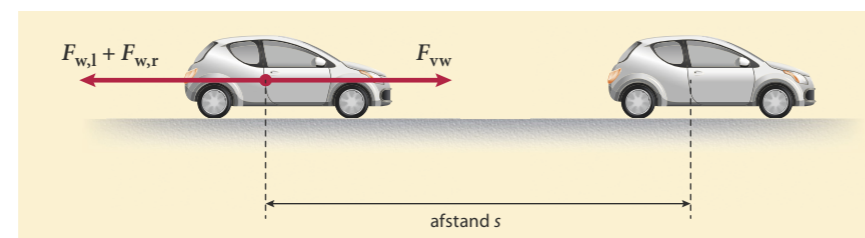
Op een spiegelglad, bevroren meer kan een schaatser bijna eindeloos doorglijden, zijn bewegingsenergie is dan (bijna) constant. Als er wel wrijvingskrachten zijn, is er steeds toevoer van energie nodig om de beweging te laten voortduren. Door de wrijvingskrachten gaat zijn *bewegingsenergie* 'verloren', die moet worden aangevuld om de snelheid constant te houden. Rem je bijvoorbeeld op de fiets, dan vindt er een *energieomzetting* plaats van de bewegingsenergie van de fiets met fietser in een andere soort energie: *warmte* in de remmen.

Dat er bij wrijving warmte ontstaat, kun je goed voelen als je in je handen wrijft of als je een sliding maakt over droog kunstgras. Hierbij verricht de wrijvingskracht *arbeid*, tegen de bewegingsrichting in. Krachten verrichten alleen arbeid als er sprake is van een beweging. Daarbij wordt energie omgezet. De omzetting van bewegingsenergie in warmte door wrijving wordt *wrijvingsarbeid* genoemd.

Bij bewegen met luchtweerstand merk je bijna nooit dat er warmte ontstaat door de wrijving, want de langsstromende lucht zorgt ook voor afkoeling. Pas bij heel hoge snelheden, zoals bij een ruimtecapsule die terugkeert in de dampkring, valt deze warmte op. Er is dan een hitteschild nodig om te voorkomen dat de capsule smelt.

Energie en arbeid in het verkeer

Als een auto met een constante snelheid over een horizontale weg rijdt, is er krachten-evenwicht. De voorwaartse kracht F_{vw} van de motor is dan precies even groot als de tegenwerkende rolwrijving $F_{w,r}$ en luchtwrijving $F_{w,l}$ samen: $F_{vw} = F_{w,r} + F_{w,l}$. De resulterende kracht is dan nul.



Figuur 6 Het energiegebruik van een auto hangt, bij constante snelheid, af van de wrijvingskrachten en de afstand.



Figuur 5 De weerstand van de lucht zet de bewegingsenergie van de terugkerende ruimtecapsule om in warmte.

De bewegingsenergie van de auto in figuur 6 is constant omdat de snelheid niet verandert. De energie die de motor levert is dan even groot als het verlies aan energie door de wrijvingskrachten (warmte). De voorwaartse kracht verricht arbeid, maar de wrijvingskrachten verrichten een even grote, negatieve arbeid. Deze negatieve arbeid zorgt ervoor dat de geleverde energie wordt omgezet in (wrijvings)warmte.

Rendement

Bij het sporten leveren je spieren arbeid, bij een auto gebeurt dat door de motor. Daarbij gaat ook altijd een deel van de chemische of elektrische energie 'verloren'. Dat deel wordt rechtstreeks omgezet in warmte in je spieren of in de motor. Daardoor ga je tijdens het sporten zweten en moet de motor van een auto gekoeld worden. Deze warmte is geen *nuttige energie*. De nuttige energie is de arbeid die geleverd wordt door je spieren of de motor. Het *rendement* van je spieren of de motor geeft aan welk percentage van de chemische energie wordt gebruikt voor nuttige arbeid.

Het rendement van een benzinemotor is ongeveer 30%, van een dieselmotor is dit maximaal 35%. Spieren hebben een rendement van 20 tot 25%. Dit betekent dat ongeveer driekwart van de chemische energie meteen 'verloren' gaat, doordat het wordt omgezet in warmte. Het rendement van een elektromotor is een stuk hoger, ongeveer 90 tot 95%.

Zuiniger rijden

Zuinige auto's zijn minder schadelijk voor het milieu en het klimaat en ook nog goedkoper in het gebruik. Ontwerpers kunnen auto's zuiniger maken door:

- * een betere stroomlijn, zodat de tegenwerkende luchtweerstand kleiner wordt;
- * gebruik van lichtere materialen, zodat versnellen minder energie kost en ook de rolweerstand kleiner is;
- * een efficiëntere motor te ontwikkelen.

Elektromotoren die elektrische of hybride auto's aandrijven, halen een rendement tot 95% en stoten geen schadelijke stoffen uit. Maar je mag dit niet zonder meer vergelijken met het rendement van een verbrandingsmotor, want bij de productie van elektrische energie in een kolen- of gascentrale gaat veel energie verloren in de vorm van warmte en komen er, net zoals bij een verbrandingsmotor, schadelijke stoffen vrij. Dat is natuurlijk anders bij opladen met elektrische energie uit zonnepanelen of windmolens.

- * Als er wrijvingskrachten werken, is er energie nodig om een beweging in stand te houden. Wrijvingskrachten verrichten wrijvingsarbeid bij de omzetting van bewegingsenergie in warmte.
- * Bij constante snelheid op een horizontale weg is de arbeid van de voortstuwende kracht even groot als de wrijvingsarbeid.
- * De arbeid die een automotor bij constante snelheid verricht, hangt af van de totale wrijvingskracht én van de afgelegde afstand.
- * Bij bewegen is het rendement van een motor of van je spieren het percentage van de chemische energie dat gebruikt wordt voor arbeid.
- * Het rendement van verbrandingsmotoren is 30 tot 35% en van spieren maximaal 25%. Het rendement van elektromotoren is ongeveer 90 tot 95%.



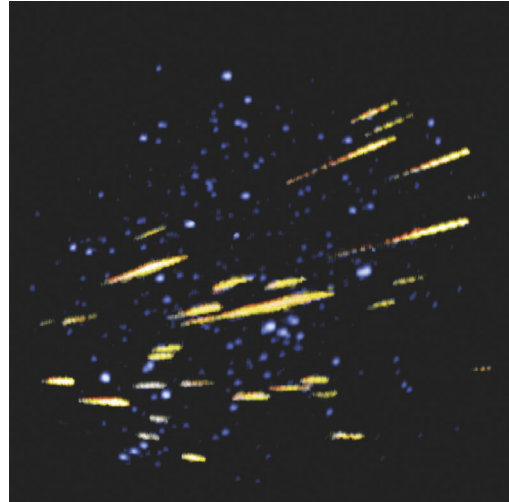
Figuur 7 Zuiniger rijden lukt door de luchtwrijving te minimaliseren door een optimale stroomlijn.

- 4 Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.
- Om een beweging te laten voortduren is altijd toevoer van energie nodig.
 - Bij een auto die met constante snelheid rijdt, wordt alle energie van de brandstof uiteindelijk omgezet in warmte.
 - Door luchtweerstand wordt warmte omgezet in bewegingsenergie.
 - De eenheid van verbrandingswarmte is joule per seconde.
 - De eenheid van elektrische energie is kilowatt.
 - Een hoger rendement zorgt voor een lager brandstofverbruik.
 - Bij een rendement van 25% wordt driekwart van de energie gebruikt voor arbeid.
 - Arbeid is de hoeveelheid energie die bij een beweging door een kracht wordt omgezet.
 - Een kracht kan alleen arbeid verrichten bij een verplaatsing.
 - De wrijvingsarbeid is evenredig met de afgelegde afstand.

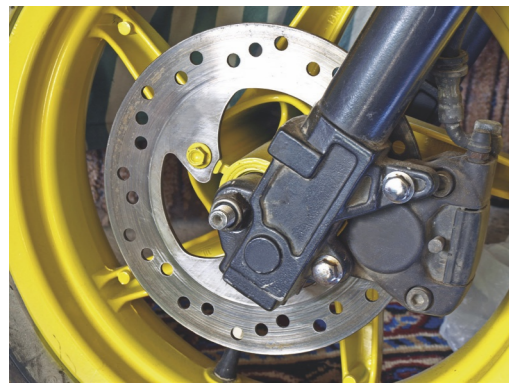
- 5 Voor blijven bewegen is meestal energie nodig.
- Leg uit waardoor bij een satelliet geen energie nodig is om de beweging in stand te houden.
Vallende sterren zijn geen sterren maar kleine meteoren die een lichtspoor veroorzaken in de dampkring van de aarde (zie figuur 8).
 - Hoe kun je aan het lichtspoor zien dat er sprake is van omzetting van energie? In de atmosfeer is de luchtweerstand op een meteor veel groter dan de zwaartekracht.
 - Wat betekent dat voor de snelheid van de meteor?
 - Leg uit of de arbeid door de zwaartekracht op een meteor groter of kleiner is dan de wrijvingsarbeid.
 - Leg uit of de bewegingsenergie van een meteor in de atmosfeer toe- of afneemt.

- 6 Bij het afremmen van een voertuig wordt energie omgezet. In figuur 9 zie je een schijfrem van een scooter.
- Leg uit waarom de remschijf zo'n groot oppervlak heeft. Gebruik in je uitleg het begrip warmte.
De remweg van een auto hangt af van de snelheid en de remkracht.
 - Leg met energie en arbeid uit dat bij een hogere snelheid en dezelfde remkracht de remweg groter is.
 - Leg met energie en arbeid uit dat bij een grotere remkracht en dezelfde snelheid de remweg kleiner is.

- 7 Elektrische auto's remmen af door de motor als dynamo te laten werken en daarmee de accu bij te laden.
- Welke energie-omzetting vindt dan plaats?
 - Leg uit dat elektrische auto's daardoor (vooral in de stad) veel efficiënter zijn dan benzineauto's.
 - Noem een ander belangrijk voordeel van elektrische auto's (en scooters), vergeleken met benzineauto's.
 - Leg uit hoe elektrische auto's toch ook kunnen zorgen voor uitstoot van CO₂.



Figuur 8 Lichtsporen van meteoren



Figuur 9 Schijfrem van een scooter

- 8 Voor bewegen wordt meestal chemische energie gebruikt.
- Noem twee energiebronnen waarin chemische energie is opgeslagen.
 - Leg uit dat in een elektrische auto chemische energie is opgeslagen, maar in een elektrische trein niet.
- 9 Het rendement van een verbrandingsmotor (zie figuur 10) is meestal niet meer dan 30%.
- Wat gebeurt er met de rest van de chemische energie? Moderne verbrandingsmotoren halen vaak een hoger rendement.
 - Verricht de motor per seconde meer dan, minder dan of evenveel arbeid als het rendement hoger is (bij dezelfde snelheid)?
 - Is bij een hoger rendement (en dezelfde snelheid) het brandstofverbruik groter, kleiner of even groot? Het rendement van een elektromotor is ongeveer 90%.
 - Leg uit of het energieverbruik per kilometer bij een elektrische auto groter of kleiner is dan bij een auto met verbrandingsmotor.
- 10 De hoeveelheid arbeid die een kracht verricht is evenredig met de grootte van die kracht.
- Van welke andere grootte hangt de arbeid nog meer af?
 - Is de arbeid ook evenredig met die grootte?
 - Welke formule denk je dat daarbij hoort?

BEHEERSEN

Arbeid

Het begrip arbeid heeft in de natuurkunde een andere betekenis dan in het gewone taalgebruik. Bij het woord arbeid denk je wellicht aan werken in de fabriek, of achter je computer een verslag schrijven. Natuurkundig gezien is arbeid de hoeveelheid energie die door een kracht wordt omgezet bij een beweging. Een kracht verricht dus alleen arbeid als het voorwerp waarop de kracht werkt beweegt. Als je bijvoorbeeld een trap oploopt, verrichten je spieren arbeid door tegen de zwaartekracht omhoog te lopen.

De verrichte arbeid is evenredig met de kracht én met de verplaatsing. Er geldt:

$$W = F \cdot s$$

Hierin is W de arbeid die de kracht verricht (in J), F de kracht (in N) en s de verplaatsing van het voorwerp waarop de kracht werkt (in m). Uit de formule volgt de eenheid van arbeid: newtonmeter (afgekort: Nm). Deze eenheid wordt de joule genoemd: $1 \text{ Nm} = 1 \text{ J}$.

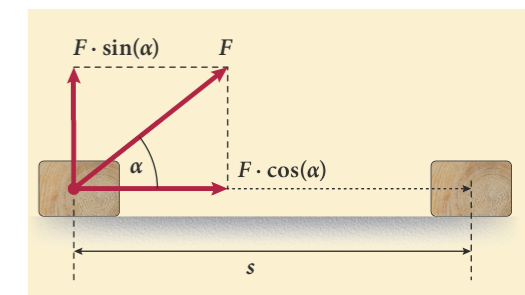
Bij een kracht die schuin op de verplaatsing staat, wordt de arbeid verricht door de component van de kracht in de richting van de beweging. In figuur 11 kun je zien dat deze gelijk is aan $F \cdot \cos(\alpha)$, waarbij α de hoek is tussen de kracht en de bewegingsrichting. De arbeid kun je in het algemeen uitdrukken als:

$$W = F \cdot s \cdot \cos(\alpha)$$



Figuur 10 Verbrandingsmotor

Experiment 2: Pijltjes schieten

Figuur 11 De component van F in de bewegingsrichting is $F \cdot \cos(\alpha)$.

Een kracht verricht dus alleen arbeid als de kracht (of een component ervan) in de richting van de verplaatsing werkt, of tegengesteld aan die richting. Zowel op een schaatser als op een parachutespringer werkt de zwaartekracht, maar bij de schaatser verricht de zwaartekracht geen arbeid, doordat die kracht loodrecht op de bewegingsrichting staat ($\cos 90^\circ = 0$).

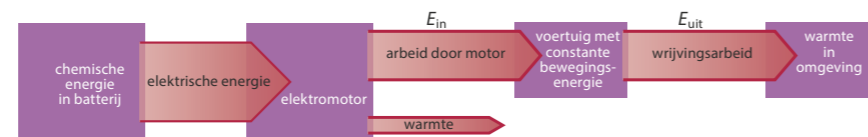
Als de (component van de) nettokracht op een bewegend voorwerp naar voren is gericht, zorgt de arbeid voor een toename van de bewegingsenergie van het voorwerp. De kracht verricht dan *positieve arbeid* op het voorwerp. Als de (component van een) nettokracht tegengesteld gericht is aan de beweging van het voorwerp, wordt er bewegingsenergie aan het voorwerp onttrokken. De kracht verricht dan *negatieve arbeid* op het voorwerp.

Arbeid en wrijvingskracht

Bij een beweging met constante snelheid op een horizontale weg is de voorwaartse kracht van de motor even groot als de totale tegenwerkende kracht. De arbeid die de motor verricht is dan even groot als de wrijvingsarbeid, maar met tegengesteld teken. Er wordt door de arbeid van de motor voortdurend net zo veel energie aan het voertuig toegevoerd als er wordt afgevoerd door wrijvingsarbeid. Zie ook figuur 12. Voor het voertuig geldt:

$$\sum E_{\text{in}} = \sum E_{\text{uit}}$$

Hierin betekent de Griekse letter Σ (sigma): tel op. $\sum E_{\text{in}}$ is de energie (in J) die het voertuig krijgt door de arbeid van de motor en $\sum E_{\text{uit}}$ de energie die het voertuig als warmte aan de omgeving verliest door de wrijvingsarbeid.



Figuur 12 Schema van de energieomzettingen bij rijden met constante snelheid in een elektrische auto

Chemische energie

In een brandstof is chemische energie opgeslagen. De *verbrandingswarmte* is de hoeveelheid energie die bij de omzetting als warmte vrijkomt per kilogram, per liter of per m^3 brandstof. Daarvoor gelden de formules:

$$\begin{aligned} E_{\text{ch}} &= r_v \cdot V \\ E_{\text{ch}} &= r_m \cdot m \end{aligned}$$

Hierin is E_{ch} de chemische energie in de brandstof (in J), r_v de verbrandingswarmte van die brandstof (in J/m^3), V het volume van de brandstof (in m^3), r_m de verbrandingswarmte (in J/kg) en m de massa van de brandstof (in kg).

In een accu is ook chemische energie opgeslagen. De capaciteit van een accu wordt meestal opgegeven als energie (in Wh of kWh), maar soms ook als totale stroom (mAh of Ah). De eenheid kWh hoort bij de formule:

$$E = P \cdot t$$

Hierin is E de energie (in kWh), P het vermogen (in kilowatt) en t de tijd (in uur).

Energieverbruik

Fabrikanten van auto's zijn verplicht het gemiddelde energieverbruik op te geven. Bij elektrische auto's is dat in kWh per 100 kilometer, bij auto's met een verbrandingsmotor in liter per 100 km. Daarmee kunnen automobilisten de energiekosten van verschillende auto's met elkaar vergelijken. Dit energieverbruik hangt van drie factoren af:

- * de energiebron (chemische energie van de brandstof of van de batterij);
- * het rendement van de motor;
- * de grootte van de totale tegenwerkende kracht (die afhangt van de snelheid).

Om het rendement te berekenen gebruik je de formule uit paragraaf 9.1:

$$\eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}}$$

Hierin is η het rendement van de motor (een percentage of vermenigvuldigingsfactor), E_{nuttig} de arbeid die de motor aan het voertuig levert (in J) en E_{in} de chemische energie die door de motor gebruikt wordt (in J).

BRANDSTOFVERBRUIK BIJ SPORTERS

Bij een inspanning heeft je lichaam twee energiebronnen ter beschikking: vet en koolhydraten. Dat zijn de belangrijkste brandstoffen die omgezet kunnen worden in je spieren. De hoeveelheid chemische energie die in deze brandstoffen zit, noemen we de *voedingswaarde*. Vet heeft een voedingswaarde van 37 MJ/kg en koolhydraten 17 MJ/kg. Bijna iedereen heeft een behoorlijke hoeveelheid vet. Zelfs een magere marathonloper heeft enkele kilo's vet in zijn lichaam. 1 kg vet levert voldoende energie om 100 tot 150 km mee te rennen. Het probleem is echter dat vetverbranding traag gaat. Tijdens een zware inspanning gaat je lichaam ook koolhydraten gebruiken. Koolhydraten zitten opgeslagen in je spieren (circa 350 g) en in je lever (circa 100 g). Bij inspanningen die langer duren dan anderhalf tot twee uur, raakt deze voorraad uitgeput. Sporters gebruiken zoete dranken om de voorraad koolhydraten weer aan te vullen. Maar bij zware inspanningen die lang duren, zoals een marathon, kunnen sporters toch te maken krijgen met een tekort aan koolhydraten. Ze moeten dan volledig op vetverbranding lopen en dat gaat moeizaam.

Je kunt ook sporten om af te vallen. Dan moet je langdurig op een laag tempo sporten, zodat je lichaam vooral vet verbrandt. Na 1 uur sporten ben je meestal niet meer dan 100 g vet kwijt.

Arbeid berekenen uit een diagram

In werkelijkheid zijn snelheden vaak niet constant en krachten niet lang gelijk. Om bij een niet-constante kracht de hoeveelheid verrichte arbeid uit te rekenen, kun je in een diagram van de kracht tegen de afgelegde afstand de oppervlaktemethode gebruiken. In het diagram van figuur 13 is de kracht wel constant en de arbeid gelijk aan de oppervlakte van een rechthoek: $W = F \cdot s = \text{hoogte} \times \text{breedte}$. Dat deze oppervlakte de arbeid voorstelt, kun je ook zien aan de eenheden. De breedte in het diagram heeft de eenheid m en de hoogte de eenheid N. De eenheid van de oppervlakte in het diagram is dus $\text{Nm} = \text{J}$.

VOORBEELDOPGAVE 1

Een auto met een benzinemotor heeft bij een snelheid van 90 km/h een verbruik van 7,2 L/100 km. De tegenwerkende kracht is dan 580 N.

Vraag: Bereken het rendement van de motor.

Antwoord: De verbrandingswarmte van benzine is 33 MJ/L (zie Binas). Stel de volgende verhoudingstabel op:

1 L	7,2 L
33 MJ	... MJ

7,2 L bevat dus aan chemische energie: $7,2 \times 33 = 238 \text{ MJ}$.

De arbeid over 100 km is:

$$W = F \cdot s = 580 \times 100 \cdot 10^3 = 58 \text{ MJ}$$

Die arbeid is de nuttige energie. Stel de chemische energie gelijk aan 100%:

100%	...%
238 MJ	58 MJ

Het rendement $\eta = \frac{58}{238} = 0,24 = 24\%$.

VOORBEELDOPGAVE 2

Bij een elektrische auto is bij een constante snelheid van 90 km/h de totale tegenwerkende kracht 625 N. Het rendement van de elektromotor is 88%.

Vraag: Bereken het energieverbruik in kWh/100 km.

Antwoord: De voortstuwende kracht van de motor is even groot als de totale tegenwerkende kracht: $F_{\text{motor}} = F_{\text{tegen}} = 625 \text{ N}$.

Voor 100 km is de arbeid

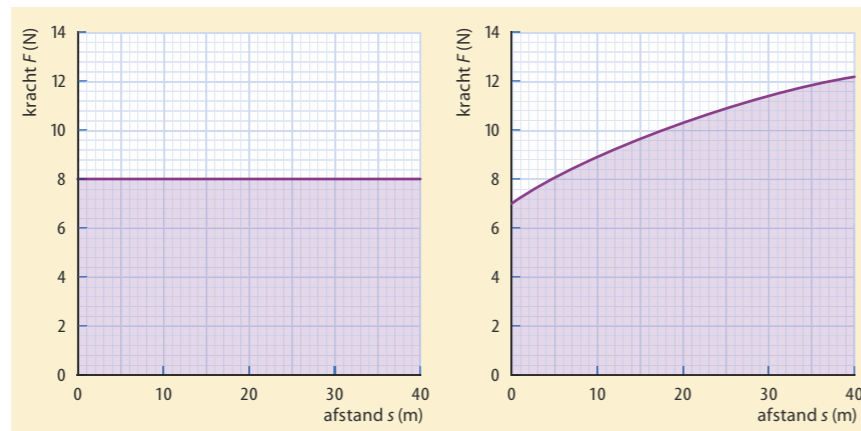
$$W = F \cdot s = 625 \times 100 \cdot 10^3 = 6,25 \cdot 10^7 \text{ J}$$

$W = \eta \cdot E_{\text{in}}$ geeft dan $6,25 \cdot 10^7 = 0,88 \times E_{\text{ch}}$, waaruit volgt $E_{\text{ch}} = 7,1 \cdot 10^7 \text{ J}$.

Verder geldt: 1 kWh = $3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$. Dan is $7,1 \cdot 10^7 \text{ J}$ gelijk aan 20 kWh.

Het energieverbruik is dus 20 kWh/100 km.

Bij de niet constante kracht in figuur 14 kun je de oppervlakte onder de grafiek bepalen door hokjes te tellen. Elk hokje staat voor $5,0 \text{ m} \times 2,0 \text{ N} = 10 \text{ Nm} = 10 \text{ J}$. Er zijn in dit voorbeeld ongeveer 40 hokjes. De arbeid is dan $40 \times 10 = 400 \text{ J}$.



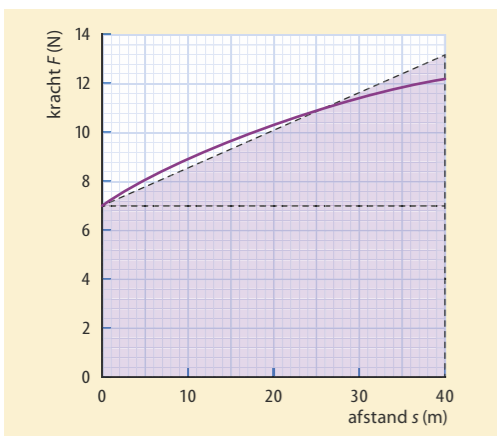
Figuur 13 Een F,s -diagram: de arbeid is af te lezen als de oppervlakte onder de grafiek.

Figuur 14 Een F,s -diagram: de oppervlakte tussen de grafiek en de horizontale as is gelijk aan de verrichte arbeid.

Een andere manier om de oppervlakte onder de grafiek te bepalen, is de oppervlakte te verdelen in rechthoeken en driehoeken zoals je ook in hoofdstuk 2 hebt gedaan.

In het diagram van figuur 15 vind je dan:

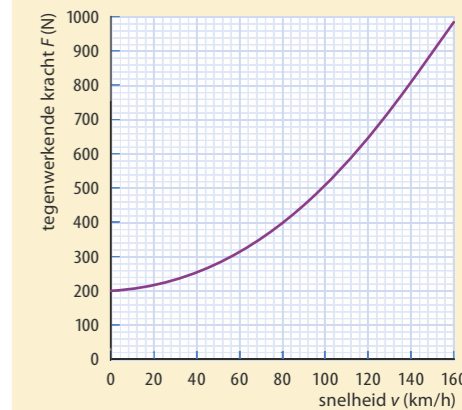
- oppervlakte rechthoek:** $40 \text{ m} \times 7,0 \text{ N} = 280 \text{ J}$
oppervlakte driehoek: $\frac{1}{2} \times 40 \text{ m} \times (13,2 \text{ N} - 7,0 \text{ N}) = 124 \text{ Nm} = 124 \text{ J}$
arbeid: $280 \text{ J} + 124 \text{ J} = 404 \text{ J} = 0,40 \text{ kJ}$



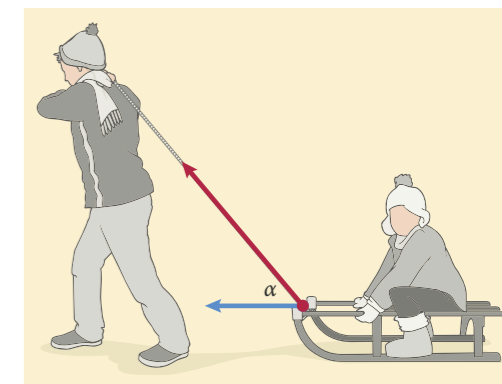
Figuur 15 De oppervlakte van de rechthoek en de driehoek samen in dit F,s -diagram is gelijk aan de verrichte arbeid.

- 11** De paragraafvraag is: Hoeveel energie gebruik je bij bewegen? Wat is het antwoord op deze vraag?
- 12** Een elektrische scooter gebruikt per kilometer 140 kJ elektrische energie. Het rendement van de motor is 90%.
- Bereken de voorwaartse kracht van de motor.
 - Leg uit dat het energieverbruik van deze scooter 14 MJ/100 km is.
- 13** Een groot containerschip legt per dag 1200 km af. Daarvoor wordt 262 m^3 stookolie verbruikt, wat bij verbranding $1,05 \cdot 10^{13} \text{ J}$ warmte oplevert. De motor van het schip verricht daarmee via de schroef $3,4 \cdot 10^{12} \text{ J}$ arbeid.
- Bereken de verbrandingswarmte van stookolie (in J/m^3).
 - Bereken het rendement van de motor.
 - Bereken de tegenwerkende kracht van het water op de boot.
 - Bereken het brandstofverbruik van deze boot (in $\text{m}^3/100 \text{ km}$).
- 14** Geef voor elk van de volgende situaties aan welke kracht(en) arbeid verricht(en).
- Een fietser staat stil op een vlakke weg.
 - Een fietser fietst met een constante snelheid op een vlakke weg.
 - Een kraan hijst een container met een constante snelheid omhoog.
 - De hijskabel breekt en de container valt.

- 15** In het diagram van figuur 16 zie je hoe de tegenwerkende kracht op een auto toeneemt bij hogere snelheden. Deze auto legt 20 km af met een constante snelheid van 80 km/h. Daarbij gebruikt de motor 0,90 L benzine.
- Bepaal de hoeveelheid arbeid die de motor daarbij levert.
 - Laat zien dat voor het rendement van de motor geldt: $\eta = 0,27$.
 - Leg uit waardoor bij 160 km/h het brandstofverbruik meer dan twee keer zo groot is als bij 80 km/h.
- 16** De hoeveelheid arbeid kun je bepalen door in een F,s -diagram de oppervlakte onder de grafiek te bepalen.
- Leg uit dat bij deze oppervlakte de eenheid Nm is.
- In figuur 15 zie je hoe de oppervlakte onder een grafiek geschat kan worden.
- Leg uit dat in figuur 15 één hokje overeenkomt met 10 J.
 - Hoe kun je aan de figuur zien dat de oppervlakte onder de grafiek (de paarse lijn) gelijk is aan de gearceerde oppervlakte?
- 17** De dieselmotor van een schip levert op een traject van 86 km een constante voortstuwende kracht van 50 kN. Daarbij wordt $2,4 \cdot 10^{10} \text{ J}$ aan brandstof verbruikt. Bereken het rendement van deze scheepsmotor.
- 18** Een vader trekt zijn dochter op de slee, zoals getekend in figuur 17. Hun constante snelheid is 5,0 km/h en de spankracht in het touw is 30 N.
- Bepaal in figuur 17 de hoek α tussen het touw en de horizontaal.
 - Bereken hoeveel arbeid vader heeft verricht na 10 minuten.
 - Leg uit of vader meer, minder of evenveel arbeid per 10 minuten verricht als hij een langer touw gebruikt om de slee met 5,0 km/h te trekken.
- 19** Een sporter verricht in een uur 800 kJ arbeid. Het rendement van zijn lichaam is 25%. Neem aan dat deze sporter alle energie voor het sporten haalt uit vetverbranding. Het verbranden van 1,0 g lichaamsvet levert 30 kJ energie.
- Bereken hoeveel gram vet de sporter daarbij verbrandt.
 - Bereken hoeveel uur hij moet sporten om 1,0 kg af te vallen.
- 20** Het brandstofverbruik van een auto is 6,7 L benzine per 100 km bij een constante snelheid van 90 km/h. De tegenwerkende krachten zijn bij die snelheid in totaal 480 N. Bereken het rendement van de automotor.
- 21** Voor het brandstofverbruik van een benzineauto bij constante snelheid geldt de vergelijking: $\eta \cdot E_{\text{in}} = F_{\text{vw}} \cdot s$.
- Leg uit dat deze vergelijking juist is.
 - Leg met deze formule uit dat het brandstofverbruik E_{in} (in L/100 km) afhangt van de snelheid.



Figuur 16



Figuur 17

- 22 De rolweerstand $F_{w,r}$ op een rijdende auto is 120 N. De luchtweerstand $F_{w,l}$ is evenredig met het kwadraat van de snelheid v . Bij een snelheid van 60 km/h is de luchtweerstand op de auto 480 N.
- Bereken de voorwaartse kracht van de motor bij 60 en 120 km/h.
 - Beredeneer of bereken met welke factor het energieverbruik van deze auto toeneemt, als de snelheid toeneemt is van 60 naar 120 km/h. Neem aan dat het rendement van de motor gelijk blijft.

- 23 Bij een nieuw automodel is bij verschillende snelheden de totale wrijvingskracht F_w op de auto gemeten (figuur 18). De auto heeft een elektromotor met een rendement van 90%.
- Bereken de arbeid die de motor verricht als met een constante snelheid van 60 km/h een afstand van 100 km wordt afgelegd.
 - Laat met een berekening zien dat bij 60 km/h het energieverbruik 11 kWh/100 km is.
 - Leg uit dat het energieverbruik evenredig is met de totale wrijvingskracht F_w .
 - Bereken met die evenredigheid het energieverbruik bij 120 km/h.

- 24 Een auto van 1200 kg rolt een lange helling af zonder de motor te gebruiken. De weg is 8,5 km lang en maakt een hoek van $3,5^\circ$ met de horizontaal.
- Laat zien dat de voorwaartse kracht op de auto $7,2 \cdot 10^2$ N is. Om de snelheid constant te houden, gebruikt de automobilist voortdurend het rempedaal. Daardoor worden de vier remschijven warm. De temperatuur van een schijf neemt $1,0^\circ\text{C}$ toe bij elke 4,5 kJ wrijvingsarbeid. De rolweerstand van de auto is $2,0 \cdot 10^2$ N en de luchtweerstand is bij deze snelheid $1,5 \cdot 10^2$ N.
 - Bereken de gezamenlijke remkracht van de vier remmen.
 - Bereken de wrijvingsarbeid van één remschijf.
 - Bereken de temperatuuroename van de remschijven, als deze niet gekoeld worden.

v (km/h)	F_w (N)
60	$3,6 \cdot 10^2$
100	$6,8 \cdot 10^2$
120	$9,0 \cdot 10^2$

Figuur 18

W1 Solar challenge

W2 Dieselmotor

9.3 Energiesoorten bij bewegingen

ONTDEKKEN

Bij bewegen spelen verschillende energiesoorten een rol. De energie wordt geleverd door spieren of door een motor. De energiebron is dan bijvoorbeeld chemische energie, elektrische energie of stralingsenergie. Tijdens het bewegen wordt de energie uit de bron voor een deel gebruikt voor de beweging en voor de rest door wrijvingskrachten omgezet in warmte. Bij die energieomzetting spelen krachten een rol. Bij verticale bewegingen speelt ook de zwaartekracht mee. Die zorgt ervoor dat de bewegingsenergie van een bal afneemt als je de bal omhoog gooit. Die bewegingsenergie komt weer terug als de bal naar beneden valt. Waar is die energie in de tussentijd gebleven?

PARAGRAAFVRAAG

Welke energiesoorten spelen een rol bij bewegen, en wat geldt er voor de grootte van elk van deze energiesoorten?

BEGRIJPEN

Kinetische energie

In een bewegend voorwerp is energie 'opgeslagen'. De natuurkundige naam voor die energie is *kinetische energie*. Hierna gebruiken we deze naam voor bewegingsenergie.

Als je een bowlingbal werpt, verricht je arbeid met je spierkracht. Tijdens de worp versnelt de bal en neemt zijn kinetische energie toe. Tijdens het rollen over de bowlingbaan daalt zijn kinetische energie door de rolweerstand. De arbeid van de rolweerstand is dan negatief. Voor een voorwerp met constante snelheid is de kinetische energie constant.

De kinetische energie van een voorwerp hangt af van zijn snelheid en zijn massa. Bij een grotere snelheid is er meer arbeid verricht om het voorwerp die snelheid te geven. Dan is er meer energie in het bewegende voorwerp opgeslagen. Hetzelfde geldt voor een voorwerp met een grotere massa.

Energie voor optillen

Als je een halter optilt, verrichten je spieren arbeid. Zo voeg je energie aan de halter toe, waardoor er in de opgetilde halter meer energie zit dan in de halter op de grond. Die energie kan weer 'vrijkomen' als kinetische energie wanneer je de halter laat vallen.

De energie die is opgeslagen in een opgetild voorwerp wordt de *zwaarte-energie* genoemd. Tijdens het vallen, komt de opgeslagen zwaarte-energie 'vrij'. Daarbij wordt arbeid verricht door de zwaartekracht. Arbeid is het omzetten van energie door een kracht. De arbeid van de zwaartekracht hangt af van de grootte van de kracht en van de afstand (de hoogte). De zwaarte-energie die in een voorwerp is opgeslagen, hangt dus af van de zwaartekracht en van de hoogte. Op de grond (die kiezen we als hoogte nul) is de zwaarte-energie nul. Zwaarte-energie wordt ook wel *potentiële energie* genoemd. Daarmee wordt bedoeld dat er energie opgeslagen is door de werking van een kracht in het systeem. Een ander voorbeeld van potentiële energie is veerenergie.

Experiment 3: Arbeid en snelheid

Experiment 4: Arbeid en hoogte



Figuur 19 De werper bij honkbal geeft kinetische energie aan de bal.



Figuur 20 Een opgetild voorwerp bezit zwaarte-energie.

W3 Vuurpijl

Omhoog en omlaag

Een bal die je omhoog gooit, komt ook weer naar beneden. Tijdens de beweging omhoog, remt de zwaartekracht de bal af (de zwaartekracht verricht negatieve arbeid). Daardoor neemt de kinetische energie af en neemt de zwaarte-energie toe. Na het hoogste punt gaat de energieomzetting net andersom. Dan verricht de zwaartekracht positieve arbeid. Is de wrijving verwaarloosbaar, dan is vanaf het moment dat de bal is losgelaten de som van de kinetische energie en de zwaarte-energie constant.

Veerenergie

Om een veer te spannen, is een kracht nodig die arbeid verricht op de veer. Een gespannen veer bevat dan opgeslagen energie, de **veerenergie**. Des te verder de veer uitgerekt is, des te meer veerenergie er in de veer is opgeslagen. Een gespannen veer kan arbeid verrichten, waarbij veerenergie omgezet wordt in een andere vorm van energie. De veerenergie neemt daarbij af. Bij een stugge veer is een grotere kracht nodig dan bij een slappe veer. Daardoor is de veerenergie bij een stugge veer groter dan bij een slappe veer. De veerenergie hangt af van de veerconstante en de uitrekking. Ook in een veer die kan worden ingedrukt, kan veerenergie worden opgeslagen.

Opslag en omzetting van energie

Veerenergie, zwaarte-energie en kinetische energie zijn opgeslagen in voorwerpen. Voor het omzetten van die energiesoorten is een kracht nodig. De arbeid van die kracht(en) is gelijk aan de energie die omgezet wordt. Arbeid en energie hebben daarom dezelfde eenheid (joule), maar de betekenis verschilt. Energie is ergens opgeslagen, bij arbeid gaat het steeds om de energie die omgezet wordt door een kracht. Daarbij kan de energie van een voorwerp van soort veranderen, bijvoorbeeld als de zwaartekracht arbeid verricht op een vallende bal (zijn zwaarte-energie wordt kinetische energie). Maar er kan ook energie verplaatst worden van het ene voorwerp naar het andere voorwerp, bijvoorbeeld wanneer je een veer uitrekt: je spierkracht verricht arbeid (chemische energie van jou wordt veerenergie van de veer).

- ★ De kinetische energie van een voorwerp hangt af van de snelheid en van de massa van het voorwerp.
- ★ De zwaarte-energie van een voorwerp hangt af van de zwaartekracht en van de hoogte. Zwaarte-energie is een voorbeeld van potentiële energie.
- ★ Bij een vrije val (zonder luchtweerstand) is de som van de kinetische energie en de zwaarte-energie van een voorwerp constant.
- ★ De veerenergie hangt af van de veerconstante en van de uitrekking of indrukking van de veer. Veerenergie is ook een voorbeeld van potentiële energie.
- ★ Als een kracht arbeid verricht, wordt er energie omgezet. Daarbij wordt energie overgedragen van het ene voorwerp naar het andere en/of de soort energie verandert.

- 25 Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.
- a Als een voorwerp versnelt, neemt de kinetische energie van het voorwerp toe.
 - b Als je een doos optilt, wordt spierenergie omgezet in zwaarte-energie.
 - c De kinetische energie van een voorwerp kan alleen toenemen als er een kracht is die het voorwerp versnelt.
 - d Kinetische energie is hetzelfde als de snelheid van een voorwerp.

- e De zwaarte-energie van een voorwerp is evenredig met de hoogte en met de zwaartekracht op het voorwerp.
- f Een volgeladen vrachtwagen bevat meer kinetische energie dan een lege (bij dezelfde snelheid).
- g Bij een vallend voorwerp wordt kinetische energie omgezet in zwaarte-energie.
- h De veerenergie van een gespannen veer is evenredig met de veerconstante.
- i Een schroefveer heeft negatieve veerenergie als hij ingedrukt is.

- 26 Een auto rijdt met constante snelheid.
- a Welke kracht verricht daarbij positieve arbeid? En welke kracht verricht negatieve arbeid?
 - b Leg uit dat de totale arbeid van deze twee krachten nul is. Een vrachtwagen en een motor rijden met dezelfde snelheid (zie figuur 21). Als beide voertuigen remmen, blijkt de remweg even lang te zijn.
 - c Leg met het begrip arbeid uit bij welk voertuig de remkracht het grootst is.

- 27 In elektriciteitscentrales wekken grote generatoren elektriciteit op.
- a Welke energieomzetting vindt in een generator plaats?
 - b Welke soort energie levert de energiebron bij centrales die op aardgas werken?
 - c Welke soort energie levert de energiebron bij windmolens?
- Een waterkrachtcentrale gebruikt energie die is opgeslagen in een stuwmeer.
- d Welke soort energie is opgeslagen in een stuwmeer?

- 28 Met een katapult schiet je een steentje recht omhoog. De luchtweerstand op het steentje mag je verwaarlozen.
- a Welke energieomzetting vindt plaats tijdens het wegschieten?
 - b Welke kracht(en) zorgt/zorgen daarbij voor de energieomzetting?
 - c Welke energieomzetting vindt plaats tijdens het omhoog bewegen van het steentje na het wegschieten? Welke kracht zorgt daarvoor?
 - d Leg uit dat de som van de zwaarte-energie en de kinetische energie tijdens de beweging omhoog en omlaag gelijk blijft.
 - e Waar is de energie gebleven als het steentje op de grond is gevallen?

- 29 Een golfer slaat een bal weg. Tijdens de slag oefenen de club en de bal een kracht op elkaar uit.
- a Leg uit welke kracht positieve arbeid verricht en welke negatieve arbeid. Tijdens de klap wordt een deel van de kinetische energie van de club omgezet in twee andere energiesoorten.
 - b Welke energiesoorten zijn dat?

- 30 Als je op een trampoline op-en-neer springt, vinden er voortdurend energieomzettingen plaats.
- a In welke positie is de zwaarte-energie maximaal?
 - b In welke positie is de veerenergie maximaal?
 - c Leg uit dat de kinetische energie maximaal is als de trampoline een klein beetje ingedrukt is. Gebruik in je uitleg het begrip resulterende kracht.



Figuur 21 Van welk voertuig is de kinetische energie het grootst?



Figuur 22 Stuwmeer bij een waterkrachtcentrale



Figuur 23 Slag van golfclub tegen balletje

- 31** Als je een trap oploopt, verrichten je beenspieren arbeid.
- Van welke twee grootheden hangt die hoeveelheid arbeid af?
 - Leg uit dat de formule voor de zwaarte-energie E_z is: $E_z = m \cdot g \cdot h$.

- 32** Een remmende auto verliest kinetische energie.
- Wat gebeurt er met die energie?
Bij een twee keer zo grote beginsnelheid blijkt de remweg (bij dezelfde remkracht) vier keer zo lang te zijn.
 - Verklaar dat. Gebruik in je uitleg de begrippen gemiddelde snelheid en remtijd.
 - Vul in: Bij een twee keer zo grote snelheid moeten de remmen keer zo veel arbeid verrichten om de auto tot stilstand te laten komen.
 - Is de kinetische energie van een auto dus evenredig met de snelheid of evenredig met het kwadraat van de snelheid?



Figuur 24 Windmolens gebruiken kinetische energie van de lucht.

BEHEERSEN

Formule voor kinetische energie

Kinetische energie is de energie die is opgeslagen in een bewegend voorwerp ten gevolge van zijn snelheid. De grootte hangt af van de massa en van de snelheid van het voorwerp. Er geldt:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Hierin is E_k de kinetische energie (in J), m de massa (in kg) en v de snelheid (in m/s) van het voorwerp.

AFLEIDING VAN DE FORMULE VOOR KINETISCHE ENERGIE

De kinetische energie van een horizontaal bewegend voorwerp is even groot als de arbeid die door de nettokracht op het voorwerp is verricht tijdens het versnellen vanuit rust. Als een voorwerp met massa m vanuit rust wordt versneld en de nettokracht F constant is, is ook de versnelling constant. Er geldt dan: $v_{\text{gem}} = \frac{1}{2} \cdot v$

De verrichte arbeid is: $W = F \cdot s = (m \cdot a) \cdot s = m \cdot a \cdot s$

Voor a en s gelden de volgende formules: $a = \frac{v}{t}$ en $s = v_{\text{gem}} \cdot t = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t$

Vul deze uitdrukkingen voor a en s in de vergelijking voor W in:

$$W = m \cdot a \cdot s = m \cdot \left(\frac{v}{t}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot v \cdot t\right) = \frac{m \cdot v \cdot v \cdot t}{2 \cdot t} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Dus $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$.

Formule voor zwaarte-energie

De zwaarte-energie van een voorwerp op een hoogte h is gelijk aan de arbeid die nodig was om het voorwerp rustig op te tillen naar die hoogte h . Deze zwaarte-energie komt weer vrij als kinetische energie door de arbeid van de zwaartekracht als het voorwerp vanaf hoogte h naar hoogte 0 valt. Tijdens de val verricht de zwaartekracht de arbeid:

$$W = F_z \cdot s = m \cdot g \cdot h$$

Voor de zwaarte-energie E_z van een voorwerp geldt dus:

$$E_z = m \cdot g \cdot h$$

Hierin is E_z de zwaarte-energie van het voorwerp (in J), m de massa (in kg), g de valversnelling ($9,81 \text{ m/s}^2 = 9,81 \text{ N/kg}$) en h de hoogte, de afstand van de onderkant van het voorwerp tot de grond (in m).

Vrije val

Bij een **vrije val**, waarbij de luchtweerstand te verwaarlozen is, wordt tijdens de val zwaarte-energie van het voorwerp omgezet in kinetische energie van het voorwerp. De **energievergelijking** voor een vrije val is:

$$E_{z,\text{boven}} = E_{k,\text{beneden}} \rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

In de tweede vergelijking kun je links en rechts de massa wegstrepen. Bij een vrije val hangt de eindsnelheid niet af van de massa van het voorwerp.

Formule voor veerenergie

De veerenergie hangt af van de stugheid van de veer (de veerconstante) en van de uitrekking (of indrukking) van de veer. De kracht die nodig is om de veer gespannen te houden, is evenredig met de uitrekking. De arbeid om de veer te spannen hangt daarvoor af van het kwadraat van de uitrekking (of indrukking).

$$E_v = \frac{1}{2} C \cdot u^2$$

Hierin is E_v de veerenergie (in J), C de veerconstante (in N/m) en u de uitrekking (of indrukking) (in m).

AFLEIDING VAN DE FORMULE VOOR VEEREENERGIE

Van een veer die je uitrekt, neemt de veerkracht evenredig toe met de uitrekking, zie figuur 25. Er geldt: $F_v = C \cdot u$, waarbij C de veerconstante is (in N/m) en u de uitrekking (in m).

De arbeid die nodig is om een veer met lengte l uit te rekken tot lengte $l + u$ is gelijk aan de oppervlakte onder de $F_v u$ -grafiek. Dit is een driehoek met oppervlakte:

$$W = \frac{1}{2} \cdot F \cdot u = \frac{1}{2} \cdot (C \cdot u) \cdot u = \frac{1}{2} C \cdot u^2$$

Dus: $E_v = \frac{1}{2} C \cdot u^2$

- 33** De paragraafvraag is: Welke energiesoorten spelen een rol bij bewegen, en wat geldt er voor de grootte van deze energiesoorten? Wat is het antwoord op deze vraag?

- 34** Een gewichtheffer traint met een halter van 140 kg. Na het optillen is de zwaarte-energie van de halter 2,3 kJ. Bereken de hoogte van de halter in de opgetilde positie.

VOORBEELDOPGAVE 4

Een steentje wordt met een katapult vanaf de grond recht omhoog geschoten met een beginsnelheid van 15 m/s. De luchtweerstand is te verwaarlozen.

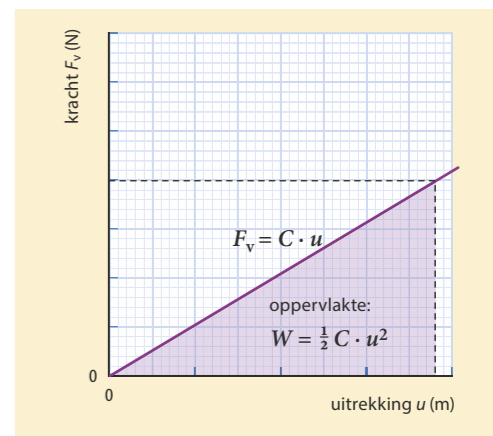
Vraag: Bereken hoe hoog het steentje komt.

Antwoord: Alle kinetische energie aan de grond wordt omgezet in zwaarte-energie.

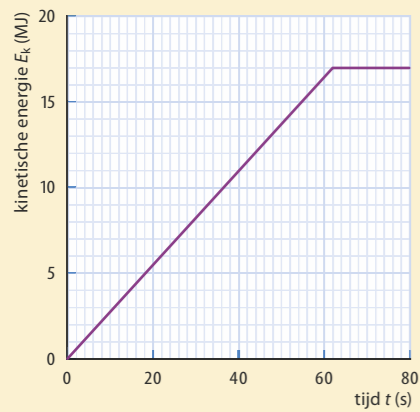
Daardoor geldt $m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$.

Invullen en massa wegstrepen geeft:

$$9,81 \times h = 0,5 \times 15^2 \rightarrow h = 11 \text{ m}$$



Figuur 25 Diagram van de uitrekking van een veer en de resulterende veerkracht



Figuur 26 Diagram van de kinetische energie van een optrekkende trein tegen de tijd

- 35** In figuur 26 zie je hoe de kinetische energie E_k van een trein toeneemt tijdens het optrekken.
De massa van de trein is $6,96 \cdot 10^4$ kg. Verwaarloos de wrijvingskrachten.
- Bereken de snelheid van de trein na het optrekken.
 - Tijdens het optrekken heeft de trein een afstand van 685 m afgelegd.
 - Bereken de (gemiddelde) kracht van de motor tijdens het optrekken.
- 36** Een auto heeft bij een snelheid van 30 m/s een remweg van 60 m. De massa van de auto is 1200 kg.
- Bereken de remkracht van de auto uit de arbeid die bij het remmen wordt verricht.
 - Op een glad wegdek is de remkracht drie keer zo klein.
 - Leg met energie en/of arbeid uit dat de remweg op een glad wegdek drie keer zo groot is.
 - Uit veiligheidsoverwegingen halveert de automobilist zijn snelheid.
 - Hoeveel keer zo klein is dan de kinetische energie van de auto?
 - Bereken de remweg bij deze snelheid op een glad wegdek.

- 37** Een auto heeft bij 30 m/s een (minimale) remweg van 60 m. Er wordt een zware aanhangwagen (zonder remmen) aan de auto gekoppeld. De totale massa is dan 1,5 keer zo groot.
- Leg met energie en arbeid uit dat de remweg met aanhanger 1,5 keer zo groot is.
 - Bereken de snelheid waarbij de (minimale) remweg met aanhanger 60 m is.

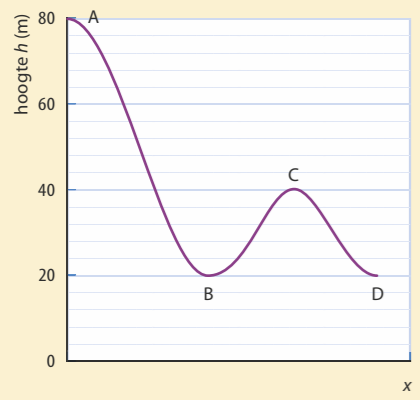
- 38** Je gooit een steen van 0,4 kg recht omhoog met een snelheid van 4,0 m/s. Verwaarloos de luchtweerstand.
- Bereken met energie en/of arbeid hoe hoog de steen komt (vanaf het punt van loslaten).
 - Beredeneer met verhoudingen hoe hoog de steen komt als je hem met 8,0 m/s omhoog gooit.
 - Leg uit of een zwaardere steen even hoog komt (bij dezelfde snelheid).

- 39** Een bobslee glijdt vanuit rust zonder wrijving naar beneden langs de in figuur 27 weergegeven helling.
- Leg uit dat de snelheid van de bobslee in punt D even groot is als in punt B.
 - Laat zien dat in de punten B en D de snelheid 34 m/s is.
 - Bepaal de snelheid in punt C.

- 40** Een volleyballer van 70 kg springt op om een bal boven het net te blokkeren. Direct na de afzet heeft hij een verticale snelheid van 4,0 m/s. Op dat moment bevindt zijn zwaartepunt zich op 1,3 m boven de grond en reiken zijn vinger-toppen tot 2,5 m.
- Bereken hoe hoog zijn vingertoppen komen in het hoogste punt van de sprong.
 - Bij de afzet voor de sprong zwaait de volleyballer zijn armen omhoog. Dat doet hij voordat hij helemaal loskomt van de grond.
 - Leg uit waardoor je hoger komt door je armen omhoog te zwaaien.

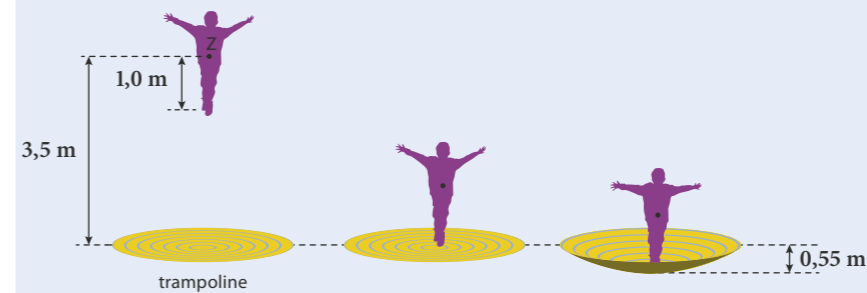


Figuur 28 Volleyballers springen op bij het net.

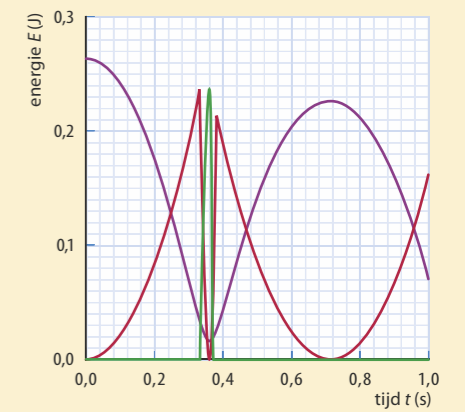


Figuur 27 Bobsleebaan

- 41** In figuur 29 stellen de drie grafieken in hetzelfde diagram elk een energiesoort voor van een stuitende bal.
- Welke kleur hoort bij de zwaarte-energie? En welke bij de veerenergie?
 - Op welk tijdstip heeft de bal de grootste snelheid?
 - Op welk tijdstip bevindt de bal zich (na de stuit) op het hoogste punt?
 - Beschrijf hoe je aan de hand van het diagram kunt bepalen hoeveel energie tijdens de stuit van de bal wordt omgezet in warmte.
 - Beschrijf hoe je aan de hand van het diagram kunt bepalen hoeveel energie er 'verloren gaat' door luchtweerstand.
- 42** Controleer dat in de formules $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ en $E_v = \frac{1}{2} C \cdot u^2$ de eenheden links en rechts van het gelijkteken gelijk zijn.
- 43** Bij een harmonische trilling van een horizontaal trillend massa-veersysteem is de wrijving verwaarloosbaar. In de evenwichtsstand is de veerenergie nul.
- Leg uit dat behoud van energie dan betekent dat de maximale veerenergie gelijk is aan de maximale kinetische energie.
 - Leg uit dat de maximale snelheid dus evenredig is met de amplitude van de trilling.
- In hoofdstuk 7 heb je de formule $v_{\max} = \frac{2\pi \cdot A}{T}$ geleerd.
- Leid met deze formule af dat voor de totale energie van een harmonische trilling geldt: $E_{\text{trilling}} = 2\pi^2 \cdot m \cdot f^2 \cdot A^2$.
- 44** Op het hoogste punt van een trampolinesprong ligt het zwaartepunt van een springer van 70 kg op een hoogte van 3,5 m boven de trampoline (figuur 30). Zijn zwaartepunt ligt 1,0 m boven de onderkant van zijn voeten. Verwaarloos de luchtweerstand.
- Bereken de snelheid waarmee zijn voeten de trampoline raken.
 - Na de landing veert de trampoline maximaal 0,55 m in.
 - Op welke hoogte bevindt zich dan het zwaartepunt van de springer?
 - Bereken hoe groot de veerenergie is in het laagste punt.
 - Bereken de veerconstante van de trampoline.



Figuur 30 Drie momentopnames van een trampolinesprong: het hoogste punt (links), het raken van de trampoline (midden) en het laagste punt (rechts).



Figuur 29 De verandering van drie energiesoorten bij een stuitende bal

W4 Hybride auto

Oefenen A

Bekijk of je de belangrijkste onderwerpen van paragraaf 9.2 en 9.3 begrepen hebt.

9.4 Behoud van energie

Experiment 5: Energie voor ophijsen

Experiment 6: Waterkrachtcentrale

ONTDEKKEN

Bij bewegingen in de sport en in het verkeer vinden energie-omzettingen plaats. Tijdens het bewegen wordt chemische energie omgezet in andere vormen van energie, zoals kinetische energie, zwaarte-energie en warmte. De totale hoeveelheid energie blijft daarbij gelijk. Energie wordt dus omgezet, maar ontstaat of verdwijnt niet.

PARAGRAAFVRAAG

Hoe kun je gebruikmaken van de wet van behoud van energie?

BEGRIJPEN

Energie gaat niet verloren

Een belangrijke eigenschap van energie is dat de totale hoeveelheid altijd gelijk blijft. Je kunt energie niet 'maken' of vernietigen, alleen omzetten in een andere energie-soort. Dat is de *wet van behoud van energie*.

Bij een fietser die zonder te trappen een dijk afrijdt, wordt de zwaarte-energie voor het grootste deel omgezet in kinetische energie. De wrijvingskrachten zorgen ervoor dat een gedeelte van de zwaarte-energie omgezet wordt in warmte. Maar de totale hoeveelheid energie blijft wel even groot.

De zwaarte-energie die een skydiver heeft als hij op grote hoogte uit een vliegtuig springt, wordt eerst vooral in kinetische energie omgezet. Maar al snel wordt de luchtweerstand even groot als de zwaartekracht, zodat de snelheid gelijk blijft en dus ook de kinetische energie. Wanneer hij uiteindelijk geland is, is alle zwaarte-energie die hij boven had, omgezet in warmte.

Arbeid en energiebehoud

Arbeid en energie zijn grootheden die sterk op elkaar lijken, ze hebben ook dezelfde eenheid (joule). Er is echter een verschil. Energie zoals kinetische energie, zwaarte-energie en chemische energie zit 'opgeslagen' in een voorwerp. Arbeid beschrijft hoeveel energie er door een kracht wordt omgezet gedurende een beweging in de richting van de kracht. Bij arbeid kan energie worden overgedragen van het ene voorwerp naar het andere. Bijvoorbeeld jouw chemische energie wordt kinetische energie van de bal die je wegschopt. Ook kan alleen de soort energie veranderen, zoals bij een vallende steen: zijn zwaarte-energie wordt omgezet in kinetische energie. Maar de totale hoeveelheid energie verandert niet door de arbeid van een kracht.

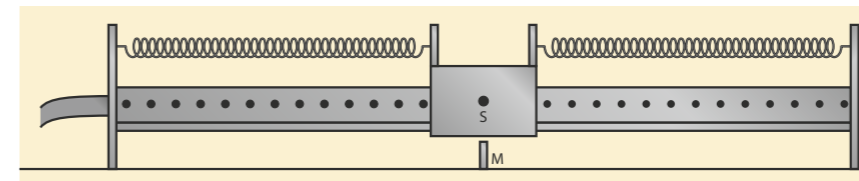
Energieomzettingen bij trillen

In een trillend massa-veersysteem wordt voortdurend energie uitgewisseld tussen de massa en de veer. Is de trilling horizontaal en zonder luchtweerstand of schuifwrijving, zoals bij een karretje op een luchtkussenbaan, dan verricht alleen de veerkracht arbeid. De arbeid door de veren op de massa is afwisselend positief en negatief. Als er ook geen inwendige wrijving in de veren is, is de som van de kinetische energie van de massa en de veerenergie van de veren constant. In de uiterste stand zit alle energie als veerenergie in de veren en in de evenwichtstand is alle energie kinetische energie van de massa.



Figuur 31 Tijdens de val van een skydiver wordt zwaarte-energie eerst in kinetische energie omgezet en daarna in warmte.

Is er wel wrijving, dan neemt de totale energie af en dus ook de amplitude en de maximale snelheid van het trillende systeem. (De trillingstijd blijft echter gelijk!)



Figuur 32 Een massa-veersysteem: een wagentje tussen gespannen veren op een luchtkussenbaan

Energieomzettingen bij stuiten

Bij het stuiten van een bal vinden in korte tijd enkele energieomzettingen plaats. Als de onderkant van de bal de grond raakt, wordt door de (negatieve) arbeid van de veerkracht van de bal de kinetische energie van de bal omgezet in veerenergie, doordat de bal indeukt (figuur 33). Wanneer de snelheid van de bal nul is geworden, is de kinetische energie ook nul. De bal is dan maximaal ingedeukt en de veerenergie is maximaal. De veerkracht zorgt er vervolgens voor dat de bal bij het uitdeuken omhoog versnelt. Dan wordt veerenergie weer omgezet in kinetische energie. Daarna beweegt de bal omhoog en wordt de kinetische energie omgezet in zwaarte-energie. Na het hoogste punt wordt de zwaarte-energie weer omgezet in kinetische energie.

Bij elke stuit wordt een deel van de kinetische energie omgezet in warmte. De snelheid van de bal is daardoor na een stuit kleiner (figuur 34). Tijdens de beweging in de lucht raakt de bal bovendien energie kwijt door de luchtweerstand. Vaak is het verlies aan kinetische energie door de luchtweerstand veel kleiner dan het energieverlies tijdens een stuit. Uiteindelijk is na een aantal stuiten alle energie omgezet in warmte en ligt de bal stil op de grond.

★ De wet van behoud van energie houdt in dat de totale hoeveelheid van alle energiesoorten samen gelijk blijft.

- 45** Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.
- Bij elke beweging geldt de wet van behoud van energie.
 - Bij elke beweging blijft de som van de zwaarte-energie en de kinetische energie gelijk.
 - Alle energie bij bewegingen wordt uiteindelijk omgezet in chemische energie.
 - Bij een vrije val is de som van zwaarte-energie en kinetische energie constant.
 - Arbeid is de hoeveelheid energie die is opgeslagen in een kracht.
 - De kinetische energie verandert alleen als er wrijvingskracht is.
 - Een kracht die tegen de bewegingsrichting in werkt, verricht arbeid, waardoor de kinetische energie afneemt.
 - Een trillend massa-veersysteem heeft alleen kinetische energie.

- 46** Een perpetuum mobile is een bewegend voorwerp of apparaat dat oneindig lang blijft bewegen, zonder dat er energie wordt toegevoerd.
- Volgens welke wet zou een perpetuum mobile mogelijk moeten zijn?
 - Leg uit waardoor op aarde een perpetuum mobile onmogelijk is.
 - Leg uit of een tv-satelliet een goed voorbeeld van een perpetuum mobile is.

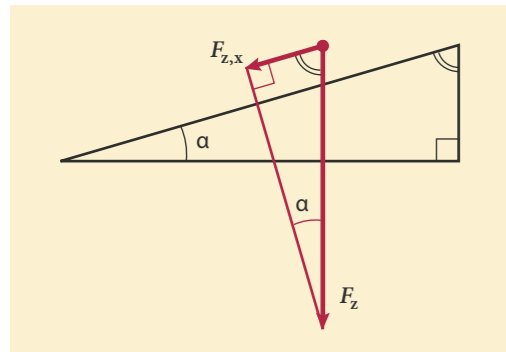


Figuur 33 Een stuitende bal wordt altijd een beetje ingedeukt.

W5 Stuitend golfballetje



Figuur 34 Bij een stuitende bal wordt de totale energie geleidelijk omgezet in warmte.



Figuur 35

- 47** De wet van behoud van energie geldt voor alle situaties.
- Leg in je eigen woorden uit wat de wet van behoud van energie betekent. Iemand beweert: 'Dankzij de wet van behoud van energie kan er nooit sprake zijn van een tekort aan energie.'
 - Leg uit wat er mis is aan deze bewering.
- 48** De som van zwaarte-energie en kinetische energie is in sommige gevallen constant.
- Is dat het geval bij een vrije val omhoog of omlaag? Leg uit.
 - Is dat het geval bij de trilling van een massa die aan een veer hangt? Leg uit.
 - Is bij de beweging van de aarde rond de zon de som van de zwaarte-energie en de kinetische energie constant?
- Bij een auto die van een helling rolt, verricht de zwaartekracht arbeid. Voor de component $F_{z,x}$ langs de helling geldt: $F_{z,x} = F_z \cdot \sin(\alpha)$ (zie figuur 35).
- Laat zien dat de afname van de zwaarte-energie van de auto even groot is als de arbeid door de (component van de) zwaartekracht.
- 49** Bij een bal die op de grond stuitert, is in het laagste punt de som van zwaarte-energie en kinetische energie nul.
- Waar is de kinetische energie gebleven die de bal vlak vóór de stuit had?
 - Welke kracht zorgt ervoor dat de bal even later wel weer kinetische energie heeft?
 - Hoe kun je zien dat tijdens de stuit een beetje kinetische energie is omgezet in warmte?
- 50** Een auto remt en komt tot stilstand voor het verkeerslicht.
- Beschrijf in eigen woorden hoe de wet van behoud van energie geldt voor het afremmen. Gebruik daarbij de begrippen: kinetische energie, warmte, arbeid en remkracht.
 - Leg uit dat hier geldt: $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{begin}}^2 = F_{\text{rem}} \cdot s$.
- 51** Een meisje laat zich zonder beginsnelheid op een 10 m hoge waterglijbaan naar beneden glijden.
- Leg uit welke energieomzettingen daarbij plaatsvinden.
 - Welke krachten verrichten de arbeid van de energie-omzettingen van vraag a?
- 52** Een bal wordt door een keeper uitgetrapt. Neem aan dat de luchtweerstand te verwaarlozen is.
- Leg uit dat in het hoogste punt niet alle kinetische energie is omgezet in zwaarte-energie.
 - Beschrijf hoe je kunt berekenen hoe hoog de bal komt als je de snelheden in het hoogste en in het laagste punt kent.

BEHEERSEN

Energiebehoud bij bewegen

Als de hoeveelheid van een energiesoort toeneemt, moet die van een andere energiesoort afnemen. De totale hoeveelheid energie blijft immers altijd gelijk:

$$\sum E_{\text{begin}} = \sum E_{\text{eind}}$$

Hierin betekent de Griekse letter \sum (sigma): tel op.

Als je bijvoorbeeld met een katapult een steentje omlaag schiet, is $\sum E_{\text{begin}}$ de som (vlak voor het wegschieten) van de veerenergie en de zwaarte-energie en $\sum E_{\text{eind}}$ de som (net boven de grond) van de kinetische energie en de warmte die door wrijving is ontstaan. Die twee totalen zijn gelijk.

Bij rekenen met energie en het opstellen van een *energievergelijking*, pas je de wet van behoud van energie toe op twee tijdstippen, bijvoorbeeld het begin en het eind van een beweging. Je zet dan aan de ene kant van het = teken van de verschillende energiesoorten de (bekende) waarden aan het begin en aan de andere kant van het = teken de bekende waarden op het eind plus de onbekende. Vaak is die onbekende de ontwikkelde warmte.

De grootte van de arbeid die een kracht verricht, is gelijk aan de hoeveelheid energie die door die arbeid wordt omgezet. Dat betekent dat de verandering van de kinetische energie van een bewegend voorwerp gelijk is aan de arbeid door de resulterende kracht die op het voorwerp werkt. Dat is hetzelfde als de som van de arbeid door alle krachten afzonderlijk. Deze *relatie tussen arbeid en kinetische energie* geldt algemeen.

$$\sum W = \Delta E_k$$

Hierin is $\sum W$ de arbeid door alle krachten (inclusief de zwaartekracht) die op een voorwerp werken (in J) en ΔE_k de verandering van de kinetische energie van het voorwerp (in J).

Bij een beweging schuin omhoog of omlaag verricht ook de zwaartekracht arbeid. De hoeveelheid arbeid die de zwaartekracht op een voorwerp verricht, is gelijk aan de verandering van de zwaarte-energie. Daarbij maakt het niet uit hoe schuin de richting van de afgelegde weg is. Het gaat alleen om het hoogteverschil. In figuur 36 zie je dat de arbeid door de zwaartekracht altijd het verschil in zwaarte-energie is:

$$W_{F_z} = (F_z \cdot \sin(\alpha)) \cdot s = (F_z \cdot \sin(\alpha)) \cdot \frac{\Delta h}{\sin(\alpha)} = F_z \cdot \Delta h = m \cdot g \cdot \Delta h$$

VOORBEELDOPGAVE 5

Een tennisbal (massa 58 g) wordt met een snelheid van 100 km/h recht omhoog geslagen en bereikt een hoogte van 35 m.

Vraag: Bereken de gemiddelde luchtweerstand tijdens de beweging omhoog.

Antwoord: Door de luchtweerstand wordt niet alle kinetische energie van de bal omgezet in zwaarte-energie op het hoogste punt. Het verschil tussen de kinetische energie en de zwaarte-energie is de wrijvingsarbeid:

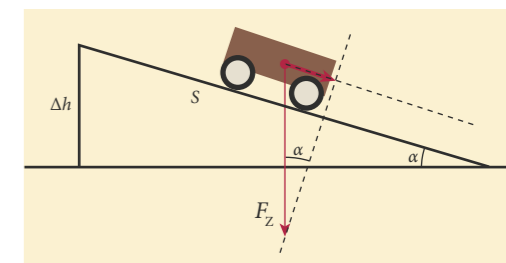
$$W = E_k - E_z = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - m \cdot g \cdot h$$

$$W = \frac{1}{2} \times 0,058 \times \left(\frac{100}{3,6}\right)^2 - 0,058 \times 9,81 \times 35$$

$$W = 2,46 \text{ J}$$

Voor de wrijvingsarbeid geldt $W = F \cdot s$, waarbij s de afstand is waarover de luchtweerstand werkt. De gemiddelde luchtweerstand is dus:

$$F_{\text{w,l}} = \frac{2,46}{35} = 7,0 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$



Figuur 36 Alleen het hoogteverschil telt.

VOORBEELDOPGAVE 6

Een werper geeft een honkbal een snelheid van ruim 90 km/h. De honkbal heeft een massa van 145 g.

Vraag: Maak een beredeneerde schatting van de gemiddelde kracht waarmee de werper de bal werpt. Verwaarloos daarbij de verandering van de zwaarte-energie van de bal tijdens het werpen.

Antwoord: De arbeid van de werper is gelijk aan de verandering van de kinetische energie van de bal tijdens de worp ($\sum W = \Delta E_k$).

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{eind}}^2 - 0$$

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} \times 0,145 \times \left(\frac{90}{3,6}\right)^2 = 45,3 \text{ J}$$

Schat de afstand waarover de werper een kracht uitoefent op de bal: ongeveer 2,0 m.

$$\text{Dat geeft } W = F \cdot s \rightarrow 45,3 = F \times 2,0$$

$$F = \frac{45,3}{2,0} = 23 \text{ N}$$

VOORBEELDOPGAVE 8

Bij het hoogspringen (zie figuur 37) neemt de atleet een aanloop. Tijdens de sprong wordt 80% van de kinetische energie van de atleet omgezet in zwaarte-energie. De aanloop-snelheid is 5,0 m/s, de massa van de atleet is 70 kg. Gedurende de aanloop ligt het zwaartepunt 1,0 m boven de grond (punt A).

Vraag: Bereken hoe hoog het zwaartepunt komt (punt B).

Antwoord: Tijdens de sprong geldt de energievergelijking $E_{\text{tot,A}} = E_{\text{tot,B}}$:

$$\frac{1}{2} m \cdot v_A^2 + 0,80 + m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 + m \cdot g \cdot h_B$$

Invullen van de gegevens en de massa weg-strepen levert op:

$$\frac{1}{2} \times 5,0^2 \times 0,80 + 9,81 \times 1,0 = \frac{1}{2} \times 0^2 + 9,81 \times h_B$$

Dit geeft: $h_B = 2,0$ m.

VOORBEELDOPGAVE 7

Een auto rijdt een traject van 12 km met een constante snelheid van 90 km/h. De automotor heeft een rendement van 30% en verbruikt voor dit traject 0,75 L benzine.

Vraag: Bereken de totale weerstand(skracht) op de auto bij deze snelheid.

Antwoord: De arbeid van de motor is gelijk aan de wrijvingsarbeid, die weer gelijk is aan de nuttig gebruikte chemische energie.

$$\text{Benzine: } r_v = 33 \cdot 10^9 \text{ J/m}^3$$

$$\text{Omrekenen: } 0,75 \text{ L} = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$E_{\text{ch}} = r_v \cdot V = 7,5 \cdot 10^{-4} \times 33 \cdot 10^9 = 2,475 \cdot 10^7 \text{ J}$$

$$W = \eta \cdot E_{\text{ch}} = 0,30 \times 2,475 \cdot 10^7 = 7,4 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$W = F \cdot s \text{ geeft } 7,4 \cdot 10^6 = F \times 12 \cdot 10^3$$

$$F = \frac{7,4 \cdot 10^6}{12 \cdot 10^3} = 6,2 \cdot 10^2 \text{ N}$$



Figuur 37 Tijdens de vlucht over de lat is er behoud van zwaarte-energie en kinetische energie samen.

Remmen en botsen

Bij remmen en bij botsen gaat kinetische energie 'verloren' door de arbeid van de remmende krachten. In beide gevallen wordt door de arbeid van de tegenwerkende kracht(en) kinetische energie omgezet in warmte. Het enige verschil is de lengte van de remweg. De energievergelijking bij botsen en bij remmen is dan ook hetzelfde: $\sum W = \Delta E_k$. Als de eindsnelheid nul is, kun je deze energievergelijking schrijven als:

$$F_{\text{rem}} \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{begin}}^2$$

Bij gelijke beginsnelheid is de afstand dus omgekeerd evenredig met de kracht, als een voertuig tot stilstand komt. Hoe groter de remkracht, des te korter de remweg. Omgekeerd zijn de krachten die optreden bij botsingen dus kleiner naarmate de botsafstand groter is. Veiligheidsmaatregelen zijn dan ook vaak bedoeld om de botsafstand te vergroten. Bij een personenauto die tegen een stilstaand zwaar en massief voorwerp botst, is de botsafstand van de auto gelijk aan de kreukelzone aan de voorkant van de auto (zie figuur 38). Voor de chauffeur wordt de botsafstand nog vergroot door de autogordel (en de airbag).



Figuur 38 Dankzij de kreukelzone is de botsafstand groter en de kracht kleiner.

53 De paragraafvraag is: Hoe kun je gebruikmaken van de wet van behoud van energie? Wat is het antwoord op deze vraag?

54 Een auto heeft bij 100 km/h een remweg van 60 m. De massa van de auto is $1,2 \cdot 10^3$ kg.

a Stel de energievergelijking op voor het remmen.

b Bereken de remkracht van de auto.

Achter de auto wordt een caravan ($m = 0,6 \cdot 10^3$ kg) gehangen. De rem van deze caravan is kapot.

c Bereken hoe groot nu de remweg bij 100 km/h is. De remkracht blijft gelijk.

d Bereken hoe hard de auto met caravan mag rijden, zodat de remweg niet meer dan 60 m is.

55 Een fietser trekt vanuit stilstand op met een voorwaartse kracht F_{vw} van 40 N. De (gemiddelde) wrijvingskracht F_w tijdens de eerste 20 m is 10 N.

a Stel de energievergelijking op voor het optrekken over die 20 m.

De totale massa van de fietser plus fiets is 90 kg.

b Bereken de snelheid van de fietser na 20 m.

56 Hoogspringers landen op een heel dik kussen. Zie figuur 39.

Leg met behulp van arbeid en energie uit waardoor de kracht bij het landen op een kussen kleiner is dan bij het landen in een zandbak.

57 Een bal met een massa van 1,5 kg wordt vanaf een hoogte van 1,8 m (punt A) recht omhoog gegooid. Op die hoogte is de snelheid 13 m/s. De luchtweerstand is verwaarloosbaar klein.

a Stel de energievergelijking op voor deze worp.

b Bereken hiermee hoe hoog de bal komt (punt B).

Even later ploft de bal op de grond (punt C).

c Stel een vergelijking op waarmee je de snelheid bij het neerploffen kunt berekenen.

d Leg uit dat het antwoord van vraag b wel anders wordt, maar dat van vraag c niet, als de bal schuin omhoog wordt gegooid.

58 Bij een vrije val geldt voor de snelheid na een valafstand h : $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$.

a Leid deze vergelijking af uit de wet van energiebehoud.

b Leg uit of je deze vergelijking ook kunt gebruiken als je een steen omhoog gooit.

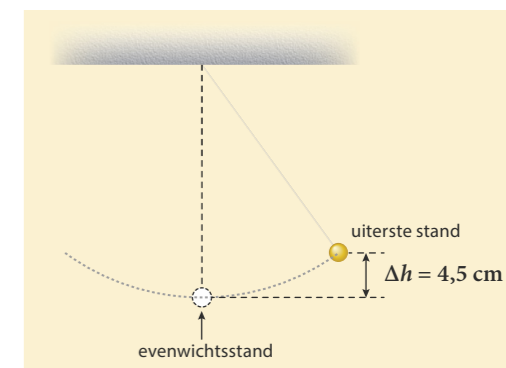
59 In figuur 40 is de slingerbeweging van een kogel aan een koord weergegeven. In de uiterste stand bevindt de kogel zich 4,5 cm hoger dan in de evenwichtsstand. Bij deze slingerbeweging is de luchtweerstand verwaarloosbaar klein.

a Bereken de snelheid waarmee de kogel door de evenwichtsstand beweegt.

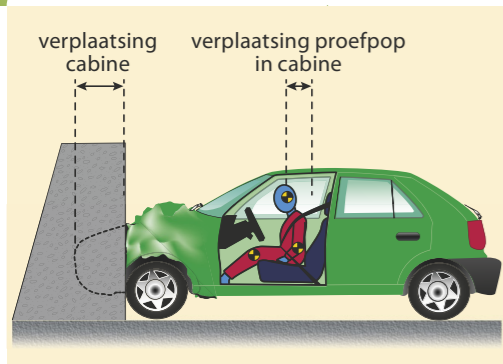
b Beredeneer of de maximale snelheid van de kogel evenredig is met de beginhoogte. Zo niet, welk verband is er dan tussen de beginhoogte en de maximale snelheid?



Figuur 39 Dik kussen bij hoogspringen



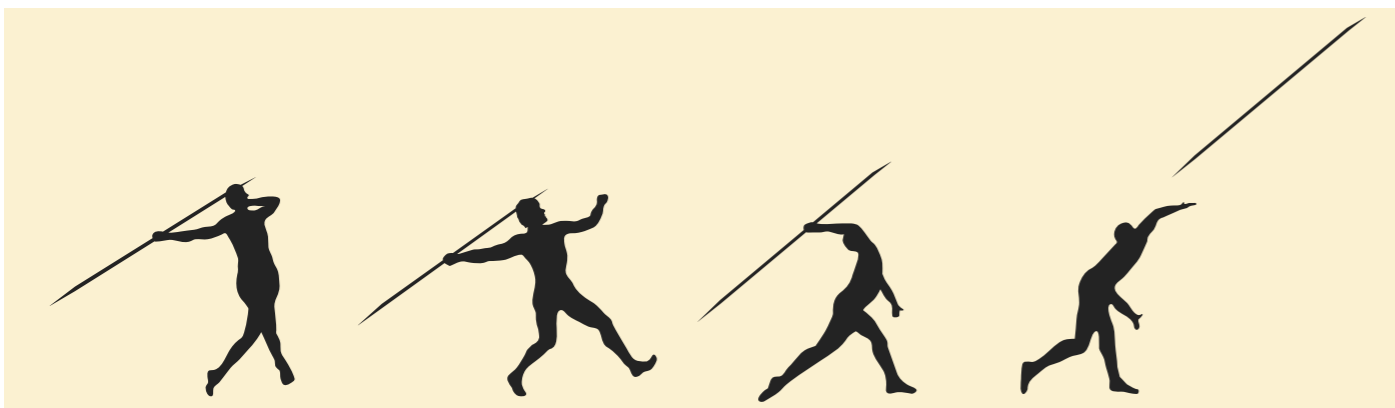
Figuur 40 Kogelslinger



Figuur 41 Verplaatsing van de cabine en de proefpop binnen de cabine tijdens een botsproef

- 60** Met botsproeven wordt onderzocht welke invloed de lengte van de kreukelzone heeft op de kracht op de bestuurder tijdens een botsing. Zie figuur 41. De proefpop heeft een massa van 80 kg. De botsproeven worden uitgevoerd bij 40 km/h. Bij de eerste botsproef heeft de kreukelzone een lengte van 20 cm en rekt de autogordel 15 cm uit.
- Leg uit dat de 'remweg' van de pop 35 cm is.
 - Bereken de gemiddelde kracht op de pop tijdens de botsing. Bij de tweede botsproef is de kreukelzone 40 cm en rekt de gordel 12 cm uit.
 - Bereken met hoeveel procent de kracht op de pop daardoor is afgenomen.

- 61** Een fietser (massa inclusief fiets 90 kg) rijdt met 30 km/h naar een fietsbrug toe. De brug heeft een hoogte van 1,5 m.
- Bereken de toename in zwaarte-energie als hij de brug op fietst. Tegen de brug op rijdend, trapt de fietser niet. De arbeid door de wrijvingskrachten op de fiets verricht, is daarbij 0,80 kJ.
 - Bereken de snelheid van de fietser als hij bovenop de brug is. Vervolgens laat de fietser zich naar beneden rollen. De arbeid van de wrijvingskrachten is dan even groot als op de weg omhoog.
 - Bereken de snelheid van de fietser als hij weer beneden is.



Figuur 42 Beelden van speerwerpen

- 62** Een speer is 2,6 m lang en heeft een massa van 800 g. De atleet komt met een flinke snelheid aanlopen, zodat de snelheid van de speer dan al ongeveer 5 m/s is. Vervolgens werpt de atleet de speer met veel kracht weg. De snelheid van de speer is bij het loslaten 30 m/s.
- Bereken de toename van de kinetische energie van de speer tijdens de worp.
 - Maak aan de hand van de beelden van figuur 42 een schatting van de afstand die de speer aflegt tijdens het wegwerpen.
 - Bereken daarmee de (gemiddelde) kracht van de atleet op de speer tijdens de worp. Verwaarloos daarbij de toename van de zwaarte-energie tijdens het werpen.
- Tijdens de vlucht gaat de speer eerst omhoog en daarna omlaag. Neem aan dat de weerstand van de lucht te verwaarlozen is.
- Bij het 'klimmen' in de lucht neemt de snelheid van de speer af. Leg uit waardoor dat veroorzaakt wordt. Het hoogste punt van de speer ligt op 18,0 m. De beginhoogte is 2,0 m.
 - Bereken de snelheid van de speer op het hoogste punt.

- 63** Eline en Fatima doen een onderzoek waarbij ze een steentje op een hoogte van 1,0 m horizontaal wegschieten met een katapult. Hun onderzoeksvraag is: 'Hoe hangt de snelheid van het steentje direct na het afschieten af van de massa van het steentje en van de uitrekking van de katapult?' Bij het opstellen van hun hypothese nemen ze aan dat de veerkracht van de katapult evenredig is met de uitrekking: $F_v = C \cdot u$. De wrijvingskrachten verwaarlozen ze.
- Welk verband verwacht je tussen de maximale snelheid en de massa van het steentje? Stel een hypothese op met behulp van formules.
 - Welk verband verwacht je tussen de maximale snelheid en de uitrekking van de katapult? Stel een hypothese op met behulp van formules. Bij een van hun experimenten meten ze een snelheid van 14 m/s bij een uitrekking van 28 cm. De massa van het steentje is 20 g.
 - Bereken de veerconstante van de katapult.

- 64** Bij polsstokhoogspringen wordt een flexibele veerkrachtige polsstok gebruikt. De aanloopsnelheid van polsstokhoogspringers is veel hoger dan bij gewoon hoogspringen.
- Leg met behulp van behoud van energie uit waardoor je veel hoger kunt komen met maximale aanloopsnelheid en een flexibele polsstok. Neem aan dat de atleet aan komt lopen met een snelheid van 8,0 m/s, en dat 70% van zijn kinetische energie via veerenergie van de polsstok wordt omgezet in zwaarte-energie van de atleet. De massa van de 2,0 m lange polsstokhoogspringer is 84 kg.
 - Bereken de afstand die het zwaartepunt van de springer omhoog gaat door deze energie-omzettingen.
 - Controleer aan de hand van figuur 43 dat het zwaartepunt van de atleet tijdens de sprong ongeveer 4,0 m omhoog gaat.
 - Verklaar het verschil tussen de uitkomsten van vraag b en c.

- 65** Een bungeejumper (massa 70 kg, lengte 2 m) staat op een platform met aan zijn voeten een bungeekoord. Hij laat zich voorover vallen en duikt met zijn hoofd naar beneden. Op het laagste punt van zijn sprong (duik), raakt zijn hoofd net het water. Zijn zwaartepunt is dan 81 m gedaald en het koord is 44 m uitgerekt.
- Laat met een berekening zien dat de veerconstante van het bungeekoord 57 N/m is.
 - Leg met een tekening uit dat het platform zich 81 m boven het wateroppervlak bevindt en dat het niet uitgerekte koord 35 m lang is. De volgende springer is lichter, maar zij is wel net zo lang. Zij gebruikt hetzelfde bungeekoord.
 - Leg uit dat zij het water niet zal raken. Deze springer blijft met haar hoofd 5,0 m van het water verwijderd.
 - Bereken de massa van deze springer.



Figuur 43 Met een aanloop en een polsstok kun je heel hoog komen.

9.5 Vermogen en snelheid

ONTDEKKEN

Experiment 7: Je eigen vermogen meten

Experiment 8: Rendement van een dynamo

Bij prestaties in de sport en in het verkeer gaat het niet alleen om de hoeveelheid arbeid die je kunt verrichten, maar ook om de tijd die je ervoor nodig hebt. De maximale snelheid van een zwemmer, een auto of een fietser wordt vooral bepaald door het vermogen dat geleverd kan worden. Hoe zit dat?

PARAGRAAFVRAAG

Wat is het verband tussen snelheid en vermogen?

BEGRIJPEN

Vermogen van een (duur)sporter

Sommige sporters zijn explosief, zoals sprinters en gewichtheffers. Explosieve sporters kunnen in korte tijd veel arbeid verrichten. Ze hebben relatief veel spiermassa om in korte tijd veel arbeid te verrichten. Het piekvermogen van sprinters kan wel 2 kW zijn.

Duursporters moeten gedurende langere tijd energie leveren. De kracht die ze daarbij ontwikkelen is kleiner dan bij explosieve sporters. Hun spieren zijn getraind om gedurende langere tijd arbeid te verrichten, met een hoog rendement. Het duurvermogen van duursporters is ongeveer 300 tot 400 W.

De arbeid die spieren of een automotor per seconde verrichten, is het **vermogen** (P). Deze grootheid heeft als eenheid watt (W), net zoals het elektrisch vermogen van bijvoorbeeld een stofzuiger. Er is wel een belangrijk verschil. Bij sporters en auto's gaat het om het geleverde vermogen (P_{uit}), bij elektrische apparaten wordt meestal het gebruikte vermogen (P_{in}) opgegeven.

Vermogen en snelheid

Voor een grotere snelheid is een groter vermogen nodig. Bij constante snelheid is de arbeid die de motor of de spieren elke seconde leveren even groot als de arbeid door de tegenwerkende krachten. Bij hogere snelheid is de luchtweerstand flink groter. Bovendien leg je elke seconde een grotere afstand af. Dat betekent dat het vermogen dat de motor levert snel toeneemt bij hogere snelheid.

Opgewekt vermogen

Windmolens en zonnepanelen leveren elektrische energie. Het elektrisch vermogen dat een windmolen door middel van **windenergie** opwekt, hangt af van de kracht die de wind op de wieken uitoefent, de snelheid waarmee de wieken ronddraaien en het rendement van de dynamo. Een zonnepaneel zet **stralingsenergie** om in elektrische energie. Het elektrisch vermogen dat een zonnepaneel opwekt, hangt af van het rendement, de oppervlakte van het paneel, de hoek waarin het zonlicht op het paneel valt en het stralingsvermogen van het zonlicht. Op aarde is het stralingsvermogen van het zonlicht in de orde van 1000 W/m^2 (loodrecht op de stralingsrichting gemeten).



Figuur 44 Om snel te starten moet je vooral een grote kracht ontwikkelen.

ROEI- EN FIETSERGOMETERS

Op sommige fitnessapparaten kun je met een **ergometer** je (geleverde) vermogen meten. Het vermogen geeft een indicatie voor je conditie. De ergometer meet de uitgeoefende kracht en de afstand die per seconde wordt afgelegd. Het 'uitgerkende' vermogen wordt dan weergegeven op het display. Voor wedstrijdfietzers heeft een fietsergometer in de zaal het nadeel dat de omstandigheden niet gelijk zijn aan de wedstrijdstandigheden. In de zaal heb je immers geen last van bijvoorbeeld luchtweerstand of een hobbelig wegdek. Dat nadeel heeft een SRM-systeem niet. Bij dat systeem zit in de trapas van de fiets een sensor die de trapkracht meet. Een andere sensor meet de trapfrequentie (omwentelingen per minuut). Daarmee wordt het geleverde vermogen berekend. Iets dergelijks vind je ook op elektrische fietsen (e-bikes). Hierbij wordt de ondersteuning van de motor bepaald door de kracht op de pedalen en/of de trapfrequentie.

- ★ Het vermogen van spieren of een motor is de arbeid die per seconde wordt verricht.
- ★ Voor een hogere constante snelheid in de sport en in het verkeer is een groter motor- of spiervermogen nodig, doordat zowel de tegenwerkende kracht toeneemt als de afstand die per seconde wordt afgelegd.
- ★ Het vermogen van een windmolen en een zonnepaneel is de elektrische energie die het apparaat per seconde levert.

- 66** Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.
- a Het vermogen van een automotor is de energie die de motor per seconde gebruikt.
 - b Het vermogen van een motor is evenredig met de kracht en evenredig met de afstand die per seconde wordt afgelegd.
 - c Een ergometer meet hoeveel arbeid de sporter per seconde verricht.
 - d Het vermogen tijdens een sprint is kleiner dan het duurvermogen.
 - e Bij constante snelheid is het vermogen van een automotor gelijk aan de wrijvingsarbeid per seconde.
 - f Het vermogen van een zonnepaneel is de hoeveelheid stralingsenergie die per seconde op het zonnepaneel valt.
 - g Tijdens het optrekken is het vermogen van een automotor gelijk aan de toename van de kinetische energie per seconde.

- 67** Spieren oefenen kracht uit en zetten energie om.
- a Oefen je meer kracht uit bij duursporten of bij explosieve sporten?
 - b Leg uit wat het verschil is tussen arbeid en vermogen.
 - c Hoe kun je aan de lichaamsbouw van veel duursporters zien dat bij hen kracht minder belangrijk is dan duurvermogen?

- 68** Het vermogen van een mens of machine druk je uit in watt.
- a Beschrijf in je eigen woorden wat met dit vermogen bedoeld wordt.
 - b Leg uit wat het verschil is tussen watt en joule. Het elektrisch vermogen van een stofzuiger wordt ook uitgedrukt in watt.
 - c Wat is, natuurkundig gezien, een belangrijk verschil tussen het elektrisch vermogen van een stofzuiger en het vermogen van een automotor?
 - d Wat is, natuurkundig gezien, een belangrijk verschil tussen het elektrisch vermogen van een windmolen en het elektrisch vermogen van een boormachine?



Figuur 45 Deze roeier levert nu een vermogen van 255 W bij een tempo van 41 slagen per minuut. Haar gemiddelde vermogen na 1 min 7 s was 236 W.



Figuur 46 Bij het SRM-systeem meten sensoren de trapkracht en de trapfrequentie.



Figuur 47 Bij een roeitrainer voer je tijdens de haal kinetische energie toe aan een vliegwiel.

- 69** Een schaatser rijdt met constante snelheid over het ijs.
- Leg uit dat het vermogen van de schaatser even groot is als de wrijvingsarbeid per seconde.
 - Voor een grotere snelheid moet de schaatser een flink groter vermogen leveren. Noem daarvoor twee oorzaken.
Bij schaatsen zie je dat sprinters altijd 'dieper zitten' dan marathonschaatsers. Dat doen ze omdat ze op die manier met grotere kracht kunnen afzetten.
 - Noem nog een reden waarom sprinters bij schaatsen 'dieper zitten' dan marathonschaatsers.
- 70** Een roeitrainer geeft het vermogen aan dat de gebruiker levert (zie figuur 47). Op een roeitrainer zit een vliegwiel dat in beweging gehouden wordt door aan het touw te trekken. Het vliegwiel wordt afgeremd door de lucht en/of een rem.
- Leg uit dat (gemiddeld) het vermogen van de sporter gelijk is aan de energie die per seconde door de wrijving verdwijnt.
 - Het vermogen dat het apparaat weergeeft, fluctueert een beetje. Leg uit hoe dat komt.
 - Leg uit dat het vermogen dat de gebruiker levert veel meer fluctueert.
- 71** Wielrenners hebben soms een systeem op hun fiets dat het vermogen meet. Zo'n systeem gebruikt sensoren in de trappers die rechtstreeks de trapkracht meten. Zie figuur 46.
- Welke grootte wordt nog meer gemeten om het vermogen te kunnen berekenen?
De trapkracht is veel groter dan de tegenwerkende krachten.
 - Is de arbeid die de sporter per seconde levert ook veel groter dan de wrijvingsarbeid? Leg uit.
 - Leg uit waardoor de trapkracht zo veel groter is dan de tegenwerkende krachten. Gebruik in je uitleg de begrippen arbeid en afstand.
- 72** Met de versnellingen op een fiets kun je de benodigde trapkracht op de pedalen veranderen. Dan verandert je traptempo ook. Op een bepaald moment schakel je over van de 3^{de} naar de 4^{de} versnelling, terwijl je zorgt dat de fiets-snelheid gelijk blijft.
- Wanneer is de kracht op de pedalen het grootst: in de 3^{de} of in de 4^{de} versnelling?
 - Wanneer is het traptempo het grootst, in de 3^{de} of in de 4^{de} versnelling?
 - Leg uit dat het vermogen gelijk blijft.
- 73** Het vermogen dat je fietsend moet leveren bij constante snelheid hangt af van twee grootheden.
- Welke twee grootheden?
 - Geef voor elk van deze grootheden aan of het vermogen evenredig, omgekeerd evenredig of kwadratisch evenredig of omgekeerd evenredig is met die grootte. Leg uit.
 - Welke formule denk je dat het verband beschrijft tussen het vermogen en deze twee grootheden? Leg uit.

BEHEERSEN

Vermogen bij constante snelheid

Als een auto of fiets met constante snelheid rijdt, levert de motor of de fietser een constant vermogen. Het vermogen is de arbeid die de motor of fietser per seconde verricht:

$$P = \frac{W}{t}$$

Hierin is P het geleverde vermogen (in W), W de verrichte arbeid door de motor of fietser (in J) en t de tijd (in s).

Voor de verrichte arbeid geldt: $W = F \cdot s$. Ingevuld geeft dat: $P = \frac{F \cdot s}{t}$. Dit kun je vereenvoudigen tot:

$$P = F \cdot v$$

Hierin is P het vermogen van de motor of de fietser (in W), F de netto voorwaartse kracht (in N) en v de snelheid van het voertuig (in m/s).

Bij constante snelheid is de voorwaartse kracht op het voertuig gelijk aan de totale tegenwerkende kracht F_{tegen} op het voertuig. Dus er geldt ook: $P_{\text{motor}} = F_{\text{tegen}} \cdot v$.

Topsnelheid

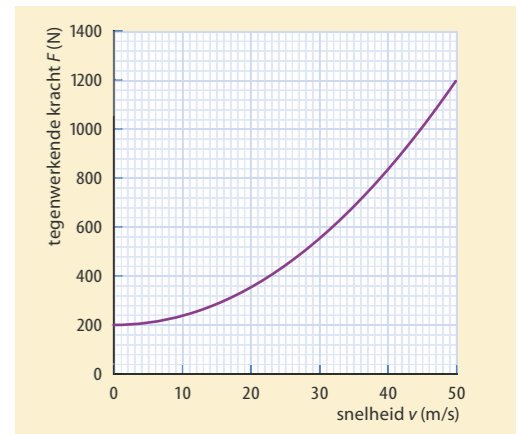
Voor een grotere snelheid is een groter vermogen nodig. In figuur 48 zie je een diagram van de tegenwerkende kracht op een auto die groter is als de auto harder rijdt. Bij een snelheid van 20 m/s (72 km/h) is de tegenwerkende kracht 360 N . Dan is het vermogen $P = F \cdot v = 360 \times 20 = 7,2 \text{ kW}$. Is de snelheid 40 m/s (144 km/h), dan is de tegenwerkende kracht toegenomen tot 840 N . Het vermogen van de motor is dan $840 \times 40 = 33,6 \text{ kW}$, dus veel meer dan verdubbeld.

In figuur 49 zie je een voorbeeld van het vermogen dat een schaatser moet leveren om bepaalde rondetijden te rijden (elk rondje is 400 m). Je ziet dat het vermogen sterk toeneemt bij hogere snelheden.

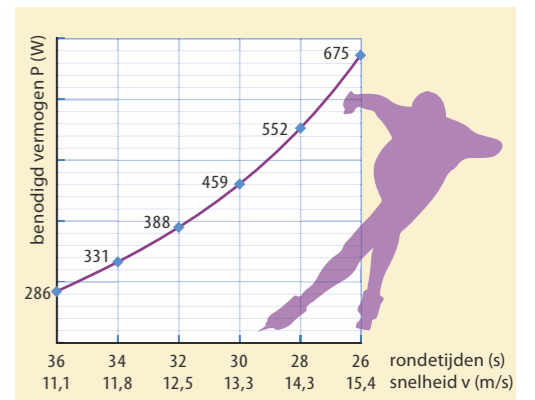
IN EEN UUR 56,375 KM FIETSEN

In 1996 fietste de Brit Chris Boardman een werelduurrecord. In één uur reed hij $56,375 \text{ km}$. Zelfs als je sterk en sportief bent, kun je waarschijnlijk op een gewone fiets niet sneller fietsen dan 40 km/h . En dat houd je dan misschien maar een paar minuten vol.

Een getrainde duursporter kan ruim 400 W leveren en dat een uur volhouden. Boardman moest bij $56,375 \text{ km/h}$ een vermogen leveren van 423 W . Om op een stadsfiets deze snelheid te halen, zou je een onmenselijk vermogen moeten leveren. Zelfs als je 40 km/h een uur zou willen volhouden, zou je meer arbeid moeten verrichten dan Boardman. Het grootste verschil tussen jou en Boardman is de aerodynamische vormgeving van zijn fiets en helm en zijn houding op deze fiets.



Figuur 48 Tegenwerkende kracht op een auto, uitgezet tegen de snelheid van de auto



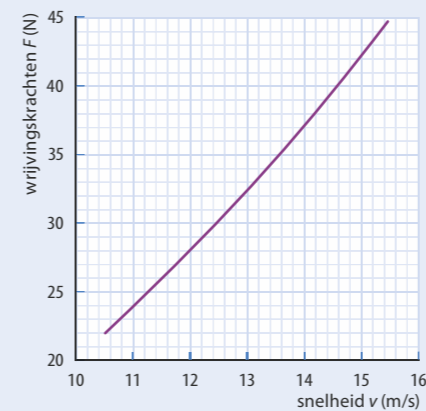
Figuur 49 Vermogen en rondetijden bij schaatsen



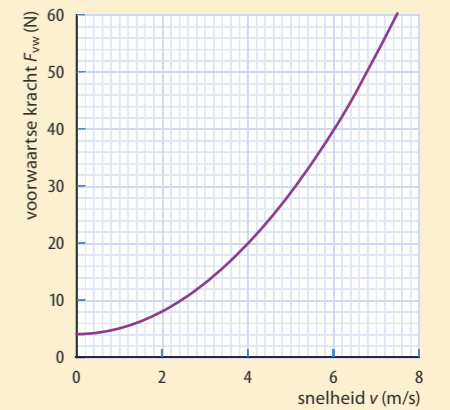
Figuur 50 Chris Boardman tijdens zijn werelduurrecord

- 74** De paragraafvraag is: Wat is het verband tussen snelheid en vermogen? Wat is het antwoord op deze vraag?
- 75** Een zwemmer legt 400 m af in 4,00 minuten en verricht daarbij 144 kJ arbeid.
- Bereken het vermogen van de zwemmer.
 - Bereken zijn (gemiddelde) voorwaartse kracht tijdens de race.
- 76** De motor van een auto levert bij 100 km/h een voorwaartse kracht van 540 N.
- Bereken de arbeid die de motor verricht tijdens een rit van 1,5 uur op twee manieren: met $E = P \cdot t$ en met $W = F \cdot s$.
Bij 130 km/h levert de motor een vermogen van 28 kW.
 - Bereken de tegenwerkende kracht bij 130 km/h.
Een auto met een massa van 1400 kg trekt in 5,5 s op van 0 naar 25 m/s.
 - Bereken het gemiddelde vermogen van de motor tijdens het optrekken. Verwaarloos de wrijvingskrachten.
- 77** Twee kinderen rennen naast elkaar een trap op. Ze zijn beiden even zwaar, maar het ene kind is eerder boven dan het andere.
- Leg uit of het ene kind meer arbeid levert dan het andere.
 - Leg uit of het ene kind meer vermogen levert dan het andere.
- 78** Bij het leegpompen van een kelder wordt 4,4 m³ water in 1,5 uur weggepompt. Het hoogteverschil dat de pomp overbrugt is gemiddeld 1,3 m. Het rendement van de pomp is 90%.
Bereken het elektrisch vermogen van de waterpomp.
- 79** Vroeger werd de paardenkracht (afgekort: pk) gebruikt als eenheid van vermogen. Met een vermogen van 1 pk kun je een massa van 75 kg met een constante snelheid van 1,0 m/s omhoog trekken (zonder wrijvingskrachten).
- Laat zien dat een vermogen van 1 pk overeenkomt met 736 W.
Een fietser moet voor een snelheid van 25 km/h met een gemiddelde kracht van 24 N trappen.
 - Bereken hoeveel pk deze fietser levert bij 25 km/h.
Een auto rijdt 130 km/h. De tegenwerkende kracht is bij die snelheid 1,2 kN.
 - Bereken hoeveel pk de motor bij die snelheid levert.
- 80** Het maximaal vermogen van een zonnepaneel (in wattpiek) wordt bereikt als op een onbewolkte dag het zonlicht loodrecht op het paneel valt. Het stralingsvermogen van de zon is 1000 W/m². Een paneel heeft een oppervlakte van 1,9 m² en levert een maximaal vermogen van 400 W.
- Bereken het rendement van dit zonnepaneel.
Een gemiddeld huishouden gebruikt 2750 kWh per jaar aan elektrische energie. Om te berekenen hoeveel zonnepanelen daarvoor nodig zijn, gebruikt men de volgende vuistregel: elke wattpiek levert in Nederland gemiddeld 0,85 kWh per jaar.
 - Bereken hoeveel zonnepanelen nodig zijn voor 2750 kWh per jaar.

- 81** In figuur 51 zie je hoe de benodigde voorwaartse kracht van een fietser (op een stadsfiets) toeneemt met de snelheid.
- Hoe groot is de rolweerstand bij deze fiets?
 - Bepaal het vermogen van deze fietser bij 2,0 m/s, 4,0 m/s en 6,0 m/s. De fietser heeft een duurvermogen van 300 W.
 - Maak een schatting van de snelheid (in km/h) die de fietser daarmee kan halen.
- 82** Uit de formule $P = F_{vw} \cdot v$ blijkt dat het vermogen van een automotor toeneemt met de snelheid. Els zegt: 'Om zuiniger te rijden, kun je dus maar beter 80 km/h rijden dan 160 km/h.' Piet zegt: 'Onzin, want als je 160 rijdt, is de tijd korter. En uit $E = P \cdot t$ blijkt dan dat je precies evenveel energie verbruikt.'
- Leg uit waarom Piet geen gelijk heeft.
 - Leg met $P = F_{vw} \cdot v$ uit dat het vermogen bij 160 km/h veel meer dan twee keer zo groot is als bij 80 km/h.
Een bepaald type Volkswagen Golf heeft een vermogen van 110 kW en een topsnelheid van 216 km/h.
 - Bereken de voorwaartse kracht die de automotor levert op topsnelheid.
- 83** Topschaatsers rijden op de langere afstanden rondjes van 30 à 31 s. Een verschil van een seconde per ronde lijkt niet veel (ongeveer 3%), maar de schaatser moeten dan wel een flink groter vermogen leveren. In figuur 52 zie je hoe de totale wrijvingskracht op een schaatser toeneemt met de snelheid.
- Bepaal het vermogen dat deze schaatser moet leveren om een rondje (400 m) in 31,0 s te rijden.
 - Bepaal met hoeveel procent het vermogen moet toenemen om een seconde sneller te zijn.
Sprinters kunnen een rondje van 400 m rijden in 26,0 s.
 - Bepaal het vermogen dat daarvoor nodig is.



Figuur 52 Diagram van de wrijvingskrachten en snelheid bij schaatsen

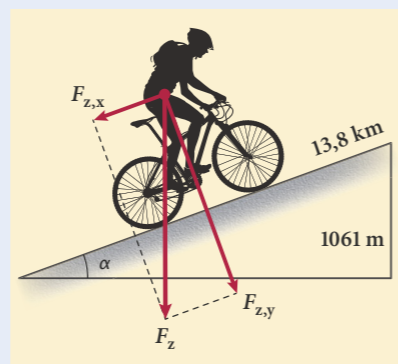


Figuur 51 Diagram van de benodigde voorwaartse kracht om een snelheid v te kunnen fietsen

- 84** Een wielrenner kan tijdens een eindsprint een piekvermogen van 1500 W leveren. Voor de tegenwerkende kracht geldt: $F_{\text{tegen}} = 0,21 \cdot v^2$ (met v in m/s).
- Bereken de topsnelheid in km/h.
- Bij een tijddrit van deze wielrenner geldt voor de tegenwerkende kracht: $F_{\text{tegen}} = 0,15 \cdot v^2$.
- Leg uit waardoor de constante in deze formule kleiner is dan bij de eindsprint.
 - Bereken het vermogen dat nodig is voor een constante snelheid van 48 km/h.



Figuur 53 Bij een eindsprint is de snelheid erg hoog. De renners leveren gedurende enkele seconden hun piekvermogen.



Figuur 54 Krachten op een fietser die l'Alpe d'Huez oprijdt.

- 85** Kees vraagt zich af in welke tijd hij l'Alpe d'Huez zou kunnen beklimmen. Hij heeft (met fiets) een massa van 82 kg en kan een duurvermogen leveren van 180 W. De beklimming van l'Alpe d'Huez is 13,8 km lang en heeft een hoogtevverschil van 1061 m.
- Bereken de toename van de zwaarte-energie over de hele klim. De rolweerstand en de luchtweerstand tijdens de klim zijn samen 11 N.
 - Bereken de wrijvingsarbeid bij de beklimming.
 - Bereken hoe lang Kees over de beklimming van l'Alpe d'Huez zal doen.
- 86** De luchtfiets is een Human Powered Aircraft (HPA). De piloot zit in een gestroomlijnd 'bakje' onder de grote vleugel (zie figuur 55). De vleugel is zo ontworpen dat de liftkracht maximaal is en de luchtweerstand minimaal. Bij een snelheid van 35 km/h (horizontaal) levert de piloot een vermogen van 184 W.
- Bereken hoe groot de luchtweerstand van de luchtfiets bij deze snelheid is. Voor een grotere snelheid is een groter trapvermogen nodig.
 - Leg uit dat daarvoor geldt: $P_m = k \cdot v^3$.
 - Bereken de waarde van k voor deze luchtfiets.
 - Bereken welke snelheid je met deze luchtfiets kunt halen bij een vermogen van 300 W.



Figuur 55 De luchtfiets

Oefenen B

Bekijk of je de belangrijkste onderwerpen van paragraaf 9.2 t/m 9.5 begrepen hebt.

9.6 Verdieping

Rotatie-energie

Als je een biljartbal en een even zware voetbal vanaf dezelfde hoogte laat vallen, komen ze (bij verwaarlozing van het verschil door luchtweerstand) tegelijk op de grond. Laat je echter deze twee ballen langs een helling naar beneden rollen, dan wint de biljartbal. Hoe kan dat? Een rollende bal voert twee verschillende bewegingen tegelijkertijd uit, een voorwaartse en een roterende. Een rollende bal heeft dan ook twee soorten bewegingsenergie: kinetische energie E_k , die samenhangt met de voorwaartse beweging van de bal en rotatie-energie E_{rot} , die alleen te maken heeft met de draaiing van de bal.

Dat je arbeid moet verrichten om een voorwerp te laten draaien, merk je als je een fiets op zijn kop zet en een wiel een flinke zet geeft. Daarbij geef je het wiel rotatie-energie. Rem je het wiel weer af door je hand tegen de band te houden, dan wordt je hand warm. De rotatie-energie wordt hierbij omgezet in warmte.

De biljartbal wint de race, doordat er naar verhouding minder rotatie-energie in een rollende biljartbal gaat zitten dan in een rollende voetbal. Dat komt doordat bij een voetbal (bijna) alle massa aan de buitenkant van de bal zit, terwijl bij een biljartbal de massa verdeeld is over het hele volume. Massa die dicht bij het draaipunt zit, heeft een kleinere snelheid en minder rotatie-energie. Bij de biljartbal blijft er dus naar verhouding meer van de zwaarte-energie over als kinetische energie: de rolsnelheid is dus groter dan bij de voetbal.

Bij rollende voorwerpen hangt de rotatie-energie af van de vorm, de massa, de verdeling van de massa in het voorwerp en de snelheid van rollen. In de tabel van figuur 57 is voor enkele vormen de formule voor de rotatie-energie gegeven. In die formules is de snelheid v steeds de snelheid waarmee het voorwerp naar voren rolt.

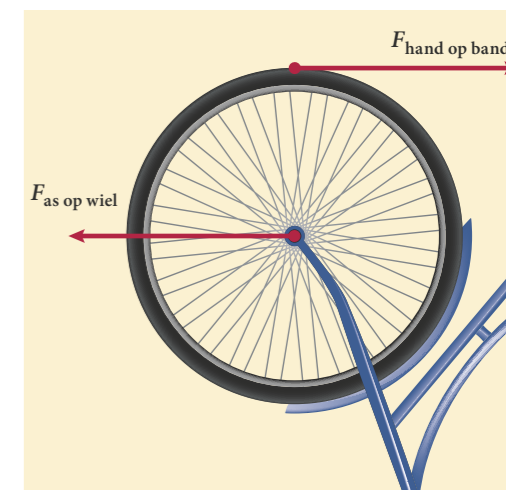
De formule voor de rotatie-energie van een holle cilinder is gelijk aan de formule voor de kinetische energie. Dat komt doordat de snelheid van de buitenkant gelijk is aan de verplaatsingssnelheid bij het rollen en alle massa van een holle cilinder aan de buitenkant zit. Bij de drie andere vormen zit een deel van de massa dicht bij de draaias. Daardoor is de rotatie-energie bij dezelfde voorwaartse rolsnelheid kleiner dan bij een holle cilinder. Je ziet in figuur 57 ook dat bij een biljartbal (een massieve bol) de rotatie-energie bij dezelfde snelheid van rollen kleiner is dan bij een holle bol.

KUNSTSCHAATSEN

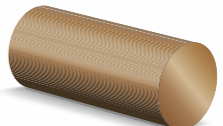
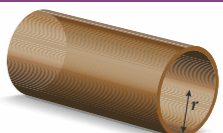
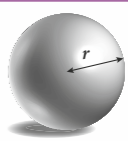

Bij kunstschaatsen kunnen schaatsers heel snel draaien. Ze beginnen bijvoorbeeld om hun as te draaien met de armen en benen uitgestrekt. Door deze dicht naar het lichaam toe te halen, versnelt de draaiing. De beste kunstschaatsers kunnen zo versnellen tot wel 6 omwentelingen per seconde.

De versnelde draaiing ontstaat doordat de massa dicht bij de draai-as gebracht wordt. Je kunt het effect nabootsen, ronddraaiend op een draaistoel met gewichten in je handen.

Experiment 9: Rollende eieren



Figuur 56 Een fietswiel krijgt een zet en gaat draaien.

	massieve cilinder $E_{\text{rot}} = \frac{1}{4} \cdot m \cdot v^2$
	holle cilinder $E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$
	massieve bol $E_{\text{rot}} = \frac{1}{5} \cdot m \cdot v^2$
	holle bol, met dunne wand $E_{\text{rot}} = \frac{1}{3} \cdot m \cdot v^2$

Figuur 57 Rotatie-energie bij rollende voorwerpen. v is de rolsnelheid.



Figuur 58 Ijsdansen

Experiment 10: Rotatie-energie

- 87** Leerlingen lieten in een experiment over behoud van energie een basketbal van een schuine plank af rollen en maten daarbij de hoogte en de eindsnelheid. Ze ontdekten dat de kinetische energie van de rollende bal onderaan de plank slechts 60% was van de zwaarte-energie bovenaan de plank. Laat zien dat de uitkomst van hun experiment in overeenstemming is met de formules in figuur 57.
- 88** De rotatie-energie van een holle bol is groter dan van een even grote en even zware massieve bol die even snel draait.
- Leg uit waardoor dit komt.
 - Welke bol valt sneller naar beneden?
 - Welke bol rolt langs een helling sneller naar beneden?
- 89** Je laat een lege fles en een identieke fles geheel gevuld met zand tegelijk langs een helling naar beneden rollen.
- Welke fles is het eerst beneden? Leg uit. Je herhaalt het experiment en laat nu ook een fles vol met water rollen.
 - In welke volgorde komen de drie flessen beneden? Leg uit. Ten slotte laat je behalve de drie flessen ook een biljartbal naar beneden rollen.
 - In welke volgorde komen de flessen en de biljartbal beneden? Leg uit.
- 90** Een massieve cilinder rolt vanuit stilstand over een plank naar beneden. De plank heeft een lengte van 2,50 m. Het hoogteverschil bedraagt 75 cm.
- Bereken de snelheid van de cilinder onderaan de plank. Stel daartoe eerst een energievergelijking op. De beweging van de cilinder is eenparig versneld.
 - Bereken de gemiddelde voorwaartse snelheid van de cilinder tijdens deze beweging.
 - Bereken hoeveel langer een holle cilinder over deze beweging doet.
- 91** Diverse bedrijven zijn bezig om een vliegwiel te ontwikkelen waarin je energie kunt opslaan. Stel je wilt 50 MJ opslaan in een vliegwiel van 400 kg. Het vliegwiel is een massieve cilinder en heeft een diameter van 50 cm. Het draait in vacuüm om energieverlies door luchtweerstand te voorkomen.
- Bereken de snelheid van de buitenste rand van het vliegwiel.
 - Bereken de frequentie waarmee het vliegwiel moet ronddraaien.
 - Leg uit hoe je met een vliegwiel in een auto energie kunt besparen.
 - Noem een argument waarom vliegwielen nog geen serieuze concurrent zijn voor accu's.
- 92** Kinderen gebruiken de volgende techniek om een draaimolen in de speeltuin razendsnel te laten draaien. Ze brengen de molen in beweging, springen er op en gaan allemaal naar buiten hangen. Als ze dan met z'n allen naar het midden toe bewegen, gaat de molen veel sneller draaien. Leg uit waardoor het komt dat de draaimolen dan sneller gaat draaien.

Energie van de wind

Een windmolen maakt gebruik van de kinetische energie van de lucht. Als het harder waait, is de snelheid en dus de kinetische energie van elke kg lucht groter. Bovendien gaat er per seconde meer lucht door de windmolen als de windsnelheid groter is, de massa van de per seconde doorgestroomde lucht is dan ook groter. Voor het volume lucht V dat *per seconde* door de windmolen gaat geldt:

$$V = A \cdot v$$

Hierin is A de oppervlakte van de draaicirkel van de wieken en v de windsnelheid.

De massa van dat volume lucht bereken je met de dichtheid:

$$m = \rho \cdot V$$

De kinetische energie van de lucht die *per seconde* door de molen stroomt (het vermogen van de wind, P_{wind}) is dan:

$$P_{\text{wind}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot v \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot v^3$$

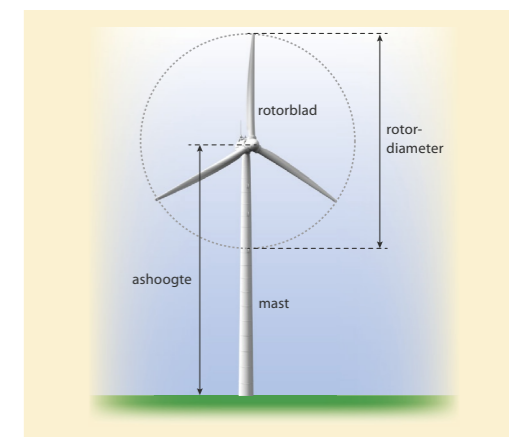
Doordat de kinetische energie evenredig is met het kwadraat van de snelheid, is het vermogen van de lucht dat de windmolen passeert dus evenredig met de derde macht van de snelheid.

Als de windmolen in werking is, worden de wieken aangedreven door de kracht van de wind, die daardoor achter de molen minder hard waait. Een windmolen kan natuurlijk niet alle kinetische energie uit de wind halen, dan zou de lucht achter de molen stil moeten staan en kan er dus geen lucht meer door de molen stromen.

- 93** Een middelgrote windturbine heeft een maximaal elektrisch vermogen van 3 MW en een ruim 100 m hoge mast. De rotordiameter is 90 m. Zie figuur 60. Een 3 MW-windturbine op land produceert ruim 6,5 miljoen kWh per jaar. Dat is voldoende elektrische energie voor 2000 huishoudens. Het oppervlak waar de wind doorheen waait heeft de vorm van een cirkel.
- Ga met een berekening na dat de oppervlakte van die cirkel $6,4 \cdot 10^3 \text{ m}^2$ is. Het maximale elektrische vermogen van deze molen wordt geleverd vanaf een windsnelheid van ongeveer 12 m/s. Neem aan dat de dichtheid van de lucht overal $1,2 \text{ kg/m}^3$ is.
 - Controleer met een berekening dat er bij 12 m/s elke seconde $9,2 \cdot 10^4 \text{ kg}$ lucht door het rotoroppervlak waait als de wieken stilstaan.
 - Leg uit dat er minder lucht door het rotoroppervlak stroomt als de molen draait.



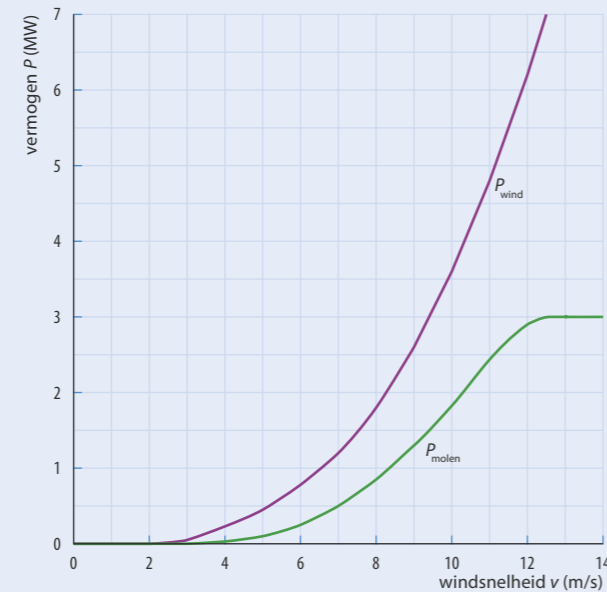
Figuur 59 Windmolens op zee



Figuur 60 Schematische weergave van een windmolen

Het rendement van een windmolen is geen vast percentage, maar hangt af van de windsnelheid. Zie figuur 61. Dat heeft vooral te maken met de constructie van de generator.

- d Bepaal het rendement van de molen bij een windsnelheid van 12 m/s.
- e Bij welke windsnelheid is het rendement van deze molen maximaal?



Figuur 61 Vermogenscurve van een 3 MW windmolen

- 94 Windturbines worden bij voorkeur op zee geplaatst, omdat het daar op dezelfde hoogte harder waait dan boven land. Windturbines op zee worden liefst in parken bij elkaar geplaatst, omdat de elektrische energie dan beter gebundeld afgevoerd kan worden naar het koppelnet op het land. Leg uit dat de opstelling van de molens in het park van figuur 62 niet erg slim is, als de foto is genomen bij de overheersende windrichting.



Figuur 62 Windmolens in elkaars zog

9.7 Afsluiting

HOOFDSTUKVRAAG EN SAMENVATTING

- 95 De hoofdstukvraag is: Wat is bij bewegen het verband tussen kracht, energie en snelheid? Geef een uitgebreid en compleet antwoord op deze vraag.
- 96 Maak een samenvatting van dit hoofdstuk door antwoord te geven op de volgende vragen:
- a Welke verschillende soorten krachten ken je? (Noem er minimaal vijf.)
 - b Welke eenheden horen bij de grootheden arbeid, energie en vermogen?
 - c Welke formule geldt voor het verband tussen arbeid en kracht?
 - d Welke formule geldt voor het verband tussen geleverd vermogen en kracht?
 - e Welke energiesoorten ken je? (Noem er minimaal vier.)
 - f Onder welke voorwaarde kun je het geleverde vermogen berekenen met behulp van de tegenwerkende krachten?
 - g Leg uit wat met het begrip wrijvingsarbeid bedoeld wordt.
 - h Hoe bereken je de arbeid bij een willekeurige gegeven hoek tussen de richting van de kracht en de richting van de verplaatsing?
 - i Wanneer is de arbeid negatief?
 - j Hoe bereken je de arbeid als de kracht gedurende de verplaatsing niet constant is?
 - k Welke drie factoren bepalen het energieverbruik van een auto?
 - l Welke twee eenheden worden gebruikt om het energieverbruik van een auto aan te geven?
 - m Welke eenheden horen bij het begrip verbrandingswarmte?
 - n Wat is bij remmen en botsen het verband tussen de afremmende kracht en de afstand die afgelegd wordt?
 - o Leg uit hoe je het rendement van een windmolen, een zonnepaneel en een elektromotor berekent.
 - p Met welke twee gegevens kun je bij constante snelheid het vermogen berekenen?

Begrippenkaart

Ga na of je van elk begrip goed weet wat het betekent.

Formules, grootheden en eenheden

Noteer bij elk symbool in de formule de naam van de grootheid en de eenheid. Vermeld in welke situatie(s) de formule gebruikt wordt.

Samenvatting

Bestudeer de samenvatting.

Zelftoets

Test je kennis over dit hoofdstuk.

Keuzeonderwerpen

- 1 Knijpkat
- 2 Waterpomp
- 3 Zeilen
- 4 Kracht en vermogen op een fiets
- 5 Gedempte beweging
- 6 Vermogen om te vliegen



Figuur 63 Wereldrecordhouder Sam Wittingham in 2009

EINDOPGAVEN

97 In figuur 63 zie je Sam Wittingham met één van de snelste fietsen ooit. Zijn snelheidsrecord (in 2009) was $133,28 \text{ km h}^{-1}$, zijn uurrecord $90,60 \text{ km}$. De hoge snelheden die ligfietsen halen, zijn vooral het resultaat van het verlagen van de luchtweerstand. Voor de luchtweerstand geldt: $F_{w,l} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot A \cdot \rho \cdot v^2$. Voor de Varna, Sams fiets, geldt: $C_w = 0,11$; frontale oppervlakte $A = 0,30 \text{ m}^2$. De luchtdichtheid ρ was bij het record $1,09 \text{ kg m}^{-3}$. De rolweerstand van de Varna bedraagt $3,1 \text{ N}$. Voor beide records is niet alleen een snelle fiets, maar ook een goede coureur nodig. Sam Wittingham leverde bij beide records een behoorlijk groot vermogen.

- Bereken voor beide records het vermogen dat Sam daarbij leverde.
- Welke topsnelheid zou jij ongeveer kunnen halen met deze fiets? Verwaarloos de rolweerstand en neem aan dat je een maximaal vermogen van 300 W kunt leveren. Stel een vergelijking op en bereken daarmee jouw topsnelheid met deze fiets (in km h^{-1}).
- Stel nu een betere vergelijking op waarin je wel de rolweerstand meeneemt.
- Bepaal op een grafische manier (met een grafische rekenmachine of computer) je topsnelheid.

98 Meryem fietst elke dag hard naar school. Op een windstille dag fietst zij gemiddeld 30 km h^{-1} . Daarvoor levert zij een vermogen van 250 W . De rolweerstand van haar banden kost haar 25% van haar vermogen bij die snelheid, de luchtweerstand 75%.

- Vandaag fietst Meryem een stuk met tegenwind. De windsnelheid is 15 km h^{-1} .
- Bereken hoeveel procent vermogen Meryem extra moet leveren om met deze tegenwind toch 30 km h^{-1} te rijden.
- Op de terugweg fietst zij een stuk over een dijk waar zij de wind recht in de rug heeft. De windsnelheid is hier 20 km h^{-1} . Meryem blijft 30 km h^{-1} fietsen.
- Bereken het vermogen dat Meryem dan levert.

99 Een trampoline met een diameter van $3,60 \text{ m}$ bestaat uit een stug doek, dat niet rekt en met 72 veren vastzit aan een cirkelvormig stalen frame (figuur 64). Een persoon van 100 kg springt in het midden van de trampoline. In het laagste punt is de trampoline 55 cm ingezakt.

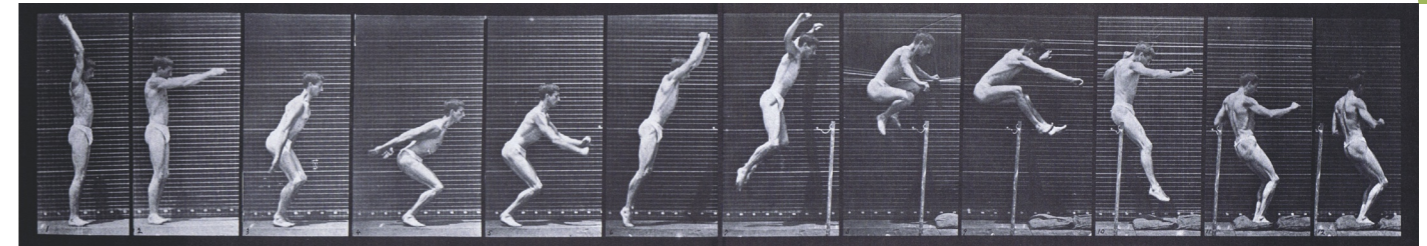
- Laat aan de hand van een tekening zien dat de veren dan $8,2 \text{ cm}$ zijn uitgerekt. De veren van de trampoline hebben elk een veerconstante van $7,1 \cdot 10^3 \text{ N m}^{-1}$.
- Bereken hoe hoog deze persoon komt (gerekend vanaf het horizontale doek) als hij tijdens het omhoog bewegen geen arbeid verricht. Verwaarloos daarbij de wrijvingskrachten.

100 Springen vanuit stand

Bij een training wordt geoefend om vanuit stand zo hoog mogelijk te springen. Met behulp van de film van figuur 65 is de hoogte van het zwaartepunt van de springer als functie van de tijd vastgelegd (zie figuur 66). Op $t = 0$ staat de springer rechtop, terwijl hij op $t = 0,60 \text{ s}$ zo ver mogelijk door zijn knieën gezakt is. Zijn zwaartepunt bevindt zich dan in het laagste punt. Op $t = 0,90 \text{ s}$ komt de springer los van de grond. Wrijvingskrachten mag je verwaarlozen.



Figuur 64 De veren van een trampoline



Figuur 65 Springen uit stand

Tijdens de afzet nemen de zwaarte-energie en de kinetische energie van de springer toe. De springer heeft een massa van 76 kg . Neem aan dat de afzet duurt van het tijdstip $t = 0,60 \text{ s}$ tot $t = 0,90 \text{ s}$.

- Bepaal met behulp van het diagram van figuur 66 zo nauwkeurig mogelijk de kinetische energie van de springer op het moment dat hij loskomt van de grond.
- Bepaal met behulp van figuur 66 het gemiddelde vermogen van de springer tijdens de afzet. Geef de uitkomst in twee significante cijfers.

Naar examen havo 2004-I, opgave 3

101 Space shot

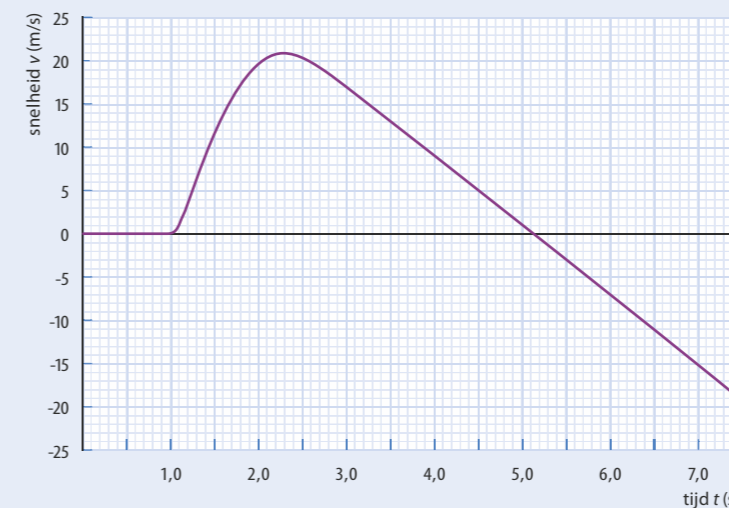
Evrin en Fenna onderzoeken met behulp van een versnellingsmeter een rit met de Space Shot (zie figuur 67). Het resultaat is in het diagram van figuur 68 weergegeven. In het diagram kun je aflezen dat op $t = 1,0 \text{ s}$ de lancering is gestart. Het laatste deel van de beweging is in dit diagram niet weergegeven.

- Laat zien dat op $t = 1,5 \text{ s}$ de snelheid 12 m s^{-1} was en dat de Evrin en Fenna toen $2,6 \text{ m}$ omhoog waren gegaan.

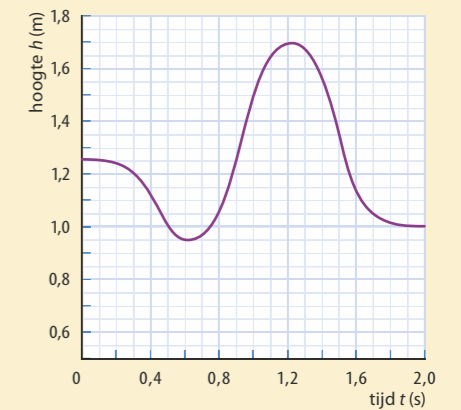
De massa van de shuttle met passagiers is $2,0 \cdot 10^3 \text{ kg}$.

- Bepaal het gemiddelde nuttige vermogen van de lanceerinstallatie tussen $t = 1,00 \text{ s}$ en $t = 1,50 \text{ s}$. Verwaarloos de weerstandskrachten.
- Op $t = 2,6 \text{ s}$ heeft de shuttle een hoogte bereikt van 24 m . Vanaf dat moment is de motor van de lanceerinstallatie uitgeschakeld en werkt alleen nog de zwaartekracht op de shuttle.
- Leg uit hoe je aan de grafiek kunt zien dat alleen nog de zwaartekracht op de shuttle werkt.
 - Bereken met behulp van energiebehoud hoe hoog de shuttle komt.

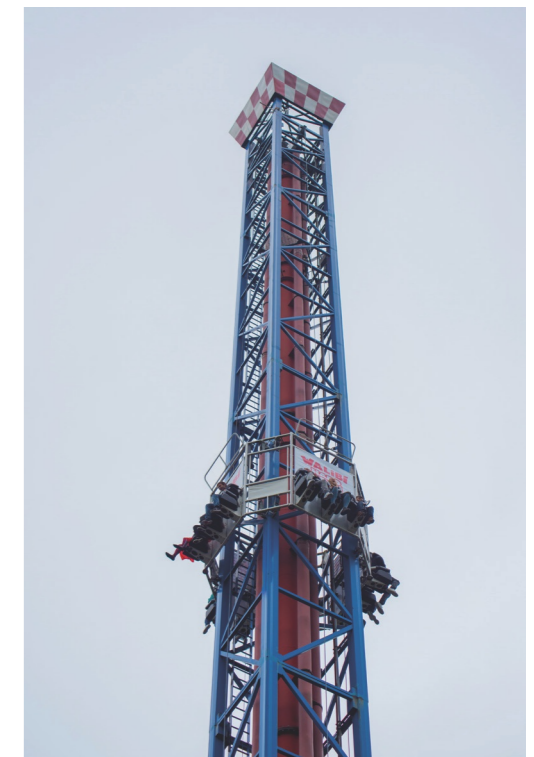
Naar examen havo 2003-I, opgave 3



Figuur 68 v, t -diagram space shot



Figuur 66 Hoogte van het zwaartepunt van de springer uitgezet tegen de tijd



Figuur 67 Space Shot

Leerdoelen en begrippen

Ga voor jezelf na of je de leerdoelen al hebt bereikt. Vink de leerdoelen die je hebt bereikt af en geef aan wat je gaat doen met de uitleg en opdrachten waarmee je nog moeite hebt.

PARAGRAAF 9.2 ENERGIE EN ARBEID VOOR BEWEGEN

Ik kan:	Acties:
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: kinetische energie, energieomzetting, wrijvingsarbeid, arbeid, nuttige energie, rendement, chemische energie, verbrandingswarmte.	<input type="radio"/>
beschrijven welke energieomzetting er optreedt bij een voertuig dat met een constante snelheid op een horizontale weg rijdt.	<input type="radio"/>
uitleggen wanneer een kracht arbeid verricht, en of deze arbeid positief of negatief is.	<input type="radio"/>
uitleggen hoe de door een kracht verrichte arbeid afhangt van de hoek tussen de richtingen van de kracht en de verplaatsing.	<input type="radio"/>
uitleggen hoe de kinetische energie van een voorwerp verandert door de arbeid van een kracht.	<input type="radio"/>
uitleggen van welke factoren het energieverbruik van een voertuig afhangt.	<input type="radio"/>
uit een F,s -diagram met de oppervlaktemethode bepalen hoe groot de arbeid van een kracht is.	<input type="radio"/>
berekeningen maken en redeneren met de formule voor arbeid: $W = F \cdot s \cdot \cos(\alpha)$.	<input type="radio"/>
berekeningen maken en redeneren met de formules voor chemische energie: $E_{\text{ch}} = r_m \cdot m$ of $E_{\text{ch}} = r_v \cdot V$ (of met een verhoudingstabel).	<input type="radio"/>
berekeningen maken en redeneren met de formule voor rendement: $\eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}}$ (of met een verhoudingstabel).	<input type="radio"/>

PARAGRAAF 9.3 ENERGIESOORTEN BIJ BEWEGINGEN

Ik kan:	Acties:
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: kinetische energie (of bewegingsenergie), zwaarte-energie, potentiële energie, veerenergie, vrije val.	<input type="radio"/>
de energieomzettingen beschrijven bij een voorwerp dat omhoog wordt gegooid en daarna omlaag beweegt.	<input type="radio"/>

berekeningen maken en redeneren met de formules voor de kinetische energie, zwaarte-energie en veerenergie: $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$, $E_z = m \cdot g \cdot h$ en $E_v = \frac{1}{2} C \cdot u^2$.	<input type="radio"/>
berekeningen maken en redeneren met de energievergelijking voor een vrije val: $E_{z,\text{boven}} = E_{k,\text{beneden}}$.	<input type="radio"/>

PARAGRAAF 9.4 BEHOUD VAN ENERGIE

Ik kan:	Acties:
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: wet van behoud van energie, energieomzetting.	<input type="radio"/>
bij energieomzettingen benoemen welke energiesoort wordt omgezet in welke andere energiesoort(en).	<input type="radio"/>
berekeningen maken en redeneren met de wet van behoud van energie door alle energiesoorten in het begin van een beweging te vergelijken met de energiesoorten aan het eind: $\sum E_{\text{begin}} = \sum E_{\text{eind}}$.	<input type="radio"/>
berekeningen maken en redeneren met het verband tussen arbeid en kinetische energie: $\sum W = \Delta E_k$.	<input type="radio"/>

PARAGRAAF 9.5 VERMOGEN EN SNELHEID

Ik kan:	Acties:
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: vermogen, mechanisch vermogen.	<input type="radio"/>
het verband uitleggen tussen de snelheid, de tegenwerkende krachten en het motor- of spiervermogen.	<input type="radio"/>
berekeningen maken en redeneren met de formules voor vermogen, energie en arbeid: $P = \frac{E}{t}$ en $P = \frac{W}{t}$.	<input type="radio"/>
berekeningen maken en redeneren met de formule voor vermogen, constante snelheid en (tegenwerkende) kracht: $P = F \cdot v$.	<input type="radio"/>
berekeningen maken en redeneren met de formule voor rendement: $\eta = \frac{P_{\text{nuttig}}}{P_{\text{in}}}$ (of met een verhoudingstabel).	<input type="radio"/>

10 Zonnestelsel

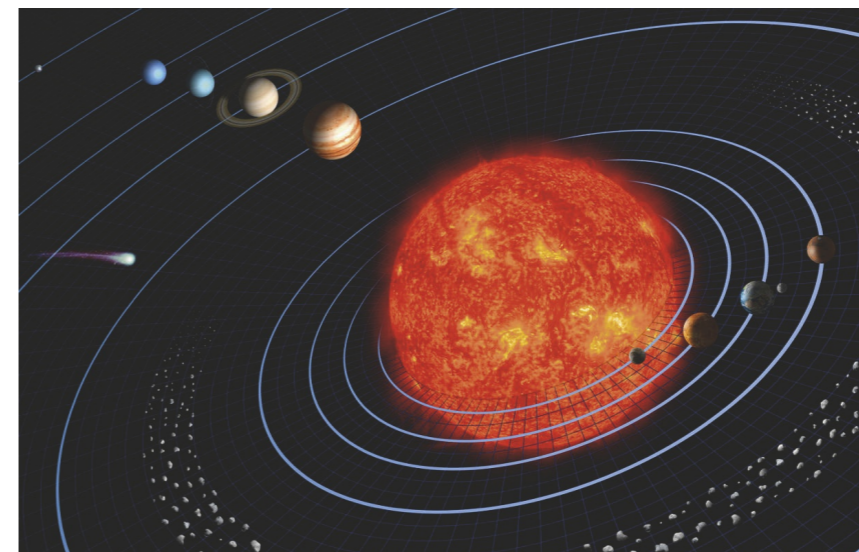
Cirkelbaan en gravitatiekracht

10.1 Introductie	139
10.2 Cirkelbanen	142
10.3 Gravitatiekracht	150
10.4 Gravitatie-energie	158
10.5 Verdieping	165
10.6 Afsluiting	167
Leerdoelen en begrippen	172

Zonnestelsel

10.1 Introductie

Volgens de theorie over de vorming van sterren en planeten begon ons zonnestelsel zo'n 4,5 miljard jaar geleden als een grote gas- en stofwolk. Onder invloed van de gravitatiekracht trok het grootste deel van het gas zich in ongeveer 100 000 jaar samen in het centrum. Daar vormde zich geleidelijk een ster: onze zon. De rest van het gas en stof bleef in een schijf rond die ster draaien. In die schijf vormden zich de planeten. Na ongeveer 100 miljoen jaar was ons zonnestelsel voltooid: de zon met acht planeten in stabiele omloopbanen.



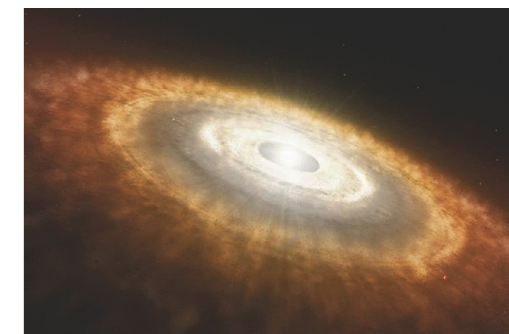
Figuur 2 Het zonnestelsel zoals we dat nu kennen. In de tekening zijn verschillende schalen gebruikt voor de planeetbanen en voor de afmetingen van de zon en de planeten.

In ons zonnestelsel draaien de planeten in vrijwel cirkelvormige banen om de zon, allemaal met dezelfde draairichting. In de 17^{de} eeuw waren astronomen al in staat om de omlooptijden en de stralen van die cirkelbanen te bepalen. Daarmee konden ze de baansnelheden van de planeten berekenen. Ze ontdekten daarin een duidelijke regelmaat.

In diezelfde eeuw had Isaac Newton zijn theorie bedacht over de beweging van voorwerpen onder invloed van krachten (de drie wetten van Newton). Met die wetten en zijn nieuwe gravitatiewet kon hij de bewegingen van alle planeten en hun manen verklaren. Die wetten blijken te gelden voor de bewegingen van alle hemellichamen en ook van kunstmatige satellieten in hun banen rond de aarde. De door hem berekende banen bleken goed overeen te komen met de waarnemingen. Hij publiceerde zijn theorie in het beroemde werk *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (in het Nederlands: *De Wiskundige Beginselen van de Natuurfilosofie*) in 1687.

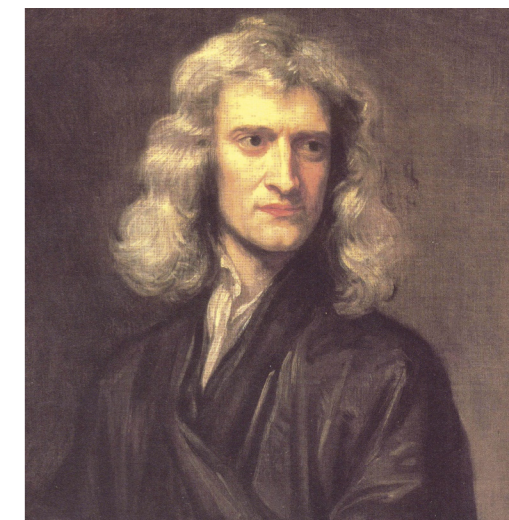
Start

Maak de vragen bij Start.



Figuur 1 De vorming van ons zonnestelsel. In het midden de jonge ster, met daaromheen de schijf met gas en stof waarin zich een planeet aan het vormen is.

W1 Regelmaat in baansnelheden van planeten



Figuur 3 Isaac Newton (1643-1726)

HOOFDSTUKVRAAG

Hoe zijn de cirkelbewegingen van de planeten in ons zonnestelsel te verklaren en welke regelmaat vertonen deze bewegingen?

Dit hoofdstuk gaat over de bewegingen van planeten, manen en satellieten in ons zonnestelsel. Daarbij staan de volgende vragen centraal:

- Hoe ontstaat volgens de wetten van Newton de cirkelbeweging van een planeet, maan of satelliet? (paragraaf 10.2)
- Welke eigenschappen heeft de gravitatiekracht en hoe verklaren we daarmee de cirkelbewegingen van planeten, manen en satellieten? (paragraaf 10.3)
- Hoe groot is de gravitatie-energie van een voorwerp? (paragraaf 10.4)

INLEIDING

Kracht en beweging

De wetten van Newton voor de beweging van een voorwerp onder invloed van krachten ken je al uit de hoofdstukken 2 en 4. De theorie van Newton bij bewegingen van voorwerpen langs een rechte lijn is als volgt samen te vatten:

- Alle krachten op een voorwerp zorgen samen voor een **resulterende kracht** F_{res} die de beweging van dat voorwerp bepaalt. Deze resulterende kracht wordt ook wel de **nettokracht** genoemd.
- Is de resulterende kracht nul, dan is de snelheid van het voorwerp constant of blijft het voorwerp stilstaan (eerste wet van Newton). Het omgekeerde geldt ook.
- De **gemiddelde snelheid** v_{gem} van een voorwerp is de verplaatsing Δx gedeeld door de tijdsduur Δt van die verplaatsing: $v_{\text{gem}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. Bij een eenparige beweging is de snelheid constant: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$.
- Een resulterende kracht in de bewegingsrichting zorgt voor een versnelling en een resulterende kracht tegen de bewegingsrichting in zorgt voor een vertraging ofwel een negatieve versnelling.
- De **gemiddelde versnelling** a_{gem} van een voorwerp is de snelheidstoename Δv gedeeld door de tijdsduur Δt van die snelheidstoename: $a_{\text{gem}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$.
- Bij een eenparig versnelde beweging is de versnelling constant: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Bij een snelheidsafname zijn Δv en a negatief.
- De versnelling a van een voorwerp is evenredig met de resulterende kracht F_{res} op dat voorwerp en omgekeerd evenredig met de massa m : $a = \frac{F_{\text{res}}}{m}$ (tweede wet van Newton). Dat kun je ook schrijven als $F_{\text{res}} = m \cdot a$.
- De **zwaartekracht** F_z op een voorwerp hangt af van de massa m van het voorwerp. Er geldt: $F_z = m \cdot g$. In deze formule is g de **valversnelling** op aarde.
- Kracht is een **wisselwerking** tussen twee voorwerpen. De krachten die twee voorwerpen A en B op elkaar uitoefenen zijn even groot en tegengesteld gericht: $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$ (derde wet van Newton).

Arbeid en energie

Als een kracht arbeid verricht op een voorwerp, verandert de kinetische energie en/of de zwaarte-energie van het voorwerp (zie hoofdstuk 9). De theorie over arbeid en energie is als volgt samen te vatten:

- De **arbeid** W die een kracht op een voorwerp verricht, hangt af van de kracht F en van de verplaatsing s : $W = F \cdot s \cdot \cos(\alpha)$. In deze formule is α de hoek tussen de richting van de kracht en de richting van de verplaatsing.



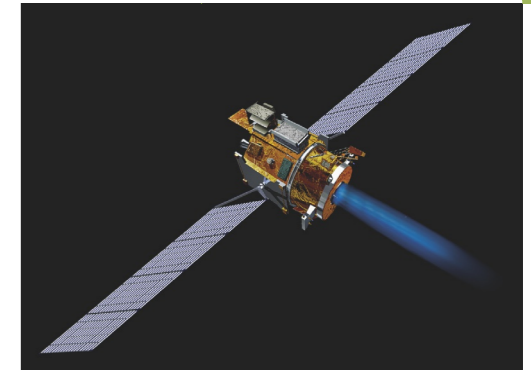
Figuur 4 De theorie van Newton geeft antwoord op de vraag waardoor een satelliet stil kan hangen boven een punt op de draaiende aarde..

- Bij een kracht in de bewegingsrichting is de arbeid W te bepalen uit de oppervlakte onder de grafiek in een F, s -diagram.
- De **kinetische energie** E_k van een bewegend voorwerp hangt af van de massa m en van de snelheid v van het voorwerp: $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$.
- De **zwaarte-energie** E_z van een voorwerp hangt af van de massa m en de hoogte h boven het aardoppervlak van het voorwerp: $E_z = m \cdot g \cdot h$. In deze formule is g de **valversnelling** op aarde.

- 1 Ruimtesonde *Deep Space 1* gebruikte een nieuwe voortstuwingstechniek: de ionenmotor. Deze motor leverde een constante stuwkracht van 92 mN. Op $t = 0$ is de massa van de ruimtesonde $1,0 \cdot 10^3$ kg, inclusief brandstof.
 - a Bereken de versnelling van de ruimtesonde op $t = 0$. Met 65 kg brandstof werkte de motor 15 maanden lang.
 - b Bereken de gemiddelde massa van de ruimtesonde plus brandstof in die 15 maanden.
 - c Bereken de snelheidstoename van de ruimtesonde in die 15 maanden.
- 2 Je laat een hamer van 0,55 kg vallen vanaf een hoogte van 1,8 m boven het aardoppervlak. Verwaarloos de luchtweerstand.
 - a Bereken de zwaartekracht op de hamer.
 - b Bereken de snelheid waarmee de hamer op het aardoppervlak valt.
 - c Bereken hoe lang de val duurt.

Op de maan is de zwaartekracht zes keer zo klein als op aarde. De eerste mens op de maan liet daar zo'n hamer vanaf dezelfde hoogte vallen (zie figuur 6).

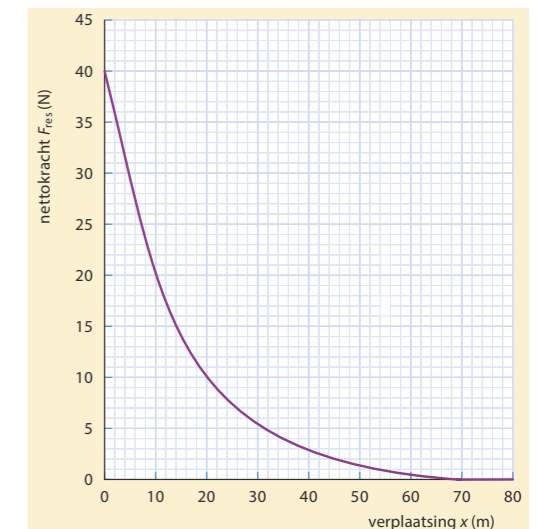
 - d Leg uit of de snelheid waarmee de hamer het maanoppervlak raakt ook zes keer zo klein is. Gebruik een beredening of een berekening.
 - e Bereken hoeveel keer zo groot de valtijd op de maan is.
- 3 Een fietser met een massa van 75 kg, inclusief de fiets, trekt vanuit stilstand op onder invloed van een constante voorwaartse kracht. De nettokracht F_{res} op de fietser is weergegeven in het diagram van figuur 7. Verwaarloos de rolweerstand.
 - a Leg uit waardoor de nettokracht op de fietser tijdens het optrekken afneemt.
 - b Bepaal de voorwaartse kracht op de fietser.
 - c Bepaal de arbeid die de nettokracht op de fietser verricht tijdens het optrekken.
 - d Bereken daarmee de snelheid van de fietser na het optrekken.
- 4 Een voorwerp wordt vanaf het aardoppervlak met een snelheid van 20 m/s recht omhoog geschoten. Verwaarloos de luchtweerstand.
 - a Bereken welke hoogte het voorwerp bereikt. Het voorwerp heeft een massa van 5,0 kg.
 - b Bereken hoe groot de verandering van de zwaarte-energie van het voorwerp is tussen het begin- en eindpunt van de beweging omhoog.
 - c Bereken hoe groot de verandering van de kinetische energie van het voorwerp is tussen het begin- en eindpunt van de beweging omhoog.



Figuur 5 Deep Space 1 werd gelanceerd op 24 oktober 1998 om nieuwe technologieën te testen, waaronder een geavanceerde ionenmotor.



Figuur 6 NASA-astronaut David Scott voert tijdens de Apollo 15 ruimtemissie valexperimenten uit op de maan.



Figuur 7 De nettokracht op een fietser tijdens het optrekken vanuit stilstand als functie van de verplaatsing

10.2 Cirkelbanen

ONTDEKKEN

Experiment 1: Puckslingeren

Experiment 2: Bochtblazen

W2 Het kanon van Newton

De planeten in ons zonnestelsel bewegen in vrijwel cirkelvormige banen met een vrijwel constante snelheid om de zon. Hetzelfde geldt voor alle satellieten en manen rond hun planeten. Voor een cirkelbeweging is een kracht nodig. Door deze kracht verandert de grootte van de snelheid niet. Maar wat doet die kracht dan wél?

PARAGRAAFVRAAG

Hoe ontstaat volgens de wetten van Newton de cirkelbeweging van een planeet, maan of satelliet?

BEGRIJPEN

Eenparige cirkelbeweging

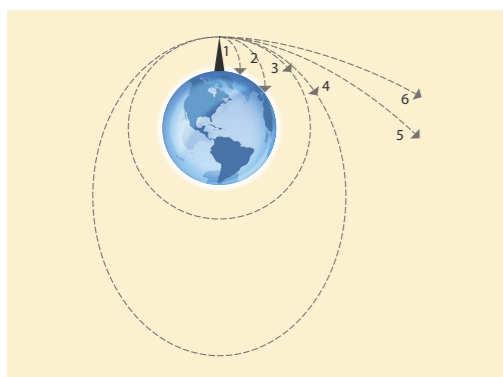
De aarde oefent een aantrekkende kracht uit op de maan. Zonder deze kracht zou de maan gewoon rechtdoor bewegen (eerste wet van Newton). Deze aantrekkende kracht van de aarde op de maan is de **gravitatiekracht**. Je kent deze kracht als de **zwaartekracht**: de aantrekkende kracht van de aarde op voorwerpen in de buurt van het aardoppervlak en gericht naar het middelpunt van de aarde. De gravitatiekracht op een voorwerp grijpt aan in het massamiddelpunt, ook wel zwaartepunt genoemd. Bij bolvormige hemellichamen, zoals sterren, planeten en manen is dat het middelpunt van de bol.

De maan heeft precies de juiste snelheid om op die afstand van de aarde in een cirkelbaan te blijven bewegen en voert een **eenparige cirkelbeweging** uit. Als haar snelheid kleiner zou zijn, zou de maan naar de aarde toe bewegen. Als haar snelheid groter zou zijn, zou de maan van de aarde af bewegen. De snelheid en afstand 'passen' bij de gravitatiekracht van de aarde op de maan.

HET KANON VAN NEWTON

De verklaring voor de cirkelbeweging van de maan of een satelliet werd voor het eerst door Newton gegeven. Hij veronderstelde dat de kracht die de maan in een cirkelbaan laat bewegen, dezelfde is als de zwaartekracht die voorwerpen op aarde laat vallen.

Newton stelde zich het volgende voor: met een kanon wordt vanaf de top van een berg een kogel zonder luchtweerstand horizontaal weggeschoten. Met een niet al te grote snelheid komt de kogel een eind verder op de aarde terecht (baan 1 in figuur 8). Wordt de kogel met een grotere snelheid weggeschoten, dan komt die nog verder (baan 2). In baan 3 is de snelheid zo groot, dat de kromming van de baan precies die van een cirkel om de aarde is. Dat betekent dat de kogel om de aarde vliegt: het is een satelliet geworden. Dat kan natuurlijk alleen als er geen luchtweerstand is. Is de beginsnelheid nog groter, dan wordt de baan een ellips (baan 4). En als de beginsnelheid groot genoeg is (baan 5 en 6), keert de kogel niet meer terug naar de aarde.



Figuur 8 De baan van een horizontaal weggeschoten kanonskogel bij toenemende snelheid

Baansnelheid

De snelheid waarmee een voorwerp langs een cirkel beweegt heet de **baansnelheid** (symbool: v). Bij een eenparige cirkelbeweging is de baansnelheid constant van grootte. De richting van de baansnelheid is langs de raaklijn aan de cirkel (zie figuur 9). Deze richting verandert continu en dus is er voortdurend een snelheidsverandering. Voor elke snelheidsverandering is een nettokracht nodig (tweede wet van Newton), dus ook als de grootte van de snelheid niet verandert, maar wel de richting. Bij een eenparige cirkelbeweging staat die nettokracht op elk moment loodrecht op de richting van de baansnelheid. Want als die kracht niet loodrecht op de baansnelheid zou staan, zou er een krachtcomponent in de richting van de snelheid zijn en zou de grootte van de snelheid veranderen.

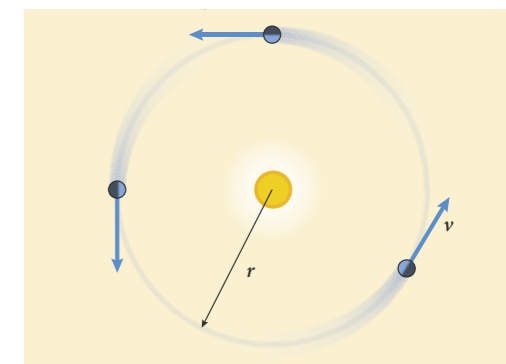
Middelpuntzoekende kracht

Voor een eenparige cirkelbeweging van een voorwerp is dus een nettokracht nodig die altijd loodrecht op de baansnelheid staat. Die kracht is dan steeds naar het middelpunt van de cirkelbaan gericht (zie figuur 10) en heet daarom de **middelpuntzoekende kracht** (symbool: F_{mpz}). De middelpuntzoekende kracht bij een cirkelbeweging is *niet* een aparte kracht naast andere krachten, maar moet als nettokracht geleverd worden door één of meer wisselwerking(en). Bij een auto in een bocht doet de wrijvingskracht tussen de banden en het wegdek dienst als middelpuntzoekende kracht en bij kogelslingeren de nettokracht van de zwaartekracht en de spankracht van het touw. Met andere woorden: de wrijvingskracht of een component van de spankracht *is* de middelpuntzoekende kracht. Bij de cirkelbanen van de planeten rond de zon en van de maan en de satellieten rond de aarde is de gravitatiekracht de middelpuntzoekende kracht (zie paragraaf 10.3). De middelpuntzoekende kracht op een voorwerp in een cirkelbaan hangt af van de massa m van het voorwerp, de baansnelheid v en de baanstraal r . Hoe groter de massa en/of de baansnelheid is, des te groter is de benodigde middelpuntzoekende kracht. Hoe groter de baanstraal is, des te kleiner is de benodigde middelpuntzoekende kracht bij dezelfde baansnelheid.

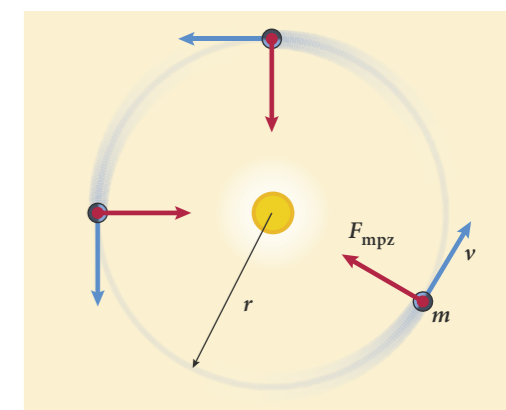
BOCHTEN NEMEN

Een fietser of motorrijder gaat schuin hangen om een bocht te nemen. De resultante van de zwaartekracht, de normaalkracht en de wrijving met het wegdek is dan de benodigde middelpuntzoekende kracht (zie figuur 11). Rijd je harder of is de bocht krappere, dan moet je ook schuiner hangen. De wrijvingskracht van het wegdek op de band(en) heeft een maximale waarde, afhankelijk van de omstandigheden. Is die maximale wrijvingskracht niet groot genoeg, dan slijpt je wiel en vlieg je uit de bocht.

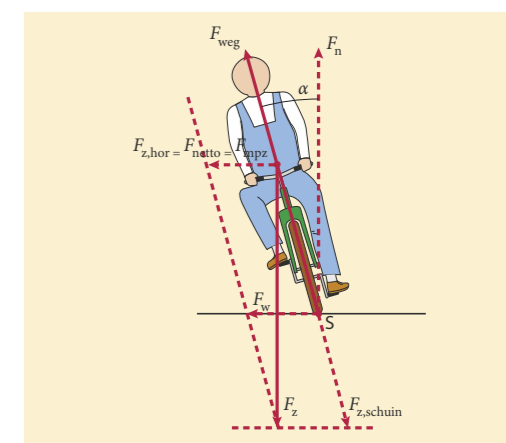
- ★ Bij een cirkelbeweging is de baansnelheid gericht langs de raaklijn aan de cirkel.
- ★ Bij een eenparige cirkelbeweging is de grootte van de baansnelheid van het voorwerp constant, maar de richting van die snelheid verandert voortdurend.
- ★ Voor een eenparige cirkelbeweging is een middelpuntzoekende kracht nodig, loodrecht op de baansnelheid.
- ★ De benodigde middelpuntzoekende kracht is groter als de massa van het voorwerp en/of de baansnelheid groter is en/of als de baanstraal kleiner is.
- ★ In praktijksituaties werken krachten als de wrijvingskracht of de spankracht als middelpuntzoekende kracht. Bij de cirkelbewegingen in de ruimte, zoals in ons zonnestelsel, werkt de gravitatiekracht als middelpuntzoekende kracht.



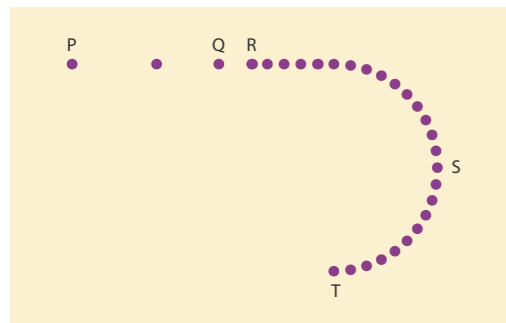
Figuur 9 De richting van de baansnelheid is de richting van de raaklijn aan de cirkel.



Figuur 10 Voor een eenparige cirkelbeweging is een kracht nodig die naar het middelpunt van de cirkel is gericht: de middelpuntzoekende kracht F_{mpz} .



Figuur 11 De wisselwerking tussen het wegdek en de fiets F_{weg} kun je ontbinden in een normaalkracht F_n en de horizontale schuifwrijving F_w . De zwaartekracht F_z kun je ontbinden in een schuine en een horizontale component zodat, bij de juiste hoek α , de nettokracht de benodigde middelpuntzoekende kracht is en aangrijpt in het zwaartepunt.



Figuur 12 Bovenaanzicht van de baan van een voorwerp



Figuur 13 Op een draaischijf moet je jezelf goed schrap zetten, want het voelt alsof je 'naar buiten wordt geslingerd'. Door de wrijving tussen jou en de draaischijf is er een naar het middelpunt gerichte kracht op je lichaam. Deze kracht werkt als middelpuntzoekende kracht.

- 5 Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.
- In een draaimolen werkt de middelpuntzoekende kracht naar buiten toe.
 - Bij satellieten werkt de gravitatiekracht als middelpuntzoekende kracht.
 - Planeten en manen voeren een vrijwel eenparige cirkelbeweging uit.
 - Voor het uitvoeren van een eenparige cirkelbeweging is een middelpuntzoekende kracht nodig die alleen de richting van de baansnelheid verandert.
 - Satellieten die rond de aarde cirkelen, hebben allemaal dezelfde snelheid.
 - De gravitatiekracht op een voorwerp is even groot als de zwaartekracht, maar heeft een tegengestelde richting.
 - Op een satelliet werken twee krachten: de gravitatiekracht en de middelpuntzoekende kracht.
- 6 In figuur 12 geven de stippen telkens de plaats van een voorwerp dat van P via Q, R en S naar T beweegt. De tijd tussen twee stippen is constant.
- Beschrijf wat er met de snelheid van het voorwerp gebeurt tussen P en R.
 - Beschrijf wat er met de snelheid van het voorwerp gebeurt tussen R en T.
- Op het voorwerp werkt bij Q én S slechts één kracht.
- Teken in de figuur de richting van de krachten in Q en S.
- 7 Een ijshockey puck wordt op glad ijs aan een touw met een constante snelheid rondgeslingerd.
- Welke kracht (of krachtcomponent) werkt in deze situatie als middelpuntzoekende kracht?
 - Beschrijf hoe de puck verder beweegt als deze kracht op een bepaald moment wegvalt (doordat het touw breekt).
 - Leg uit wat er mis is in de volgende uitspraak: 'Op de puck werken twee krachten: de spankracht en de middelpuntzoekende kracht. Deze twee krachten houden elkaar in evenwicht en daardoor is de snelheid constant.'
- 8 Op een draaischijf is een middelpuntzoekende kracht nodig om te blijven zitten (zie figuur 13).
- Geef aan of die benodigde kracht groter of kleiner wordt als de draaisnelheid toeneemt.
 - Geef aan of die benodigde kracht groter of kleiner wordt als je meer naar het midden van de draaimolen gaat zitten.
 - Leg uit waardoor het op een draaischijf lijkt (voelt) alsof er een kracht naar buiten werkt. (Zo'n schijnbare kracht heet een schijnkracht.)
- 9 Op elke satelliet die in een cirkelbaan rond de aarde draait, werkt een middelpuntzoekende kracht.
- Welke kracht werkt hier als middelpuntzoekende kracht?
 - Beschrijf hoe de satelliet verder zou bewegen als er plotseling geen enkele kracht meer op zou werken.
- 10 Het ruimtestation ISS (zie figuur 14) vliegt in een cirkelbaan om de aarde op een hoogte van 408 km boven het aardoppervlak. Om op deze hoogte te blijven, moet het ISS de juiste snelheid hebben.
- Beschrijf wat er gebeurt als het ISS een iets te hoge snelheid zou hebben. In wat voor soort baan zou het ISS dan om de aarde bewegen?

Op de hoogte waar het ISS om de aarde cirkelt, is sprake van een (zeer kleine) luchtweerstand.

- Leg uit wat er daardoor gebeurt met de snelheid van de satelliet.
- Leg uit hoe daardoor de hoogte verandert waarop de satelliet beweegt.

- 11 Om een voorwerp met een constante snelheid in een cirkelbaan te laten bewegen is een middelpuntzoekende kracht nodig.
- Leg uit waardoor deze kracht wel invloed heeft op de richting van de snelheid, maar niet op de grootte van de snelheid.
 - Noem de grootheden waarvan de grootte van de benodigde middelpuntzoekende kracht afhangt. Denk daarbij aan eigenschappen van het voorwerp en aan eigenschappen van de cirkelbaan bij bijvoorbeeld het nemen van een bocht of het rondslingeren van een kogel.
 - Beschrijf hoe de grootte van deze kracht afhangt van de grootheden in vraag b. Geef je antwoord in de volgende vorm: 'Als X groter is, is de benodigde middelpuntzoekende kracht F_{mpz} groter / kleiner.'

- 12 Een motorfiets moet schuin hangen voor het nemen van een bocht (zie figuur 15).
- Welke krachten werken er op de motorrijder?
 - Welke kracht werkt in deze situatie als middelpuntzoekende kracht?
 - Beschrijf hoe de motorfiets verder beweegt als deze kracht niet groot genoeg is.
 - Leg uit waarvan het afhangt of de middelpuntzoekende kracht groot genoeg is.

BEHEERSEN

Middelpuntzoekende kracht

De benodigde middelpuntzoekende kracht voor een eenparige cirkelbeweging hangt af van de massa van het voorwerp, van de baansnelheid en van de straal van de cirkelbaan (zie figuur 16):

$$F_{mpz} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

In deze formule is F_{mpz} de benodigde middelpuntzoekende kracht (in N), m de massa (in kg) van het voorwerp, v de baansnelheid (in m/s) en r de baanstraal (in m).

Baansnelheid en omlooptijd

Bij een eenparige cirkelbeweging volgt de baansnelheid uit de baanstraal en de omlooptijd. De **omlooptijd** (symbool: T) is de tijd waarin het voorwerp éénmaal de cirkelbaan doorloopt. In die tijd legt het voorwerp een afstand Δx af die gelijk is aan de omtrek van de cirkelbaan: $\Delta x = 2\pi \cdot r$. De baansnelheid wordt dus gegeven door:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

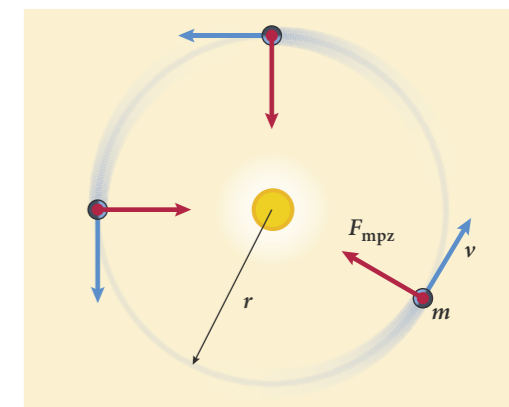
In deze formule is v de baansnelheid (in m/s), r de baanstraal (in m) en T de omlooptijd (in s).



Figuur 14 Het International Space Station (ISS)



Figuur 15 Motoren in de bocht



Figuur 16 De benodigde middelpuntzoekende kracht F_{mpz} hangt af van de baanstraal r , de baansnelheid v en de massa m van het voorwerp.

VOORBEELDOPGAVE 1

Een voorwerp met een massa m van 5,2 kg beweegt in een cirkelbaan met een straal r van 3,4 m onder invloed van een middelpuntzoekende kracht F_{mpz} van 4,0 N.

Vraag: Bereken de baansnelheid v van het voorwerp.

Antwoord:

$$F_{mpz} = \frac{m \cdot v^2}{r} \rightarrow v^2 = \frac{F_{mpz} \cdot r}{m} = \frac{4,0 \times 3,4}{5,2} = 2,6 \rightarrow v = \sqrt{2,6} = 1,6 \text{ m/s}$$

EEN CIRKELBAAN ROND DE AARDE

In theorie zou je een kanonskogel in een baan rond de aarde kunnen brengen, als je de kogel de juiste snelheid geeft en er geen luchtweerstand is (zie figuur 8). Overal bij het oppervlak van de aarde heeft de zwaartekracht (vrijwel) dezelfde waarde. De snelheid van de kogel moet dus precies passen bij de zwaartekracht, die als middelpuntzoekende kracht werkt: $F_{\text{mpz}} = F_z$.

Door deze vergelijking lijkt het misschien alsof er twee krachten zijn die elkaar in evenwicht houden, maar er zijn hier geen twee krachten en er is bij een cirkelbeweging geen krachtenevenwicht. Er is in deze situatie maar één kracht die op de kogel als satelliet werkt: de zwaartekracht. En die kracht werkt als middelpuntzoekende kracht.

Invullen en vereenvoudigen van de vergelijking levert het volgende op:

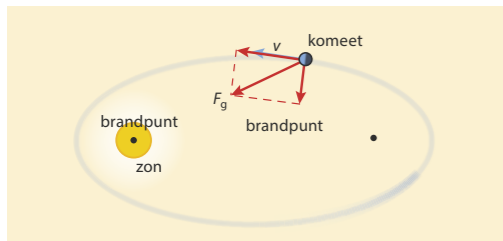
$$F_{\text{mpz}} = F_z \rightarrow \frac{m \cdot v^2}{r} = m \cdot g \rightarrow \frac{v^2}{r} = g \rightarrow v^2 = g \cdot r = 9,81 \times 6,4 \cdot 10^3 \rightarrow v = 7,9 \cdot 10^3 \text{ m/s} = 7,9 \text{ km/s}$$

In deze berekening is voor de baanstraal r de straal van de aarde genomen ($6,4 \cdot 10^3 \text{ km}$) en voor g de valversnelling bij het aardoppervlak ($9,81 \text{ m/s}^2$).

De snelheid voor een cirkelbaan langs het aardoppervlak (zonder luchtweerstand) zou dus behoorlijk groot zijn. Zodra je een stukje de ruimte ingaat, veranderen de baanstraal en de grootte van de gravitatiekracht en wordt de luchtweerstand verwaarloosbaar klein. Het International Space Station (ISS) draait bijvoorbeeld op een hoogte van 408 km boven het aardoppervlak met een snelheid van 7,66 km/s.

ELLIPSBAAN

De baan van een planeet is nooit een perfecte cirkel, maar altijd een *ellipsbaan*. De zon staat dan in één van de twee brandpunten. Bij de planeten van ons zonnestelsel liggen de twee brandpunten dicht bij elkaar, zodat de ellipsbaan bij benadering een cirkelbaan is. Maar bij kometen is de baan sterk ellipsvormig (zie figuur 17). De baansnelheid is in een ellipsbaan niet constant. De baansnelheid is het kleinste in het punt waar de planeet of komeet het verst van de zon verwijderd is, en het grootste in het punt waar de planeet of komeet het dichtst bij de zon is. De gravitatiekracht staat namelijk niet steeds loodrecht op de beweging, en heeft daardoor een component in de bewegingsrichting of tegen de bewegingsrichting in. Dan is de beweging naar de zon toe versneld, respectievelijk van de zon af vertraagd.



Figuur 17 Kometen draaien in sterk ellipsvormige banen rond de zon.

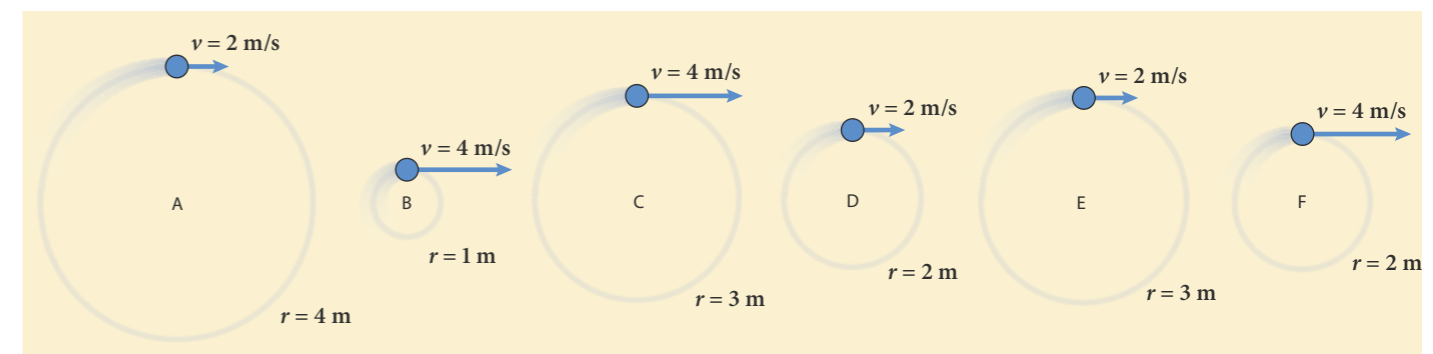
13 De paragraafvraag is: Hoe ontstaat volgens de wetten van Newton de cirkelbeweging van een planeet, maan of satelliet? Wat is het antwoord op deze vraag?

- 14** Bij het nemen van een bocht werkt de wrijvingskracht tussen het wegdek en de banden van een auto als middelpuntzoekende kracht.
- Leg uit hoe je aan de formule voor F_{mpz} kunt zien dat voor het nemen van een ruimere bocht met dezelfde snelheid een kleinere wrijvingskracht nodig is.
 - Leg uit hoe je aan de formule voor F_{mpz} kunt zien dat voor het nemen van dezelfde bocht met een grotere snelheid een grotere wrijvingskracht nodig is.
 - Leg uit wat er gebeurt als de wrijvingskracht tussen wegdek en banden kleiner is dan de middelpuntzoekende kracht die nodig is voor het nemen van de bocht.

- 15** Om een satelliet in een cirkelbaan rond de aarde te laten draaien, is een bepaalde snelheid nodig. Het ISS beweegt rond de aarde op een hoogte van 408 km met een snelheid van 7,66 km/s.
- Bereken de omlooptijd van het ISS in zijn baan rond de aarde. Een voorwerp van 1,0 kg in ISS 'hangt' (zweeft) stil in het ISS.
 - Bereken de middelpuntzoekende kracht op dat voorwerp.
 - Welke kracht op dit voorwerp werkt als middelpuntzoekende kracht?

- 16** De satellieten van het Galileo gps-systeem cirkelen om de aarde op een hoogte van 23 616 km boven het aardoppervlak. De omlooptijd is 14,4 uur. De satellieten hebben een massa van 525 kg.
- Bereken de benodigde middelpuntzoekende kracht op zo'n gps-satelliet.
 - Leg uit of de gravitatiekracht van de aarde op deze afstand iets kleiner of veel kleiner is dan op het aardoppervlak.
 - Bereken hoe groot op die hoogte de gravitatiekracht per kilogram is.

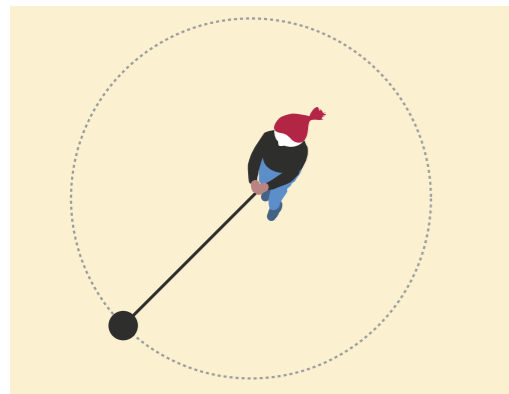
- 17** In de zes situaties van figuur 18 voert een voorwerp een eenparige cirkelbeweging uit. De massa van het voorwerp is in elk van de situaties hetzelfde. De baanstraal en de baansnelheid zijn voor elke situatie gegeven in de tekening.
- Leg uit dat in situatie B de middelpuntzoekende kracht het grootst is.
 - Leg uit in welke situatie de middelpuntzoekende kracht het kleinste is.
 - Zet de zes situaties op volgorde van de benodigde middelpuntzoekende kracht op het voorwerp. Begin met de situatie waarin deze kracht het kleinste is. Als er twee of meer situaties zijn die gelijk 'scoren', komen die situaties op dezelfde plaats in jouw volgorde te staan. Geef dat bijvoorbeeld aan door ze te omcirkelen. Leg ten slotte de redenering achter jouw volgorde uit.



Figuur 18 Baanstraal en baansnelheid bij een eenparige cirkelbeweging



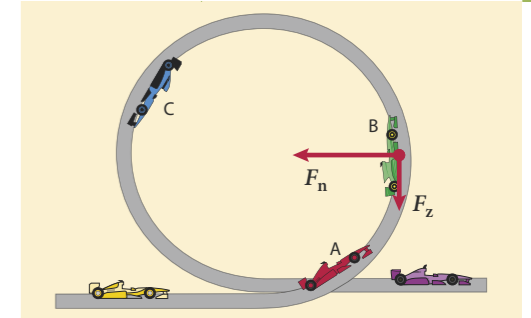
Figuur 19 Motorrijders in de bocht



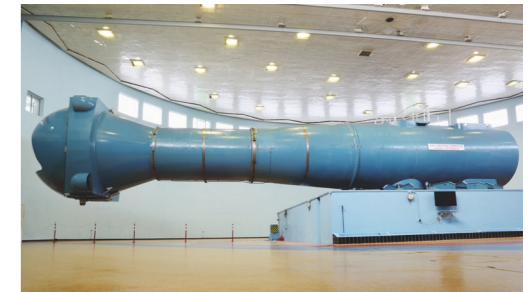
Figuur 20 Kogelslingeren (bovenaanzicht)

- 18** Op een bewegende draaischijf zoals in figuur 13 is een middelpuntzoekende kracht nodig om erop te blijven zitten.
- Leg uit hoe de grootte van de benodigde middelpuntzoekende kracht verandert, als de omlooptijd van de draaischijf twee keer zo groot wordt.
 - Leg uit hoe de grootte van de benodigde middelpuntzoekende kracht verandert, als je twee keer zo ver van het midden gaat zitten.
- 19** Om niet om te vallen, hangen motorrijders altijd schuin in de bocht (zie figuur 19). De benodigde middelpuntzoekende kracht op de motorfiets met zijn berijder wordt 'geleverd' door de wrijvingskracht van het wegdek, samen met de zwaartekracht en de normaalkracht. De nettokracht is even groot als de wrijvingskracht van het wegdek in de richting van het centrum van de bocht. Zie ook figuur 11.
- Leg uit of de maximale snelheid in de buitenbocht *groter, kleiner of even groot* is als in de binnenbocht.
- De bocht in figuur 19 is een halve cirkel. Neem aan dat de straal van de buitenbocht twee keer zo groot is als de straal van de binnenbocht.
- Leg uit dat de maximale snelheid in de buitenbocht $\sqrt{2}$ keer zo groot is als in de binnenbocht.
 - Leg uit hoe je in de kortste tijd door de bocht heen komt: via de binnenbocht of via de buitenbocht.
- De motorrijder in de binnenbocht hangt schuin onder een hoek van 45° . Bij die hoek is de wrijvingskracht even groot als de zwaartekracht. De straal van de bocht is 12 m. De massa van de motor met berijder is 320 kg.
- Bereken de snelheid waarmee deze motorrijder de bocht neemt.
- 20** De maan oefent op het maanoppervlak op een massa van 1,0 kg een gravitatiekracht van 1,62 N uit. Met het 'kanon van Newton' zou je een kogel in een cirkelbaan vlak boven het maanoppervlak kunnen brengen. De snelheid moet dan zo groot zijn dat de gravitatiekracht van de maan op het voorwerp precies de benodigde middelpuntzoekende kracht levert.
- Bereken de snelheid die een kogel moet hebben voor een cirkelbaan vlak boven het maanoppervlak.
 - Waarvoor is een baan vlak boven het oppervlak (in theorie) op de maan wel mogelijk, en op aarde niet?
- 21** Een stalen kogel is vastgemaakt aan het uiteinde van een touw. Alice slingert de kogel rond zoals van bovenaf weergegeven in figuur 20. De middelpuntzoekende kracht wordt geleverd door het touw.
- Leg uit dat de horizontale component van de spankracht hier de middelpuntzoekende kracht is.
- Alice maakt het touw langer, zodat de baanstraal van de kogel twee keer zo groot wordt. Ze blijft in hetzelfde tempo (aantal omwentelingen per minuut) om haar as draaien.
- Leg uit hoe de grootte van de middelpuntzoekende kracht daardoor verandert.
- De trainer van Alice denkt dat de middelpuntzoekende kracht op de kogel gegeven wordt door de (onjuiste) formule: $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v}{r}$.
- Laat met behulp van de eenheden voor F_{mpz} , m , v en r zien dat de formule van de trainer van Alice onjuist is.

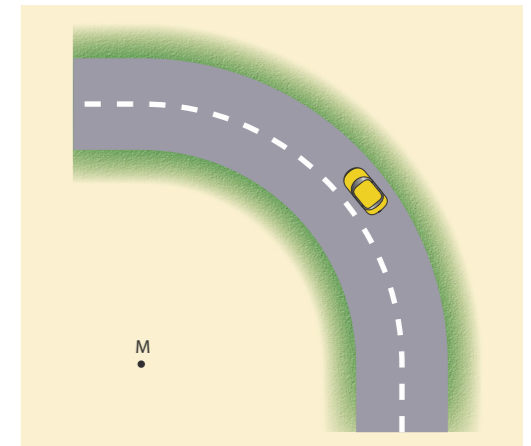
- 22** In een looping zoals in figuur 21 werken steeds twee krachten op het autootje, dat geen aandrijving heeft: de zwaartekracht F_z en de normaalkracht F_n . In positie B staan deze twee krachten loodrecht op elkaar.
- Leg uit dat in positie B de normaalkracht als middelpuntzoekende kracht werkt.
 - Leg uit wat in positie B het effect van de zwaartekracht is. In het hoogste punt leveren de normaalkracht en de zwaartekracht samen de middelpuntzoekende kracht.
 - Leg uit dat de normaalkracht in dit punt groter is, als de snelheid hoger is. Als de snelheid van het autootje te laag is, kan het 'loskomen' van de baan. Bij de minimale snelheid waarbij het autootje nog in de baan blijft, is de normaalkracht in het hoogste punt net nul.
 - Bereken de minimale snelheid die het autootje bovenin de baan moet hebben als de diameter van de looping 40 cm is.
 - Bereken met behulp van een energievergelijking de minimale snelheid die het autootje onderin de looping moet hebben om een volledige looping te maken.
- 23** Om astronauten te laten wennen aan grote versnellingen (zoals bij de start van een raket), wordt een trainingscentrifuge gebruikt waarin de astronaut ronddraait in een cirkelbaan met een straal van 5,0 m. De grootste versnelling die een mens korte tijd kan verdragen is negen keer de valversnelling g op aarde. Voor de astronaut in deze centrifuge geldt dan: $\frac{v^2}{r} = 9 \cdot g$.
- Leid deze formule af.
 - Bereken hoe groot het toerental (het aantal omwentelingen per minuut) van de trainingscentrifuge maximaal mag zijn.
- 24** Een personenauto rijdt op een horizontale weg. De auto rijdt met constante snelheid door een cirkelvormige bocht, waarvan M het middelpunt is (zie figuur 23).
- Teken in de figuur de richting van de resulterende kracht op de auto. De grootte van de maximale wrijvingskracht hangt af van de grootte van de normaalkracht F_n van het wegdek op de auto, zoals weergegeven in het diagram van figuur 24.
- De massa van de auto met bestuurder is 920 kg. De straal van de cirkelvormige bocht is 22 m.
- Bepaal de maximale snelheid waarmee de auto de bocht kan nemen.



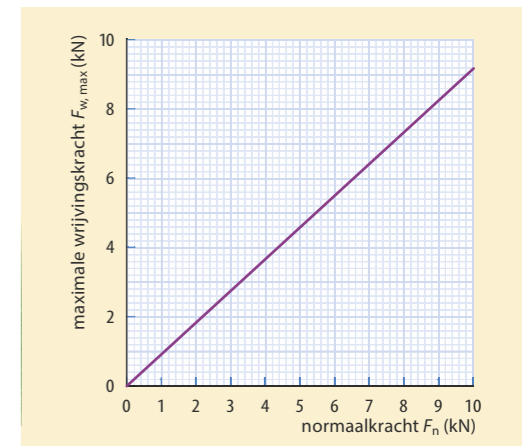
Figuur 21 Speelgoedauto's in een looping. Ze draaien tegen de klok in.



Figuur 22 Trainingscentrifuge



Figuur 23 Een auto in de bocht



Figuur 24 Het verband tussen de maximale wrijvingskracht en de normaalkracht op de auto

10.3 Gravitatiekracht

ONTDEKKEN

W3 Gravitatiekracht tussen twee hemellichamen

W4 Dynamisch model van een planeetbaan

De banen van de planeten in ons zonnestelsel zijn bij benadering cirkelbanen met de zon in het middelpunt. De middelpuntzoekende kracht op een planeet is dus in de richting van de zon en wordt geleverd door de gravitatiekracht van de zon op de planeet. En de middelpuntzoekende kracht van de beweging van de maan om de aarde is de gravitatiekracht van de aarde op de maan. Op aarde kennen we de gravitatiekracht als de zwaartekracht. Daarbij gaat het om de gravitatiekracht van de aarde op een voorwerp. Kan met de gravitatiekracht de regelmaat in de bewegingen van de planeten in ons zonnestelsel verklaard worden?

PARAGRAAFVRAAG

Welke eigenschappen heeft de gravitatiekracht en hoe verklaren we daarmee de cirkelbewegingen van planeten, manen en satellieten?

BEGRIJPEN

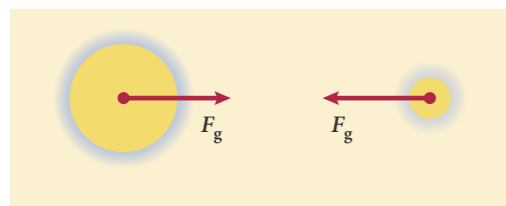
Baansnelheid van planeten

De acht planeten van ons zonnestelsel draaien allemaal in hun eigen baan rond de zon. Elke planeet wordt in zijn baan gehouden door de gravitatiekracht van de zon, die werkt als middelpuntzoekende kracht. Uit de vorige paragraaf weet je dat de benodigde middelpuntzoekende kracht afneemt met toenemende baanstraal (de afstand tot de zon) en ook met afnemende baansnelheid. In de tabel van figuur 25 zie je dat de baansnelheid kleiner is voor planeten op grotere afstand van de zon. Dat betekent dus dat de gravitatiekracht, die als middelpuntzoekende kracht werkt, kennelijk 'dubbel' afneemt met de afstand. Hoe de gravitatiekracht afhangt van de afstand kun je afleiden uit het verband tussen de baanstraal en de baansnelheid en de formule voor de benodigde middelpuntzoekende kracht.

Gravitatiewisselwerking

De cirkelbanen van de planeten rond de zon, en van de maan en alle satellieten rond de aarde, worden in stand gehouden door de **gravitatiekracht**. De gravitatiekracht is altijd aantrekkend en werkt op afstand, zonder dat er contact is. De gravitatiekracht is een *wisselwerking* tussen twee massa's. De gravitatiekracht tussen twee massa's is dus op beide massa's even groot, tegengesteld gericht en werkt langs de verbindinglijn van de massamiddelpunten (zwaartepunten) van de twee massa's.

Dat de gravitatiekracht van de aarde op de maan precies even groot is als de gravitatiekracht van de maan op de aarde zou je misschien niet verwachten, want de aarde is veel groter dan de maan. Maar elke kilogram van de aarde trekt aan elke kilogram van de maan en omgekeerd, waardoor de nettokracht van de aarde op de maan precies hetzelfde is als de nettokracht van de maan op de aarde. De gravitatiekracht tussen twee hemellichamen hangt af van de massa van elk van de twee hemellichamen: hoe groter de massa's zijn, des te groter is de onderlinge gravitatiekracht. De gravitatiekracht hangt ook af van de afstand tussen de massamiddelpunten (zwaartepunten) van de twee hemellichamen. Hoe groter deze afstand, hoe kleiner de gravitatiekracht.



Figuur 26 Gravitatie is een wisselwerking: de gravitatiekrachten F_g die twee massa's op elkaar uitoefenen zijn even groot en tegengesteld gericht.

planeet	baanstraal (10^{10} m)	baansnelheid (10^3 m/s)
Mercurius	5,79	47,9
Venus	10,8	35,0
Aarde	15,0	29,8
Mars	22,8	24,1
Jupiter	78,8	13,2
Saturnus	143	9,65
Uranus	287	6,80
Neptunus	450	5,43

Figuur 25 Baanstraal en baansnelheid van de planeten in ons zonnestelsel

Zwaartekracht en gravitatiekracht

Tussen twee gewone voorwerpen is de gravitatiekracht zo klein, dat je daar niets van merkt. Maar dat is anders als één van de twee voorwerpen een hemellichaam is. Zo is de gravitatiekracht van de aarde op voorwerpen in de buurt van het aardoppervlak verantwoordelijk voor de kracht die we kennen als de zwaartekracht: ongeveer 9,8 N (preciezer: 9,78 N op de evenaar en 9,82 N op de polen) op elke kilogram. Op de maan is de zwaartekracht (van de maan) veel kleiner: op elke kilogram werkt daar bij het maanoppervlak een kracht van 1,62 N.

Op de maan ben je dus zes keer zo licht als op de aarde. Toch is je gewicht daar groter dan je misschien zou verwachten, omdat de massa van de maan maar liefst 81 keer zo klein is als die van de aarde. Dat komt door de kleinere straal van de maan. Daardoor ben je op het maanoppervlak dicht bij het middelpunt (of zwaartepunt) van de maan.

- ★ De baansnelheid van een planeet is kleiner naarmate hij op grotere afstand om de zon draait.
- ★ De gravitatiekracht is een aantrekkende wisselwerking op afstand. Beide voorwerpen trekken elkaar aan met een kracht die groter is als de massa van één van de voorwerpen (of van beide) groter is, en die kleiner is bij een grotere onderlinge afstand.
- ★ De gravitatiekrachten die twee voorwerpen op elkaar uitoefenen, zijn even groot en tegengesteld gericht langs de verbindinglijn van de massamiddelpunten (of zwaartepunten) van de voorwerpen.

25 Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.

- a Bij planeten in hun baan rond de zon en bij manen in hun baan rond hun planeet werkt de gravitatiekracht als middelpuntzoekende kracht.
- b De baansnelheid van planeten is omgekeerd evenredig met de baanstraal.
- c De valversnelling aan het oppervlak van een planeet (op aarde $9,81 \text{ m/s}^2$ of N/kg) hangt alleen af van de massa van de planeet.
- d De gravitatiekracht van de aarde op een vliegtuig is even groot als de gravitatiekracht van het vliegtuig op de aarde.
- e Op de maan wordt je alleen aangetrokken door de maan, niet meer door de aarde.
- f De zwaartekracht aan het oppervlak van een hemellichaam is hetzelfde als de gravitatiekracht op die plek.

26 In een draaimolen is de snelheid het grootst als je heel ver van het midden zit. Hoe is dat bij planeten?

- a Is de baansnelheid van planeten groter of kleiner naarmate ze verder van de zon staan?
- De buitenste planeet (Neptunus) staat 78 keer zo ver van de zon als Mercurius.
- b Bepaal hoeveel keer zo klein of groot de baansnelheid van Neptunus is, vergeleken met de baansnelheid van Mercurius.
 - c Leg met behulp van vraag b uit dat de baansnelheid van een planeet omgekeerd evenredig is met de wortel van de baanstraal van diezelfde planeet.
 - d Beredeneer hoeveel keer zo groot de omlooptijd van Neptunus is, vergeleken met de omlooptijd van Mercurius.



Figuur 27 Op de maan is de valversnelling slechts $1,62 \text{ m/s}^2$. Daardoor kon de astronaut op de foto (Neil Armstrong) vrij hoog springen.

- 27** De maan beweegt rond de aarde. De massa van de maan is $7,35 \cdot 10^{22}$ kg, de massa van de aarde is 81 keer zo groot als de massa van de maan. De aarde oefent een gravitatiekracht van $1,98 \cdot 10^{20}$ N uit op de maan.
- Hoe groot is de gravitatiekracht van de maan op de aarde?
 - Leg met deze gegevens uit dat de kracht waarmee de aarde aan een steen van 1,0 kg op de maan trekt veel groter is dan de kracht waarmee de maan aan zo'n steen op de aarde trekt. Beredeneer hoeveel keer zo groot.
 - Leg uit hoe het komt dat de aarde veel harder aan die steen op de maan trekt dan dat de maan aan net zo'n steen op de aarde trekt.
- 28** Iemand beweert: 'De gravitatiekracht van de zon op een planeet is precies even groot als de middelpuntzoekende kracht op die planeet. Die twee krachten heffen elkaar dus op, zodat de resulterende kracht nul is.' Geef aan wat er fout is aan deze uitspraak.
- 29** De maan draait rond de aarde.
- Stel dat de massa van de maan twee keer zo groot zou zijn, hoeveel keer zo groot zou dan de gravitatiekracht van de aarde op de maan zijn?
 - Leg uit of de maan dan nog met dezelfde snelheid in dezelfde baan om de aarde zou kunnen bewegen.
 - Stel dat de massa van de aarde twee keer zo groot zou zijn, hoeveel keer zo groot zou dan de gravitatiekracht op de maan zijn?
 - Leg uit dat de maan dan een grotere snelheid moet hebben om in dezelfde baan om de aarde te bewegen.
- 30** De zwaartekracht aan het oppervlak van een planeet hangt af van de massa en van de straal van de planeet.
- Leg uit of die zwaartekracht groter of kleiner is als de massa van de planeet groter is (bij gelijke straal).
 - Leg uit of die zwaartekracht groter of kleiner is als de straal van de planeet groter is (bij gelijke massa).
- Vergeleken met de valversnelling op aarde ($9,81 \text{ m/s}^2$) is de valversnelling op Mercurius, de kleinste planeet, een stuk kleiner: $3,78 \text{ m/s}^2$.
- Leg uit hoe dat komt.
- 31** Volgens Newton is met de gravitatiekracht de beweging van hemellichamen én bepaalde bewegingen van voorwerpen op aarde te verklaren.
- Welke bewegingen op aarde kunnen goed verklaard worden met de gravitatiekracht?
 - Welke bewegingen van hemellichamen kunnen goed verklaard worden met de gravitatiekracht?
- 32** De baansnelheid van Mercurius is 8,8 keer zo groot als die van Neptunus, terwijl de baanstraal van Mercurius 78 keer zo klein is als die van Neptunus.
- Controleer dat de middelpuntzoekende kracht op een steen van 1,0 kg op Mercurius in zijn baan om de zon, 6000 keer zo groot is als de middelpuntzoekende kracht door de zon op net zo'n steen op Neptunus.
 - Leg uit hoeveel keer zo groot de gravitatiekracht van de zon op de steen op Mercurius is, vergeleken met de gravitatiekracht van de zon op de steen op Neptunus.
 - Ga met een berekening na dat de gravitatiekracht omgekeerd evenredig is met het kwadraat van de afstand tot de zon.

- 33** De zon oefent een gravitatiekracht uit op de aarde en op de andere planeten in ons zonnestelsel.
- Van welke grootheden zal de grootte van deze gravitatiekracht afhangen? Denk daarbij aan de eigenschappen van de zon en van de planeten.
 - Hoe zal de grootte van deze gravitatiekracht afhangen van de grootheden in vraag a? Geef je antwoord in de volgende vorm: 'Als X groter is, dan is de gravitatiekracht F_g van de zon op de planeet *groter* / *kleiner*.
 - Welke formule verwacht je voor de gravitatiekracht F_g tussen twee voorwerpen met massa's m en M op een onderlinge afstand r ? Geef een toelichting.

BEHEERSEN

Gravitatiekracht

De gravitatiekracht tussen twee hemellichamen hangt af van de massa's van de hemellichamen en hun onderlinge afstand:

$$F_g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

In deze formule is F_g de onderlinge gravitatiekracht (in N), zijn m en M de massa's (in kg) van de twee (hemel)lichamen, en is r de afstand (in m) tussen hun massa-middelpunten (of zwaartepunten).

De constante G is de **gravitatieconstante**, met een waarde van $6,674 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$. De waarde van G geeft dus aan hoe groot de gravitatiekracht is tussen twee voorwerpen met elk een massa van 1 kg op een onderlinge afstand van 1 m. Aan de enorm kleine waarde van G kun je zien dat je normaal niets merkt van de aantrekkende kracht tussen twee voorwerpen. Toch geldt de formule voor de gravitatiekracht niet alleen voor twee hemellichamen, maar voor elk tweetal massa's en overal. De waarde van G is in een laboratorium bepaald door de aantrekkende kracht tussen twee loden bollen te meten.

Valversnelling

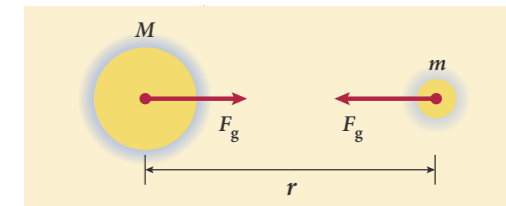
De zwaartekracht F_z op een voorwerp met massa m aan het oppervlak van een planeet of maan met massa M is een andere naam voor de gravitatiekracht tussen de planeet en het voorwerp als het zich op of bij het planeetoppervlak bevindt. Er geldt dus: $F_z = F_g$. Daaruit is een formule voor de valversnelling op een planeet of maan met massa M en straal R af te leiden:

$$F_z = F_g \rightarrow m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \rightarrow g = G \cdot \frac{M}{R^2}$$

Uit experimenten op aarde blijkt dat de versnelling van alle voorwerpen in vrije val gelijk is en niet afhangt van de massa (zie ook hoofdstuk 2 deel 4 vwo). Deze formule van Newton voor de gravitatiekracht is daarmee dus in overeenstemming. Voor alle planeten en manen is met deze formule de valversnelling aan het oppervlak te berekenen, als de massa en de straal bekend zijn.

Baansnelheden van planeten en satellieten

De gravitatiekracht van de zon op een planeet werkt als middelpuntzoekende kracht die de planeet in zijn cirkelbaan rond de zon houdt (zie figuur 29). Aan de formules $F_g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$ en $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r}$ kun je zien dat de gravitatiekracht sneller afneemt met de afstand r dan de benodigde middelpuntzoekende kracht, bij dezelfde snelheid.



Figuur 28 Gravitatiewisselwerking tussen twee massa's m en M op een onderlinge afstand r

W5 Computersimulatie: baanstraal en baansnelheid

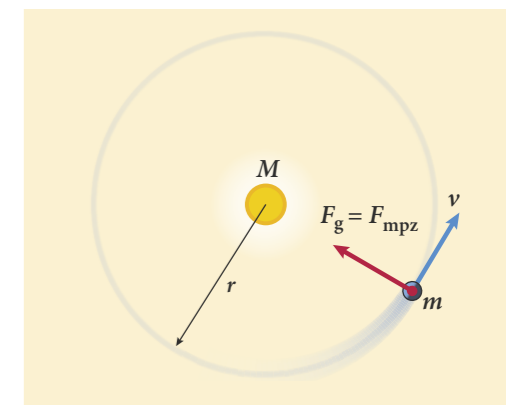
VOORBEELDOPGAVE 2

De aarde heeft een massa M van $5,97 \cdot 10^{24}$ kg en een gemiddelde straal R van $6,37 \cdot 10^6$ m.

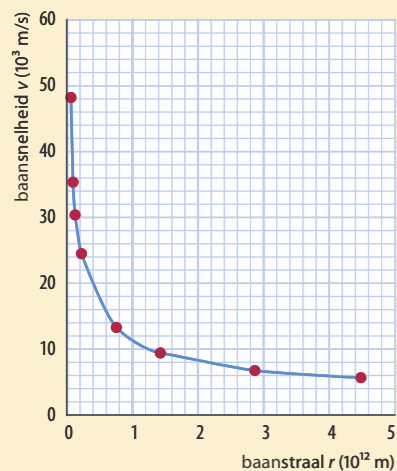
Vraag: Bereken de gemiddelde valversnelling aan het aardoppervlak.

Antwoord: Op het aardoppervlak is $F_z = F_g$ en daaruit volgt dat $g = G \cdot \frac{M}{R^2}$. Vul de gegevens in deze formule in:

$$g = G \cdot \frac{M}{R^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{5,97 \cdot 10^{24}}{(6,37 \cdot 10^6)^2} = 9,81 \text{ m/s}^2$$



Figuur 29 De gravitatiekracht F_g van de zon op een planeet werkt als middelpuntzoekende kracht F_{mpz} die de planeet in zijn baan rond de zon houdt.



Figuur 30 Het verband tussen de baanstraal r en de baansnelheid v van de planeten in ons zonnestelsel: v is omgekeerd evenredig met \sqrt{r}

VOORBEELDOPGAVE 3

De baanstraal r van de maan in zijn baan rond de aarde is $3,84 \cdot 10^8$ m. De aarde heeft een massa M van $5,97 \cdot 10^{24}$ kg.

Vraag: Bereken de baansnelheid van de maan.

Antwoord: De gravitatiekracht zorgt voor de benodigde middelpuntzoekende kracht:

$$F_g = F_{\text{mpz}} \text{ en daaruit volgt: } v^2 = G \cdot \frac{M}{r}$$

Vul de gegevens in deze formule in:

$$v^2 = G \cdot \frac{M}{r} = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{5,97 \cdot 10^{24}}{3,84 \cdot 10^8} = 1,04 \cdot 10^6 \rightarrow$$

$$v = \sqrt{1,04 \cdot 10^6} = 1,02 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Dat betekent dat de baansnelheid kleiner is bij een grotere baanstraal. Voor de beweging van de planeten rond de zon geldt dus: bij een baan met een grotere baanstraal hoort een kleinere baansnelheid.

Bij de cirkelbaan van een planeet rond de zon werkt de gravitatiekracht als middelpuntzoekende kracht. Er geldt dus: $F_{\text{mpz}} = F_g$. Daaruit is een formule voor het verband tussen de baansnelheid v en de baanstraal r van een planeet met massa m in een cirkelbaan rond de zon met massa M af te leiden:

$$F_{\text{mpz}} = F_g \rightarrow \frac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \rightarrow v^2 = G \cdot \frac{M}{r}$$

De baansnelheid van een planeet hangt dus alleen af van de massa M van de zon en de baanstraal r van de planeet. De massa m van de planeet zelf speelt geen rol. En de baansnelheid is omgekeerd evenredig met \sqrt{r} (zie figuur 30).

DE ONTDEKKING VAN NEPTUNUS

Het succes van Newtons gravitatiewet was niet alleen de verklaring van de regelmaat in de bewegingen van de planeten rond de zon, maar blijkt ook uit de ontdekking van de achtste planeet in ons zonnestelsel: Neptunus. Want volgens diezelfde gravitatiewet oefenen de planeten ook onderling een gravitatiekracht op elkaar uit.

In 1781 was de planeet Uranus ontdekt als zevende planeet in ons zonnestelsel. Al snel bleek dat Uranus niet precies volgens de regels bewoog. Tot 1820 ging hij iets sneller dan verwacht, daarna iets langzamer. Het was alsof er buiten de baan van Uranus nog een achtste planeet rond de zon cirkelde, die de beweging van Uranus verstoortte. In 1845 sloegen astronomen aan het rekenen. Als je zou weten waar die achtste planeet zich bevindt en hoe zwaar hij is, zou je met Newtons gravitatiewet de verstoringen in de baanbeweging van Uranus kunnen uitrekenen. En dan moest het ook andersom kunnen, was het idee. Dat viel nog niet mee, want alles moest met pen en papier. Maar in 1846 werd de planeet Neptunus met een telescoop waargenomen, slechts 1° vanaf de plaats waar hij zich volgens de berekeningen zou moeten bevinden.

VOORBEELDOPGAVE 4

De baanstraal r van de maan in zijn baan om de aarde is $3,84 \cdot 10^8$ m en de omlooptijd T van de maan om de aarde is $2,36 \cdot 10^6$ s (27,32 dagen).

Vraag: Bereken de massa M van de aarde.

Antwoord: Uit de baanstraal r en de omlooptijd T van de maan bereken je eerst de baansnelheid v van de maan:

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T} = \frac{2\pi \times 3,84 \cdot 10^8}{2,36 \cdot 10^6} = 1,02 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Daarna bereken je massa M van de aarde uit de baansnelheid v en de baanstraal r van de maan:

$$F_{\text{mpz}} = F_g \rightarrow v^2 = G \cdot \frac{M}{r} \rightarrow M = \frac{v^2 \cdot r}{G} = \frac{(1,02 \cdot 10^3)^2 \times 3,84 \cdot 10^8}{6,67 \cdot 10^{-11}} = 5,99 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

De hier gevonden waarde wijkt iets af van de massa van de aarde in Binas: $5,97 \cdot 10^{24}$ kg. Dat komt doordat de baan van de maan rond de aarde geen perfecte cirkelbaan is, en doordat het middelpunt van die baan niet samenvalt met het middelpunt van de aarde (zie paragraaf 10.5).

Geostationaire baan

Communicatiesatellieten worden gebruikt als tussenstation in de ruimte om signalen door te geven, bijvoorbeeld voor televisie of telefoon. Zo'n satelliet ontvangt signalen van de aarde en stuurt ze door naar een andere plaats op aarde (zie figuur 31). Veel communicatiesatellieten staan vanaf de aarde gezien op een vaste plaats boven een punt op aarde. Anders is het niet mogelijk om een schotelantenne op zo'n satelliet gericht te houden. De baan van zo'n satelliet wordt een **geostationaire baan** genoemd. Een geostationaire baan is alleen mogelijk boven, en evenwijdig aan, de evenaar. Het middelpunt van de cirkelbaan van de satelliet moet namelijk samenvallen met het middelpunt van de aarde en de baan moet loodrecht op de rotatie-as van de aarde staan.

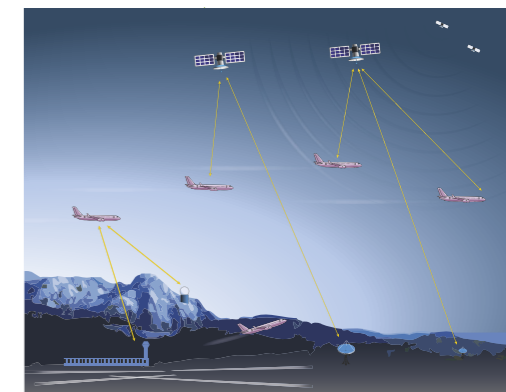
De hoogte en de snelheid van de satelliet zijn dus zo gekozen dat de omlooptijd van de satelliet precies gelijk is aan de rotatieperiode van de aarde: 23 uur en 56 minuten. Dat kan alleen met een baanstraal van 42 164 km, op een hoogte van 35 786 km boven zeeniveau. Communicatiesatellieten draaien daarom allemaal in dezelfde baan om de aarde, ieder hoog boven zijn eigen punt op de evenaar. Deze geostationaire baan is in figuur 32 te zien als ring om de aarde.

NETWERKEN VAN SATELLIETEN

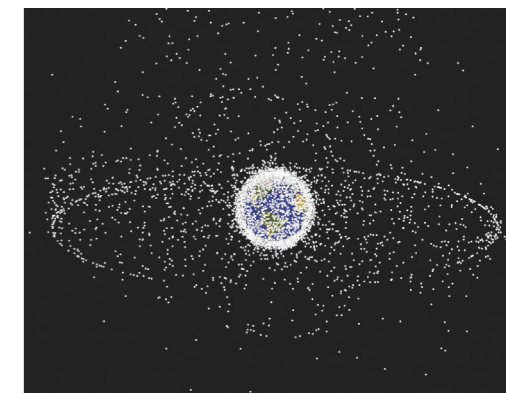
Er bestaan verschillende netwerken van satellieten. Zo bestaat het gps-netwerk, dat gebruikt wordt door navigatieapparatuur, uit 32 satellieten die in 6 vaste banen op een hoogte van ruim 20 000 km in een vaste tijd rond de aarde draaien en elk een eigen signaal uitzenden. Om zijn positie te bepalen heeft een gps-ontvanger op aarde signalen nodig van ten minste vier satellieten. Uit de informatie over de posities en de tijd-codes van de 'zichtbare' satellieten berekent de gps-ontvanger zijn positie op aarde. De nauwkeurigheid varieert van enkele tientallen meters tot enkele centimeters, afhankelijk van het gebruikte systeem en de omstandigheden. In het oudere gps-netwerk gaat het signaal alleen van de satelliet naar de ontvangers op aarde. Er gaat geen signaal terug. Het netwerk kan dus niet iemand volgen. Het nieuwere gps-netwerk Galileo kent wel tweerichtingsverkeer: de Galileo-satellieten kunnen zenden en ontvangen. Satellieten die beelden maken van de aarde, of die metingen verrichten voor bijvoorbeeld het weer, draaien vaak in een polaire baan rond de aarde. Een polaire baan is een omloopbaan waarbij de satelliet op een hoogte van nog geen 1000 km in 1,5 à 2 uur over beide polen vliegt. Doordat de aarde zelf om haar as draait, heeft zo'n satelliet na verloop van tijd elk stukje van de aarde 'gezien'. Polaire satellieten draaien op niet al te grote hoogte rond de aarde, zodat er goede foto's gemaakt kunnen worden. Ook spionagesatellieten draaien in een niet te hoge polaire baan.

34 De paragraafvraag is: Welke eigenschappen heeft de gravitatiekracht en hoe verklaren we daarmee de cirkelbewegingen van planeten, manen en satellieten? Wat is het antwoord op deze vraag?

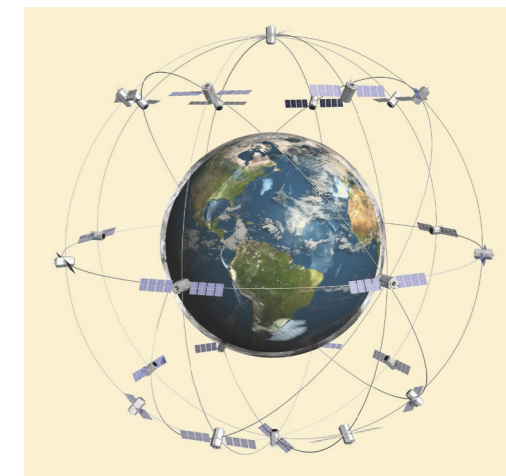
35 Op de top van de Mount Everest sta je 8 km boven zeeniveau. Zou je kunnen merken dat de zwaartekracht daar kleiner is dan op zeeniveau? Geef een berekening.



Figuur 31 Communicatie via satellieten



Figuur 32 Overzicht van alle satellieten en het ruimtetuig dat in een baan rond de aarde draait.

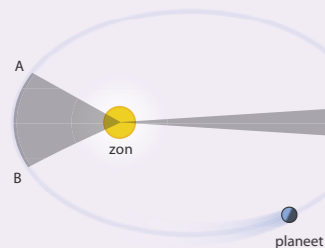


Figuur 33 De satellietbanen van het gps-netwerk

DE WETTEN VAN KEPLER

Johannes Kepler zocht naar regelmatigheid in de waarnemingen van de planeetbanen. Het resultaat van die zoektocht kennen we tegenwoordig als de drie wetten van Kepler:

- 1 De planeten bewegen in ellipsbanen rond de zon, met de zon in één van de twee brandpunten van de ellips (eerste wet van Kepler).
- 2 De planeten bewegen sneller als ze zich dichterbij de zon bevinden. Zie figuur 34: als een planeet in dezelfde tijd van A naar B als van C naar D gaat, zijn de grijze oppervlakken even groot (tweede wet van Kepler).



Figuur 34 Ellipsbaan van een planeet rond de zon

- 3 De derde macht van de baanstraal van een planeet is evenredig met het kwadraat van zijn omlooptijd rond de zon (derde wet van Kepler). In formule: $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$

- 36** De aarde draait in 365,256 dagen éénmaal rond de zon. De straal van deze cirkelbaan is $1,496 \cdot 10^{11}$ m.
- a Bereken de middelpuntzoekende kracht die nodig is voor deze cirkelbeweging.
- De gravitatiekracht van de zon op de aarde werkt als middelpuntzoekende kracht voor de beweging van de aarde om de zon.
- b Ga met een berekening na of dat klopt.
- 37** De maan draait rond de aarde. De massa van de maan is $7,35 \cdot 10^{22}$ kg, de massa van de aarde is $5,97 \cdot 10^{24}$ kg. De baanstraal van de maan is $3,84 \cdot 10^8$ m, de baansnelheid is $1,02 \cdot 10^3$ m/s. De maan wordt in zijn baan gehouden door de gravitatiekracht van de aarde.
- a Bereken de gravitatiekracht van de aarde op de maan.
 - b Laat met een berekening zien dat deze kracht de juiste waarde heeft om de maan in zijn baan rond de aarde te laten draaien.
 - c Leg met behulp van de derde wet van Newton uit hoe groot de gravitatiekracht van de maan op de aarde is.
 - d Controleer met een berekening dat de gravitatiekracht van de zon op de maan (ongeveer) twee keer zo groot is als de gravitatiekracht van de aarde op de maan.
- 38** De afstand van de planeet Jupiter tot de zon is ongeveer vijf keer zo groot als de afstand van de aarde tot de zon.
- a Bereken hoe vaak de baansnelheid van Jupiter is, vergeleken met die van de aarde.
 - b Bereken hoe vaak de omlooptijd van Jupiter is, vergeleken met die van de aarde. Controleer je antwoord met Binas.
- 39** De afstand r van de aarde tot de zon en de omlooptijd T van de aarde rond de zon zijn bekend.
- a Leg uit hoe je met deze gegevens de massa M van de zon zou kunnen bepalen.
 - b Leg uit of je de massa van de zon ook kunt bepalen uit de beweging van de andere planeten.
 - c Leg uit hoe je op een vergelijkbare manier de massa m van de aarde kunt bepalen. Welk hemellichaam 'gebruik' je daarvoor?
 - d Leg uit van welke andere planeten op een vergelijkbare manier de massa te bepalen is. En van welke niet.
- 40** Door het combineren van de formules $F_g = F_{mpz}$ en $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$ is een formule af te leiden voor het verband tussen baanstraal r en omlooptijd T : $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$. Deze formule is de derde wet van Kepler (zie het kader hiernaast).
- a Leid deze formule af.
 - b Gebruik de gegevens van de baan van de planeet Mars om met deze formule de massa van de zon te berekenen. Controleer je antwoord met Binas.
 - c Bereken met deze wet dat de omlooptijd evenredig is met $r^{1,5}$.
 - d Bereken met de derde wet van Kepler de massa van de aarde.

- 41** In figuur 35 zie je een astronaut die reparaties verricht aan de buitenzijde van het ISS. Waarschijnlijk vind je het vanzelfsprekend dat er in het ISS gewichtloosheid heerst, want de astronauten bevinden zich in de ruimte en daar heerst toch gewichtloosheid?
- a Leg uit dat de astronauten wel degelijk worden aangetrokken door de aarde.
 - b Leg uit of de astronaut de juiste snelheid heeft voor een cirkelbaan rond de aarde.
 - c Leg uit waardoor de astronaut zich, ondanks de hoge snelheid van het ISS, niet stevig hoeft vast te houden aan het ruimtestation.
 - d Leg uit waarom de astronauten dan met een levenslijn verbonden zijn met het ISS.
 - e Leg uit waardoor er in het ISS sprake is van gewichtloosheid.
- 42** In de tabel van figuur 36 staan de massa M en de straal R van de aarde en de maan.
- a Bereken met alleen deze gegevens dat de valversnelling op het maanoppervlak (ongeveer) zes keer zo klein is als de valversnelling op aarde.
 - b Bereken met deze gegevens de valversnelling op het maanoppervlak.
- 43** In de tabel van figuur 37 staan de astronomische waarnemingen van de omlooptijd T en de baanstraal r van de vier grootste manen van de planeet Jupiter. Bereken met deze gegevens de massa van Jupiter. Controleer je antwoord met Binas.
- 44** De satellieten van het gps-netwerk Galileo draaien in cirkelbanen op een hoogte van 23 616 km boven de aarde. Bereken de omlooptijd van deze satellieten.
- 45** Een geostationaire baan is alleen mogelijk boven de evenaar. De omlooptijd van de satelliet is dan gelijk is aan de rotatieperiode van de aarde.
- a Zoek de rotatieperiode van de aarde op in Binas en noteer deze.
 - b Bereken de hoogte van de geostationaire baan boven zeeniveau.
 - c Bereken de baansnelheid van een geostationaire satelliet.



Figuur 35 Reparaties aan het International Space Station (ISS)

	M (10^{24} kg)	R (10^6 m)
aarde	5,972	6,371
maan	0,0735	1,738

Figuur 36 Massa en straal van de aarde en de maan

maan	T (10^5 s)	r (10^8 m)
Io	1,53	4,22
Europa	3,07	6,71
Ganymedes	6,20	10,7
Callisto	14,4	18,8

Figuur 37 Omlooptijd en baanstraal van de vier grootste manen van Jupiter

Oefenen A

Bekijk of je de belangrijkste onderwerpen van paragraaf 10.2 en 10.3 begrepen hebt.

10.4 Gravitatie-energie

W6 Zwaarte-energie

ONTDEKKEN

Het lanceren van een satelliet kost heel veel brandstof. Een klein deel van de energie in die brandstof wordt gebruikt om de satelliet steeds meer snelheid te geven tegen de zwaartekracht in. Het grootste deel van die energie gaat 'verloren' in de vorm van warmte van de uitgestoten gassen en de kinetische energie en zwaarte-energie van de draagraket(ten) op het moment dat ze worden afgeworpen. Uiteindelijk heeft de satelliet de juiste hoeveelheid kinetische energie en zwaarte-energie voor zijn geplande baan om de aarde. Omdat we de zwaartekracht inmiddels kennen als de gravitatiekracht, krijgt ook de zwaarte-energie nu een andere naam: gravitatie-energie.

PARAGRAAFVRAAG

Hoe groot is de gravitatie-energie van een voorwerp?

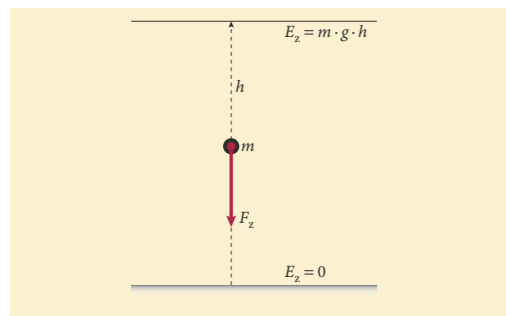
BEGRIJPEN

Arbeid en gravitatie-energie

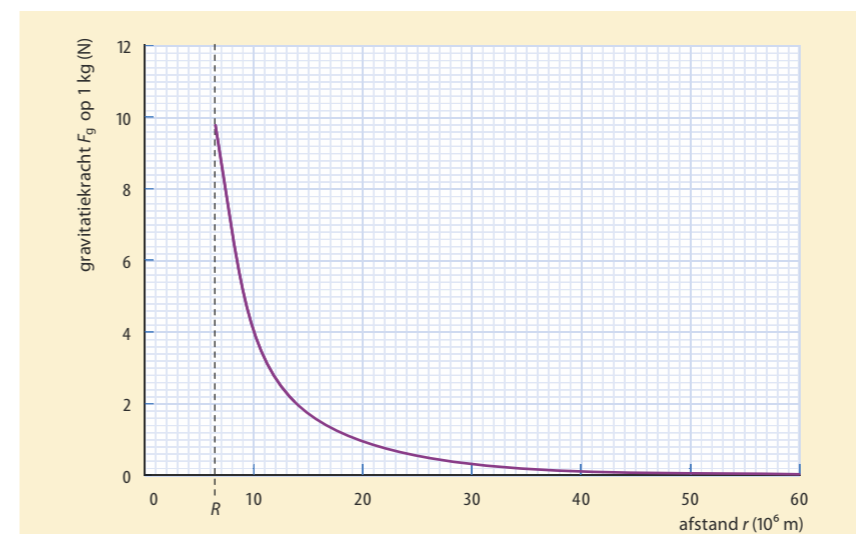
Bij het optillen van een voorwerp naar een hoogte h in de buurt van het aardoppervlak verrichten de spieren arbeid en leveren daarmee energie aan het voorwerp. Uit hoofdstuk 9 weet je dat de energie die op deze manier in het voorwerp wordt opgeslagen, de zwaarte-energie is. Deze zwaarte-energie E_z is gelijk aan de arbeid $W_{F_z} = F_z \cdot h$ die tegen de zwaartekracht in moet worden verricht om het voorwerp naar die hoogte te brengen (zie figuur 38). Daaruit volgt de bekende formule $E_z = m \cdot g \cdot h$ voor de zwaarte-energie van een voorwerp ten opzichte van het aardoppervlak.

Dicht bij de aarde is de gravitatiekracht bij benadering constant met de hoogte maar verder van de aarde neemt deze af met de afstand. Dan geldt de formule voor de zwaarte-energie niet meer en spreken we over de **gravitatie-energie** E_g . Je kunt in dat geval de arbeid bepalen uit het diagram van de gravitatiekracht F_g tegen de afstand r tot het middelpunt van de aarde. Want de arbeid die nodig is om een voorwerp omhoog te brengen vanaf een afstand r_1 tot het middelpunt van de aarde naar een afstand r_2 is gelijk aan de oppervlakte onder de F_g, r -grafiek tussen r_1 en r_2 . Het maakt voor de arbeid dan niet uit welke weg je kiest: of je recht omhoog gaat of langs een willekeurig traject.

In figuur 39 zie je hoe de gravitatiekracht op 1 kg afneemt met de afstand tot het middelpunt van de aarde. Aan het aardoppervlak is de zwaartekracht 9,81 N en op een afstand van bijvoorbeeld $r = 10 \cdot 10^6$ m is de gravitatiekracht nog maar 4,0 N. Met het diagram kun je een schatting maken van de gemiddelde gravitatiekracht tussen het aardoppervlak en de nieuwe positie. Vervolgens bereken je de arbeid met $W_{F_g} = F_{g, \text{gem}} \cdot \Delta r$. Of je bepaalt de arbeid door hokjes te tellen. Deze arbeid is gelijk aan de gravitatie-energie E_g van het voorwerp op die afstand, ten opzichte van het aardoppervlak.



Figuur 38 De arbeid W_{F_z} van de (vrijwel constante) zwaartekracht F_z geeft de hoeveelheid omgezette zwaarte-energie E_z die het voorwerp had op een hoogte h boven het aardoppervlak.



Figuur 39 De gravitatiekracht F_g op een massa m van 1,0 kg als functie van de afstand r tot het middelpunt van de aarde. De afstand R is de straal van de aarde.

Nulpunt van gravitatie-energie

Bij energie-omzettingen van de zwaarte- of gravitatie-energie gaat het altijd om veranderingen van de hoeveelheid energie. Het maakt dus niet uit waar de hoeveelheid zwaarte- of gravitatie-energie nul wordt gekozen. Voor de zwaarte-energie van een voorwerp is het vaak handig om het nulpunt op het aardoppervlak te kiezen. Daar heeft een voorwerp dan geen zwaarte-energie: $E_z = 0$. Boven de grond is de zwaarte-energie dan altijd positief.

In de natuurkunde is ervoor gekozen het nulpunt van de gravitatie-energie van twee massa's op een 'oneindig grote onderlinge afstand' te leggen. De gravitatie-energie heeft dan altijd een negatieve waarde, zoals in het diagram van figuur 40. Bij een raketvlucht vanaf het aardoppervlak heeft de raket dus eerst een bepaalde negatieve hoeveelheid gravitatie-energie, die minder negatief wordt naarmate de raket verder van de aarde is. Op heel grote afstand neemt de gravitatie-energie steeds langzamer toe tot $E_g = 0$ J op oneindig grote afstand.

Bij de lancering van een satelliet die in een baan rond de aarde wordt gebracht, neemt niet alleen de gravitatie-energie toe, maar ook de kinetische energie. Zo heeft het International Space Station ISS, op een hoogte van 408 km, een baansnelheid van $7,66 \cdot 10^3$ m/s. Door die hoge snelheid en de relatief geringe hoogte is voor het ISS de toename van de kinetische energie vele malen groter dan de toename van de gravitatie-energie. Bij de lancering van satellieten naar de geostationaire baan, op een veel grotere hoogte en met een lagere baansnelheid, is dat net andersom.

- ★ De toename van de gravitatie-energie van een voorwerp is even groot als de arbeid die tegen de gravitatiekracht verricht wordt tijdens het optillen.
- ★ De arbeid door de gravitatiekracht is te bepalen uit de oppervlakte onder de kromme in een F_g, r -diagram.
- ★ Het nulpunt van de gravitatie-energie wordt gekozen 'in het oneindige'.

VOORBEELDOPGAVE 5

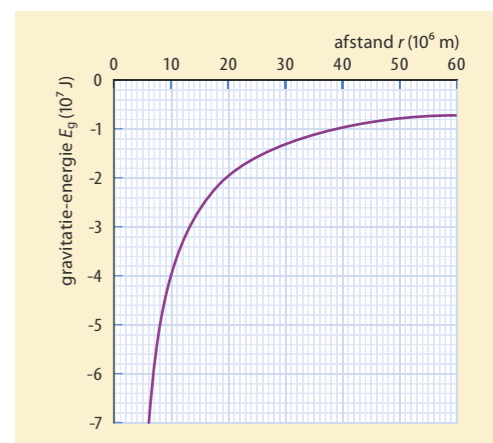
Een voorwerp van 20 kg wordt omhoog gebracht tot een hoogte boven het aardoppervlak waarbij $r = 10 \cdot 10^6$ m.

Vraag: Bepaal de toename van de gravitatie-energie tot $r = 10 \cdot 10^6$ m.

Antwoord: De toename van de gravitatie-energie is de arbeid die tegen de gravitatiekracht in is verricht bij het omhoog brengen van dit voorwerp. De gemiddelde gravitatiekracht op 1 kg tussen het aardoppervlak en $r = 10 \cdot 10^6$ m is ongeveer 6,5 N (zie figuur 39). Op een massa van 20 kg is de gemiddelde gravitatiekracht dan 130 N.

Bereken de toename van de gravitatie-energie met de arbeid die de gemiddelde gravitatiekracht verricht:

$$\Delta E_g = W_{F_{g, \text{gem}}} = F_{g, \text{gem}} \cdot \Delta r \\ = 130 \times (10 \cdot 10^6 - 6,371 \cdot 10^6) = 4,7 \cdot 10^8 \text{ J}$$



Figuur 40 De gravitatie-energie E_g van een voorwerp met een massa van 1,0 kg, afhankelijk van de afstand r tot het middelpunt van de aarde. Het nulpunt van de gravitatie-energie ligt 'in het oneindige'.

- 46** Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.
- Als een voorwerp naar het aardoppervlak valt, neemt de gravitatie-energie af.
 - De afname van gravitatie-energie van een voorwerp is even groot als de arbeid die de gravitatiekracht verricht tijdens het vallen naar het aardoppervlak.
 - Voor het nulpunt van de gravitatie-energie wordt meestal het aardoppervlak gekozen.
 - De gravitatie-energie van een voorwerp heeft een kleinere negatieve waarde naarmate de afstand tot het middelpunt van de aarde groter is.
 - De gravitatie-energie is altijd negatief.
 - Voor de verandering van de gravitatie-energie van een voorwerp maakt het niet uit waar het nulpunt van de gravitatie-energie gekozen wordt.
 - Als een satelliet naar een hogere baan gebracht wordt, neemt de gravitatie-energie van de satelliet toe.
 - De gravitatie-energie van een voorwerp op een bepaalde afstand van het middelpunt van de aarde is evenredig met de massa van het voorwerp.
- 47** Een komeet beweegt in een ellipsbaan onder invloed van de gravitatiekracht van de zon.
- Leg uit waar de gravitatie-energie van de komeet het grootst is: dichtbij de zon of ver van de zon af?
 - Leg uit waar de snelheid van de komeet het grootst is: dichtbij de zon of ver van de zon af?
- 48** In de buurt van het aardoppervlak is de gravitatiekracht op een voorwerp min of meer constant.
- Leg uit dat de gravitatie-energie in de buurt van het aardoppervlak gelijkmatig toeneemt met de hoogte.
 - Leg uit waardoor die toename niet meer gelijkmatig is als het voorwerp verder van de aarde komt.
 - Leg uit waardoor de grafiek van de gravitatie-energie in figuur 40 dicht bij de aarde steil toeneemt en op grotere afstand steeds langzamer stijgt.
- 49** In figuur 39 zie je hoe de gravitatiekracht F_g op een steen van 1,0 kg afneemt als de steen verder van de aarde komt.
- Bepaal de gravitatiekracht bij $r = 1 \cdot 10^7$ m.
 - Ga na dat er ongeveer $2 \cdot 10^7$ J arbeid nodig is om de steen vanaf het aardoppervlak naar die hoogte te brengen ($R = 6,4 \cdot 10^6$ m).
 - Leg uit dat er ongeveer $2 \cdot 10^7$ J nodig is om deze steen van $r = 1 \cdot 10^7$ m naar $r = 2 \cdot 10^7$ m te brengen.
- Om de steen nog verder van de aarde te verwijderen, van $r = 2 \cdot 10^7$ m naar 'oneindig ver', is nog eens $2 \cdot 10^7$ J arbeid nodig.
- Bepaal met deze gegevens hoe groot de gravitatie-energie van de steen op het aardoppervlak is.
 - Ga na of het antwoord op vraag d in overeenstemming is met figuur 40.
- 50** In figuur 40 zie je hoe de gravitatie-energie E_g van een steen van 1,0 kg toeneemt, als je de steen verder van de aarde brengt.
- Ga met een getallenvoorbeeld na of de gravitatie-energie omgekeerd evenredig is met r of met r^2 .
 - Bepaal de toename van de gravitatie-energie van een satelliet van 525 kg die vanaf het aardoppervlak in de geostationaire baan ($r = 42 \cdot 10^6$ m) wordt gebracht.

W7 Arbeid verricht door de gravitatiekracht

BEHEERSEN

Gravitatie-energie

Voor de gravitatie-energie van een massa m van een voorwerp ten opzichte van een massa M van een hemellichaam geldt:

$$E_g = -G \cdot \frac{m \cdot M}{r}$$

In deze formule is E_g de gravitatie-energie (in J), m de massa van het voorwerp (in kg), M de massa van het hemellichaam (in kg) en r de onderlinge afstand (in m) tussen de massamiddelpunten van het voorwerp en het hemellichaam. De evenredigheidsconstante G is de gravitatieconstante.

Door de keuze van het nulpunt 'in het oneindige' heeft de gravitatie-energie altijd een negatieve waarde en neemt deze toe als de afstand tussen de hemellichamen groter wordt. Op steeds grotere onderlinge afstand nadert de gravitatie-energie steeds meer naar nul.

WISKUNDIGE RELATIE TUSSEN GRAVITATIEKRACHT EN GRAVITATIE-ENERGIE

Voor twee massa's geldt dat de waarde van de gravitatie-energie op afstand r gelijk is aan de arbeid die tegen de gravitatiekracht in verricht wordt, als de afstand toeneemt van r naar oneindig. Bij elke waarde van r van de grafiek in het diagram van figuur 40 heeft de gravitatie-energie de waarde die je ook vindt als je in het diagram van figuur 39 de oppervlakte onder de grafiek bepaalt vanaf die afstand r tot 'oneindig ver'.

Wiskundig gezien is $E_g(r)$ de geïntegreerde functie van $F_g(r)$. En omgekeerd is $F_g(r)$ de afgeleide functie van $E_g(r)$.

Ontsnappingsnelheid

Als je een voorwerp vanaf het aardoppervlak recht omhoog schiet, komt deze na verloop van tijd onder invloed van de gravitatiekracht weer omlaag. Hoe groter de snelheid is waarmee je het voorwerp wegschiet, des te groter is de hoogte die het voorwerp bereikt voordat het weer gaat terugvallen. Bij een bepaalde waarde van de snelheid komt het voorwerp niet meer terug. Die snelheid wordt de **ontsnappingsnelheid** (symbool: v_o) genoemd. De aanvankelijke kinetische energie is dan groter dan de totale arbeid die tegen de gravitatiekracht in verricht moet worden om helemaal 'los' te komen van de aarde (zie figuur 41).

De snelheid die nodig is om buiten de dampkring te komen, is veel kleiner dan de ontsnappingsnelheid. Want net buiten de dampkring is de gravitatie-energie relatief nog maar weinig toegenomen ten opzichte van de energie die nodig is om in het oneindige te komen. Ook om naar de maan te gaan is een kleinere snelheid nodig dan de ontsnappingsnelheid.

VOORBEELDOPGAVE 6

Een voorwerp van 20,0 kg wordt van het aardoppervlak omhoog gebracht tot een hoogte van 400 km.

Vraag: Bereken de arbeid die is verricht bij het omhoog brengen van dit voorwerp.

Antwoord: De aarde heeft een massa M van $5,972 \cdot 10^{24}$ kg en een straal R van $6,371 \cdot 10^6$ m. Bij $h = 400$ km geldt $r = R + h = 6,771 \cdot 10^6$ m. De gravitatie-energie aan het aardoppervlak is:

$$E_g = -G \cdot \frac{m \cdot M}{r} \\ = -6,674 \cdot 10^{-11} \times \frac{20,0 \times 5,972 \cdot 10^{24}}{6,371 \cdot 10^6} = -1,251 \cdot 10^9 \text{ J}$$

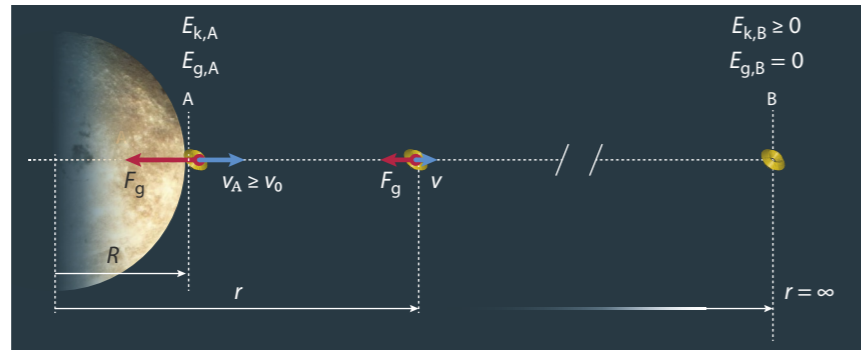
De gravitatie-energie bij $h = 400$ km:

$$E_g = -G \cdot \frac{m \cdot M}{R} \\ = -6,674 \cdot 10^{-11} \times \frac{20,0 \times 5,972 \cdot 10^{24}}{6,371 \cdot 10^6} = -1,177 \cdot 10^9 \text{ J}$$

De arbeid is gelijk aan de toename van de gravitatie-energie:

$$W_{F_g} = \Delta E_g \\ = -1,177 \cdot 10^9 - (-1,251 \cdot 10^9) = 7 \cdot 10^7 \text{ J}$$

W8 Gravitatie-energie wiskundig



Figuur 41 Een voorwerp dat met minimaal de ontsnappingsnelheid v_0 vanaf het planeetoppervlak vertrekt, heeft op een 'oneindig grote' afstand r van de planeet een gravitatie-energie $E_g = 0$ en kinetische energie $E_k \geq 0$.

Het voorwerp keert niet meer terug naar het aardoppervlak als de kinetische energie E_k op een oneindig grote afstand nul is geworden. Op die afstand is ook (volgens afspraak) de gravitatie-energie E_g van het voorwerp nul. Volgens de wet van energiebehoud geldt dan voor de ontsnappingsnelheid v_0 vanaf het oppervlak van een planeet met massa M en straal R (zie figuur 41):

$$E_{k,A} + E_{g,A} = E_{k,B} + E_{g,B} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 - G \cdot \frac{m \cdot M}{R} = 0 \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R}}$$

De ontsnappingsnelheid v_0 is dus groter naarmate de massa M van de planeet groter is en de straal R kleiner. Aan de formule zie je dat de ontsnappingsnelheid niet afhangt van de massa m van het gelanceerde voorwerp. Voor alle hemellichamen is op deze manier de ontsnappingsnelheid vanaf het oppervlak te berekenen.

VOORBEELDOPGAVE 7

Een raket met een massa van 920 kg wordt vanaf de maan weggeschoten met de ontsnappingsnelheid.

Vraag: Bereken die ontsnappingsnelheid.

Antwoord: Uit Binas: voor de maan geldt $M = 0,0735 \cdot 10^{24}$ kg en $R = 1,738 \cdot 10^6$ m.

De formule voor de ontsnappingsnelheid volgt uit: $E_{k,aarde} + E_{g,aarde} = 0$.

Uitwerken geeft: $v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R}}$.

Voor de ontsnappingsnelheid vanaf het oppervlak van de maan geldt dan:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R}} = \sqrt{\frac{2 \times 6,67 \cdot 10^{-11} \times 0,0735 \cdot 10^{24}}{1,738 \cdot 10^6}} = 2,38 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

51 De paragraafvraag is: Hoe groot is de gravitatie-energie van een voorwerp? Wat is het antwoord op deze vraag?

52 De formule voor de gravitatie-energie is gebaseerd op de afspraak dat de gravitatie-energie voor steeds grotere onderlinge afstanden naar nul gaat.

- Leg uit dat die formule in overeenstemming is met deze afspraak.
- Controleer dat de eenheden links en rechts in deze formule gelijk zijn.
- Leg uit dat het bij figuur 40 geen zin heeft om de grafiek door te tekenen voor steeds kleinere waarden van r .

53 Een satelliet wordt vanaf het aardoppervlak ($r = R_A$) in een baan gebracht met een baanstraal $r = 2 \cdot R_A$.

- Leg uit dat daarbij de gravitatie-energie van de satelliet toeneemt. Vervolgens wordt de satelliet vanuit de baan $r = 2 \cdot R_A$ naar een baan gebracht met $r = 3 \cdot R_A$.
- Leg uit dat de gravitatie-energie dan minder toeneemt dan van $r = R_A$ naar $r = 2 \cdot R_A$.

54 In figuur 40 zie je hoe de gravitatie-energie van een steen van 1,0 kg afhangt van de afstand r tot het middelpunt van de aarde.

- Bereken met de formule de gravitatie-energie van een steen van 1,0 kg aan het aardoppervlak en bij $r = 40 \cdot 10^6$ m. Controleer of je antwoorden in overeenstemming zijn met figuur 40.
- Bereken de arbeid die nodig om een satelliet met een massa van $2,4 \cdot 10^2$ kg van het aardoppervlak naar $r = 40 \cdot 10^6$ m te brengen.

55 Een satelliet met een massa m van 100 kg wordt vanaf de evenaar in een geostationaire baan gebracht op een hoogte van 35 786 km boven de evenaar.

- Bereken de gravitatie-energie van de satelliet bij de evenaar en in de geostationaire baan.
- Bereken met de antwoorden van vraag a de arbeid die nodig is om de satelliet verticaal 'op te tillen' vanaf de evenaar naar de hoogte van de geostationaire baan.
- Bereken de kinetische energie van de satelliet in deze baan. Voor de lancering vanaf de evenaar heeft de satelliet ook al kinetische energie door de draaiing van de aarde om zijn as.
- Bereken de kinetische energie van de satelliet voor de lancering.
- Bereken de minimale arbeid die nodig is om de satelliet vanaf de evenaar in een geostationaire baan te brengen.
- Leg uit waardoor de lancering veel meer energie kost dan berekend in vraag e.

56 Voor de ontsnappingsnelheid v_0 vanaf het oppervlak van een hemellichaam met massa M en straal R geldt: $v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R}}$.

- Controleer dat de eenheden links en rechts in deze formule gelijk zijn.
- Leg uit dat de ontsnappingsnelheid niet afhangt van de massa m van het voorwerp dat weggeschoten wordt.
- Bereken de ontsnappingsnelheid vanaf Mars.

57 Een planeet met dezelfde dichtheid maar met een twee keer zo grote straal als de aarde heeft ook een grotere massa.

- Beredeneer dat de massa van die planeet acht keer zo groot is als die van de aarde.
- Beredeneer hoeveel keer zo groot of klein de ontsnappingsnelheid vanaf het oppervlak van deze planeet is.

58 De ontsnappingsnelheid vanaf het aardoppervlak is 11,2 km/s. De massa van de maan is 81 keer zo klein als de massa van de aarde, en de straal van de maan is 3,7 keer zo klein als de straal van de aarde.

- Beredeneer met behulp van verhoudingen dat de ontsnappingsnelheid vanaf de maan ongeveer vijf keer zo klein is als vanaf het aardoppervlak.
- Leg uit of dit betekent dat er dan ook vijf keer zo weinig energie nodig is om vanaf de maan te ontsnappen, vergeleken met het ontsnappen vanaf de aarde.

59 Neutronensterren hebben een veel grotere dichtheid dan normale sterren. Een bepaalde neutronenster heeft een massa m van 1,5 keer de massa van de zon en een straal van 11 km.

- Bereken de ontsnappingsnelheid vanaf het oppervlak van die neutronenster.
- Bereken hoeveel procent van de lichtsnelheid dat is.

60 Naar de maan

Een ruimteschip vliegt in een rechte lijn van de aarde naar de maan. Voor de lancering van het ruimteschip wordt een stuwraaket gebruikt, die op een hoogte van 300 km boven het aardoppervlak wordt afgeworpen. Op dat moment moet het ruimteschip voldoende snelheid hebben om de maan te bereiken. De massa van het ruimteschip is $4,0 \cdot 10^3$ kg.

De snelheid van het ruimteschip op 300 km hoogte mag lager zijn dan de ontsnappingsnelheid om toch de maan te kunnen bereiken.

a Leg uit waardoor.

Naarmate het ruimteschip verder van de aarde komt, ondervindt het ook invloed van de aantrekking van de maan. Ergens onderweg passeert het schip het punt waar de gravitatiekrachten van de aarde en de maan op het ruimteschip even groot zijn.

b Ga na dat, om de maan te bereiken, het volstaat dat het schip voldoende energie heeft om dit punt te bereiken.

In figuur 42 staan zeven plaatsen (B t/m H) waar dit punt zich mogelijk bevindt. De afstanden in deze figuur zijn op schaal. De massa van de aarde is 81 keer zo groot als de massa van de maan.

c Leg uit waarom de plaatsen B t/m E zeker niet juist kunnen zijn.

In punt F geldt dat FM (de afstand van F tot de maan) $\frac{1}{3}$ is van FA (de afstand van F tot de aarde).

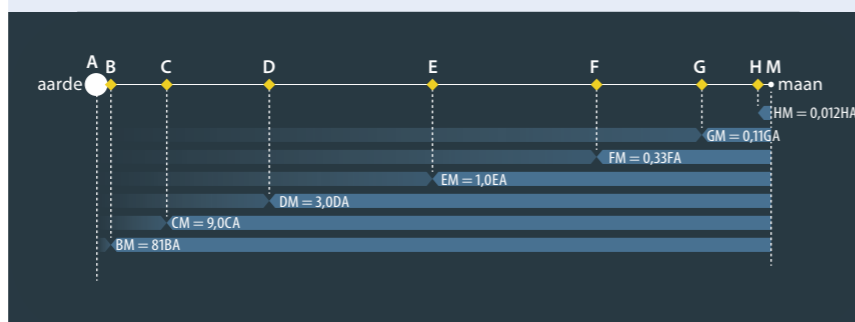
d Leg uit of punt F het punt is waar de gravitatiekrachten gelijk zijn.

e Leg uit dat de gravitatiekrachten gelijk zijn als de afstand tot de maan $\frac{1}{9}$ is van de afstand tot de aarde (punt G).

In punt G is de afstand tot (het middelpunt van) de aarde gelijk aan 90% van de afstand tussen de aarde en de maan.

f Bereken de snelheid die het ruimteschip op 300 km hoogte moet hebben om punt G te bereiken. Houd daarbij ook rekening met de gravitatie-energie ten opzichte van de maan.

Naar voorbeeldexamen vwo 2016, opgave 4



Figuur 42 Een ruimteschip op weg van de aarde naar de maan

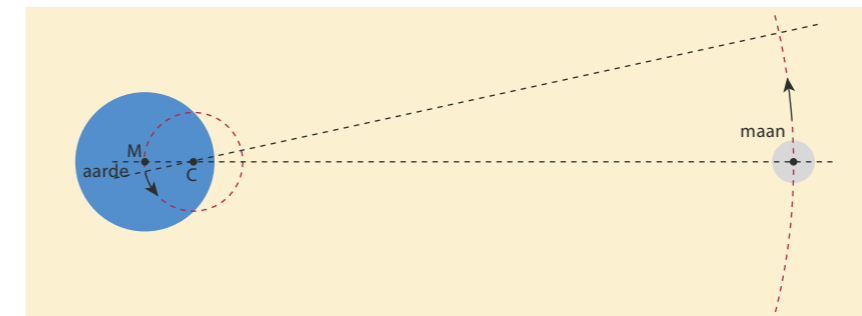
Oefenen B

Bekijk of je de belangrijkste onderwerpen van paragraaf 10.2 t/m 10.4 begrepen hebt.

10.5 Verdieping

Eb en vloed

De maan draait elke maand een rondje om de aarde onder invloed van de gravitatiekracht van de aarde op de maan. Maar de maan oefent toch net zo'n grote gravitatiekracht uit op de aarde? Is dat dan geen middelpuntzoekende kracht op de aarde in een baan om de maan? Ja en nee. De aarde en de maan draaien samen rondjes om een gemeenschappelijk centrum C, dat veel dichterbij (het middelpunt van) de aarde ligt. Het ligt zelfs binnen de aarde (zie figuur 43).



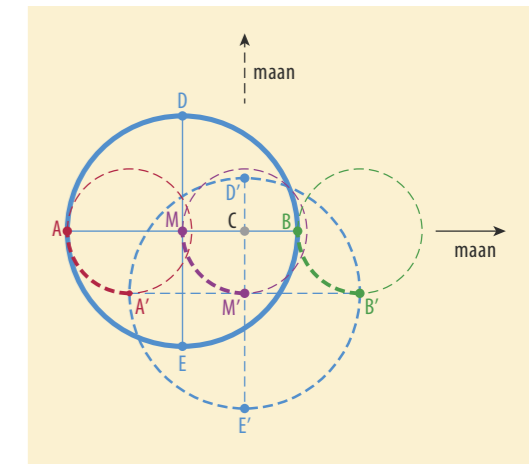
Figuur 43 Het systeem aarde-maan van 'bovenaf' gezien.

De maan heeft geen invloed op de draaiing van de aarde om de aardas, wel op de positie van de aarde. Stel je daarom even voor dat de aarde niet om zijn as draait, maar dezelfde stand houdt ten opzichte van de sterrenhemel. In figuur 44 stelt de getrokken cirkel met het getrokken assenkruis de aarde voor als de maan zich rechts van de aarde bevindt. M is het middelpunt van de aarde en A en B zijn punten op de aarde. Een kwart maand later is het centrum C van het aarde-maan-systeem nog steeds op dezelfde plaats (eigenlijk: even ver van de zon). De aarde is dan een kwart cirkelbaan om C verplaatst, maar niet van stand veranderd. In de tekening is dat de gestreepte cirkel met het gestreepte assenkruis. De positie van A is A' geworden, M is M' geworden en B is B' geworden. Van een niet-draaiende aarde leggen dus alle punten in een maand tijd een cirkelbaan af met dezelfde straal, maar wel ieder om een eigen middelpunt.

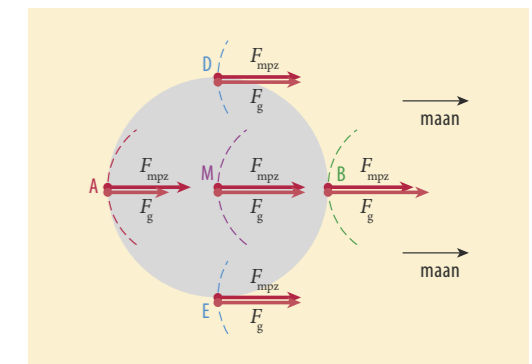
De benodigde middelpuntzoekende kracht is dus overal even groot en gericht naar de maan. Voor de aarde als geheel is in punt M de gravitatiekracht F_g van de maan precies de middelpuntzoekende kracht F_{mpz} . Maar aan de maankant van de aarde is F_g iets groter dan F_{mpz} en aan de 'anti-maankant' iets kleiner zie figuur 45. Daardoor word je aan de maankant van de aarde een heel klein beetje opgetild, je gewicht is daar ietsje kleiner. En aan de tegenoverliggende kant van de aarde ben je op dat moment iets lichter doordat je een beetje 'uit de maandelijke bocht vliegt'.

De aarde draait natuurlijk wel om zijn eigen as, en ook daarvoor moet er een middelpuntzoekende kracht op alle voorwerpen op aarde werken. Die wordt geleverd door de zwaartekracht van de aarde samen met de normaalkracht van de grond. Die nettokracht is niet overal op aarde gelijk, maar wel constant in de tijd: de zwaartekracht van de aarde op een op aarde liggend voorwerp verandert niet in de loop van een etmaal. Voor de gravitatiekracht van de maan op een voorwerp dat op de aarde ligt geldt dat wel.

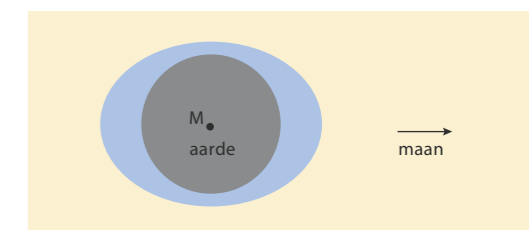
Niemand heeft ooit deze gewichtsverandering gevoeld, maar een oceaan reageert er wel op. Aan de maankant en aan de anti-maankant van de aarde 'stulpt' een oceaan een beetje 'uit' en de aarde draait daar in een etmaal 'onderdoor' zie figuur 46. Zo'n vloedberg verplaatst zich dus schijnbaar van oost naar west. Maar dit gaat alleen op voor een wereldwijde massa water zoals in de oceanen om Antarctica. Daar komen de twee vloedbergen geen land of ondiepe zeeën tegen.



Figuur 44 De niet-draaiende aarde, nu (getrokken cirkel en assenkruis) en een kwart maand later



Figuur 45 In M, D en E is F_g even groot als de benodigde F_{mpz} . In A is F_g iets te klein en in B iets te groot.



Figuur 46 Twee vloedbergen op de aarde

Eb en vloed in de Noordzee is dan ook het gevolg van de 'vloedgolf' die twee keer per etmaal vanuit het zuiden de hele Zuid- en Noord-Atlantische oceaan overloopt, om uiteindelijk tussen Schotland en Noorwegen de Noordzee binnen te komen.

Invloed van de zon op de getijden

Niet alleen de maan, ook de zon heeft invloed op de getijdebeweging van de zeeën en oceanen op aarde. Door de grotere massa en de grotere afstand van de zon is de invloed van de zon op de getijdebeweging ongeveer de helft van die van de maan. Op dezelfde manier als de maan veroorzaakt de zon twee 'waterbergen' aan weerskanten van de aarde. Die zijn dus wat minder hoog dan de 'waterbergen' die de maan veroorzaakt.

Als de invloeden van de zon en de maan elkaar versterken is het *springtij*. Het verschil tussen hoog en laag water is dan groter dan normaal. Als de beide invloeden elkaar verzwakken, is er sprake van *doodtij*. Het verschil tussen hoog en laag water is dan kleiner dan normaal.

massa aarde:	$5,97 \cdot 10^{24}$ kg
massa maan:	$7,35 \cdot 10^{22}$ kg
straal aarde:	$6,37 \cdot 10^6$ m
afstand aarde-maan:	$3,84 \cdot 10^8$ m
massa zon:	$1,99 \cdot 10^{30}$ kg
straal zon:	$6,96 \cdot 10^8$ m
afstand aarde-zon:	$1,50 \cdot 10^{11}$ m

Figuur 47 Gegevens van de aarde, de maan en de zon

61 Voor het zwaartepunt Z van twee hemellichamen geldt dat de afstand tot het middelpunt van elk hemellichaam omgekeerd evenredig is met de massa van dat hemellichaam. Het gemeenschappelijke centrum C van de aarde en de maan is het punt waar de gravitatiekracht van de zon aangrijpt op het systeem aarde-maan. Het is dus het zwaartepunt Z van aarde en maan samen. Laat met behulp van de tabel in figuur 47 zien dat de afstand tussen het gemeenschappelijk centrum C van het systeem aarde-maan en het middelpunt van de aarde $4,67 \cdot 10^6$ m is.

62 Een steen met een massa van 10,00 kg ligt op een zeer gevoelige weegschaal op een plaats op aarde waar op dat moment de maan verticaal boven staat (punt B in figuur 44 en 45). Laat met een berekening zien dat de steen in positie B ongeveer 0,00001% lichter is dan zes uur eerder in positie E en zes uur later in positie D. Gebruik de gegevens van de tabel van figuur 47 en het resultaat van opgave 61 dat de afstand van M tot C $4,67 \cdot 10^6$ m is.

63 De gravitatiekracht $F_{g,zon}$ van de zon is de benodigde middelpuntzoekende kracht voor de beweging van de aarde om de zon. Maar ook voor deze beweging geldt $F_{g,zon} = F_{mpz}$ voor de vaste aarde. Aan de zonzkant van de aarde is $F_{g,zon} > F_{mpz}$ en aan de tegenoverliggende kant is $F_{g,zon} < F_{mpz}$.

a Leg uit dat het systeem zon en aarde ook een gemeenschappelijk zwaartepunt heeft waar beide omheen draaien. Lees nogmaals de eerste zin van opgave 61.

b Leg met behulp van de gegevens uit de tabel van figuur 47 uit dat dit gemeenschappelijke zwaartepunt zich bij benadering in het middelpunt van de zon bevindt, waardoor je rustig kunt zeggen dat de aarde om de zon draait.

c Leg uit dat springvloed bij Australië optreedt bij nieuwe maan en bij volle maan.

d Leg uit waardoor springvloed in Nederland twee etmalen na nieuwe maan optreedt.

e Leg uit wanneer het 'doodtij' is, dat wil zeggen dat de vloedbergen het laagst zijn.

10.6 Afsluiting

HOOFDSTUKVRAAG EN SAMENVATTING

- 64** De hoofdstukvraag is: Hoe zijn de cirkelbewegingen van de planeten in ons zonnestelsel te verklaren, en welke regelmaat vertonen deze bewegingen? Geef een uitgebreid en compleet antwoord op deze vraag.
- 65** Maak een samenvatting van dit hoofdstuk door antwoord te geven op de volgende vragen.
- Wat is een eenparige cirkelbeweging?
 - Welke formule geeft het verband tussen baansnelheid, baanstraal en omlooptijd bij een eenparige cirkelbeweging?
 - Welke eigenschappen moet de (netto)kracht op een voorwerp hebben om het voorwerp een eenparige cirkelbeweging te laten uitvoeren?
 - Welke formule geeft de grootte van deze benodigde middelpuntzoekende kracht?
 - Welke kracht werkt als middelpuntzoekende kracht bij de cirkelbeweging van planeten rond de zon, en van manen rond een planeet?
 - Welke eigenschappen heeft de gravitatiekracht?
 - Welke formule geeft de grootte van de gravitatiekracht?
 - Hoe hangt de valversnelling aan het oppervlak van een planeet (of een ander hemellichaam) af van de massa en de straal van de planeet? Op welke manier is de formule voor het verband tussen deze grootheden af te leiden?
 - Hoe hangt de baansnelheid van een planeet (of een ander hemellichaam) af van de baanstraal en de massa van het hemellichaam waar het omheen draait? Op welke manier is de formule voor het verband tussen deze grootheden af te leiden?
 - Welke eigenschappen heeft de geostationaire baan van satellieten?
 - Wat is de relatie tussen de gravitatiekracht op en de gravitatie-energie van een voorwerp?
 - Met welke formule kun je de gravitatie-energie van een voorwerp berekenen? Wat is daarbij het nulpunt van de gravitatie-energie?
 - Wat versta je onder de ontsnappingsnelheid van een voorwerp op een planeet?
 - Hoe hangt de ontsnappingsnelheid vanaf het oppervlak van een planeet (of een ander hemellichaam) af van de massa en de straal van de planeet? Op welke manier is de formule voor het verband tussen deze grootheden af te leiden?

Begrippenkaart

Ga na of je van elk begrip goed weet wat het betekent.

Formules, grootheden en eenheden

Noteer bij elk symbool in de formule de naam van de grootheid en de eenheid. Vermeld in welke situatie(s) de formule gebruikt wordt.

Samenvatting

Bestudeer de samenvatting.

Zelftoets

Test je kennis over dit hoofdstuk.

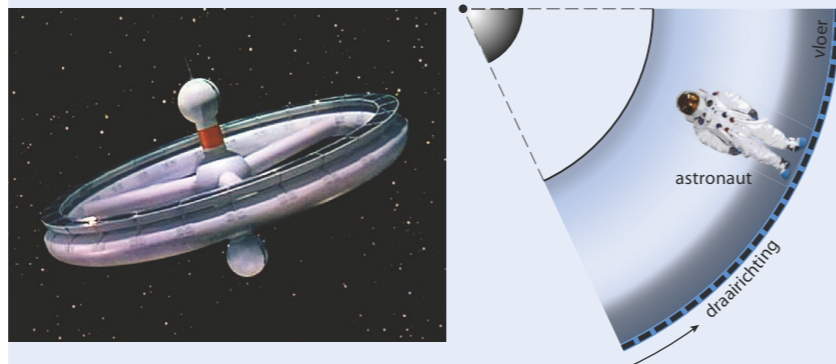
Keuzeonderwerpen

- Satellietbanen
- Getijden
- Exoplaneet
- Kermis- en pretparkattracties
- Geocentrisch en heliocentrisch wereldbeeld
- Newton of Kepler

EINDOPGAVEN

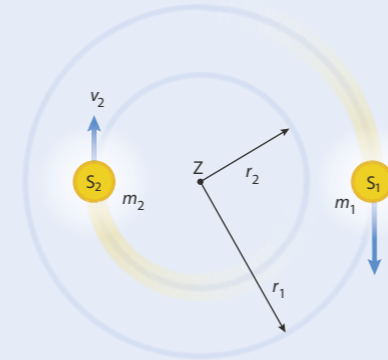
- 66** De ruimtecapsule Apollo-8 werd in 1968 in een vrijwel cirkelvormige baan rond de maan gebracht op een hoogte van 112 km boven het maanoppervlak. De capsule had een omlooptijd van 120,5 minuten. Bereken met deze gegevens de massa van de maan.
- 67** Spot-4 is een aardobservatiesatelliet die tot 2013 in werking was. Spot-4 bewoog in een cirkelbaan rond de aarde met een omlooptijd van 1 uur, 39 minuten en 44 seconden. Bereken de hoogte van de satellietbaan boven het aardoppervlak.
- 68** Het internationale ruimtestation ISS dat rond de aarde cirkelt, is gedeeltelijk afgeleid van de ideeën van de Duits-Amerikaanse raketwetenschapper Wernher von Braun. Deze ontwierp in de jaren 50 van de vorige eeuw een wielvormig ruimtestation (zie figuur 48). Doordat het ruimtewiel in zijn baan rond de aarde ook om zijn eigen rotatie-as draait, ondervindt een astronaut op de omtrek van het wiel een soort 'kunstmatige zwaartekracht'. In figuur 49 is een astronaut getekend die op de 'vloer' van het ruimtewiel staat.
- a** Leg uit hoe deze kunstmatige zwaartekracht op de astronaut ontstaat. Je mag daarbij gebruik maken van figuur 49.
- De straal van het ruimtewiel is 40 m. In het ontwerp is ervan uitgegaan dat de grootte van de kunstmatige zwaartekracht een derde van de zwaartekracht op het aardoppervlak moet zijn.
- b** Bereken de omlooptijd die het ruimtewiel moet hebben voor deze kunstmatige zwaartekracht.

Naar examen vwo 2008-I, opgave 4



Figuur 54 Impressie van het ruimtewiel **Figuur 55** 'Bovenaanzicht' van het ruimtewiel met astronaut

- 69** De sterren S_1 en S_2 vormen samen een dubbelster: ze bewegen in cirkelbanen rond een gemeenschappelijk zwaartepunt Z , zoals weergegeven in figuur 50. De omlooptijd T is voor beide sterren gelijk. De onderlinge gravitatiekracht houdt elk van de sterren in zijn cirkelbaan, en werkt dus als de benodigde middelpuntzoekende kracht.



Figuur 56 'Bovenaanzicht' van de beweging van een dubbelster

Astronomen kunnen de omlooptijd en de baansnelheden van beide sterren meten. In deze opgave ga je na hoe je uit deze metingen de massa's van beide sterren kunt bepalen.

- a** Leg uit dat geldt: $T_1 = T_2$ en $\frac{m_1 \cdot v_1^2}{r_1} = \frac{m_2 \cdot v_2^2}{r_2}$.

Bij een dubbelster geldt het volgende verband tussen de massa en de baanstraal van de twee sterren:

$$m_1 \cdot r_1 = m_2 \cdot r_2$$

- b** Leid dit af met behulp van de formules van vraag **a**.
- c** Leg uit dat het gemeenschappelijk draaipunt zich het dichtst bij de ster met de grootste massa bevindt.

Bij een dubbelster geldt ook het volgende verband tussen de massa's, de baanstralen en de omlooptijd van de twee sterren:

$$\frac{(r_1 + r_2)^3}{T^2} = \frac{G \cdot (m_1 + m_2)}{4\pi^2}$$

- d** Toon dit aan.

Uit metingen aan beide sterren volgt een omlooptijd T van $2,5 \cdot 10^9$ s, een baansnelheid v_1 van $4,8 \text{ km s}^{-1}$ en een baansnelheid v_2 van $3,6 \text{ km s}^{-1}$.

- e** Bereken de baanstraal van elk van beide sterren.
- f** Bereken de massa van elk van beide sterren. *Aanwijzing:* bereken eerst de som van de massa's en de verhouding van de massa's van de sterren.

70 Nieuwe exoplaneet ontdekt

T Op 3 februari 2009 meldde ESA (European Space Agency) de ontdekking van de exoplaneet Corot-exo-7b. Een exoplaneet is een planeet die niet rond de zon, maar rond een (andere) ster draait. Een planeet in een ander zonnestelsel dus. In de tabel van figuur 51 staat een aantal gegevens van de ster en van deze exoplaneet.

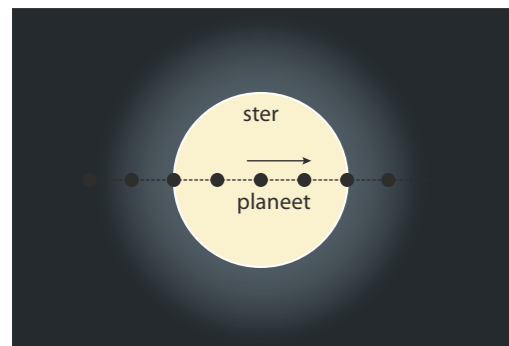
naam ster	Corot-exo-7	naam planeet	Corot-exo-7b
afstand	457 lichtjaar	massa	$5 \text{ à } 10 \cdot M_{\text{aarde}}$
type	K0V	straal planeet	$1,3 \cdot R_{\text{aarde}}$
massa	$1,9 \cdot 10^{30}$ kg	straal planeetbaan	$2,5 \cdot 10^9$ m
straal	$4,4 \cdot 10^8$ m	omlooptijd	0,83 dagen

Figuur 51 Gegevens van de exoplaneet Corot-exo-7b en zijn ster

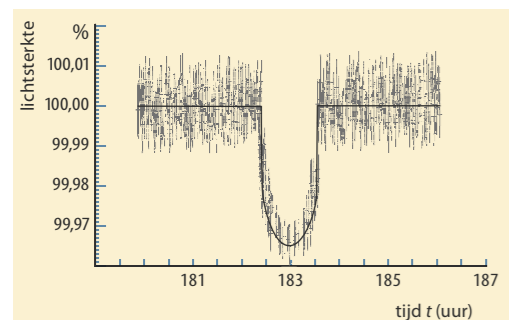
Corot-exo-7b is de kleinste exoplaneet die tot nu toe is waargenomen. Zijn straal is maar 1,8 keer zo groot als die van de aarde. Over de massa van de planeet bestaat nog veel onzekerheid (zie de tabel van figuur 51). Veronderstel dat de planeet 'aardachtig' is. Dat wil zeggen dat de dichtheid van de planeet (ongeveer) gelijk is aan die van de aarde.

- a** Bereken hoe groot in dat geval de massa van de planeet is, uitgedrukt in de massa van de aarde.

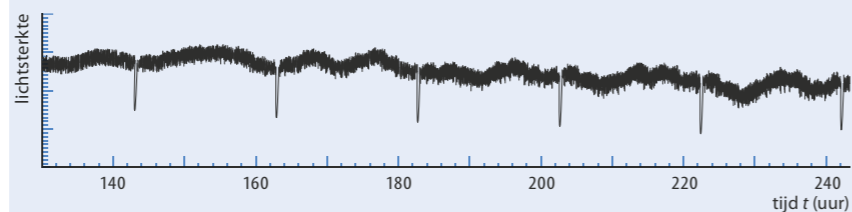
Corot-exo-7b is ontdekt met behulp van de transitmethode. Telkens als de planeet in zijn baan voor de ster langskomt, dekt hij een klein deel van de ster af (zie figuur 52). Daardoor verandert de lichtsterkte van de ster periodiek (zie figuur 53).



Figuur 52 De beweging van de exoplaneet voor de ster langs



Figuur 54 De gemeten lichtsterkte van de ster bij een beweging van de exoplaneet voor de ster langs



Figuur 53 De gemeten lichtsterkte van de ster in de loop van de tijd

Een 'jaar' duurt op deze planeet erg kort.

- b** Bepaal met behulp van de figuur op het tekenblad hoe lang een 'jaar' op deze planeet duurt. Ga na of je antwoord overeenkomt met de waarde die in de tabel van figuur 51 is vermeld.

De straal van de planeetbaan in de tabel van figuur 51 is berekend uit de berekende massa van de ster en de gemeten omlooptijd van de exoplaneet.

- c** Laat met een berekening zien dat deze baanstraal inderdaad $2,5 \cdot 10^9$ m is.
d Laat met een berekening zien dat de baansnelheid van de exoplaneet dan $2,2 \cdot 10^5$ m s⁻¹ is.

In figuur 54 is een deel van figuur 53 uitgegroot. De getrokken lijn is de trendlijn door de meetpunten. De straal van de ster in de tabel van figuur 51 is berekend uit de in figuur 54 weergegeven meting.

- e** Laat met behulp van de figuur op het tekenblad zien dat de straal van de ster inderdaad $4,4 \cdot 10^8$ m is. Neem daarbij aan dat de diameter van de planeet te verwaarlozen is ten opzichte van de diameter van de ster.

De straal van de exoplaneet in de tabel van figuur 51 is berekend uit de straal van de ster en de in figuur 54 weergegeven meting.

- f** Laat met behulp van de figuur op het tekenblad zien dat de straal van de exoplaneet inderdaad $1,3 \cdot R_{\text{aarde}}$ is.

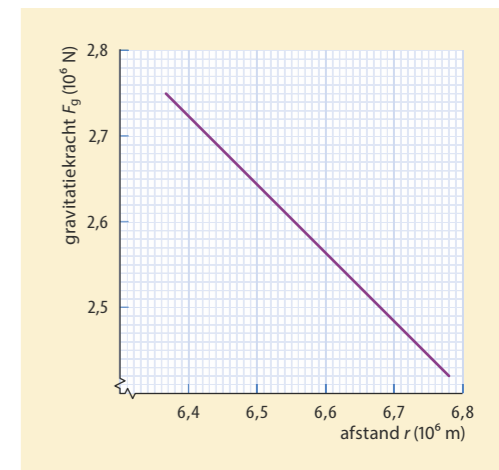
De gegevens over de exoplaneet Corot-exo-7b zijn vastgesteld met behulp van de transitmethode.

- g** Leg uit waardoor deze transitmethode bij veel exoplaneten (bij andere sterren) niet kan worden gebruikt.

Naar examen havo 2010-I (pilot), opgave 3

- 71** Het International Space Station (ISS) draait in een baan rond de aarde op een hoogte h van 408 km boven het aardoppervlak. Dit ruimtestation heeft een massa m van $2,80 \cdot 10^5$ kg. In het diagram van figuur 55 zie je de gravitatiekracht F_g van de aarde op het ruimtestation als functie van de afstand r tot het middelpunt van de aarde.

- a** Leg uit waardoor het verband tussen de gravitatiekracht en de afstand tot het middelpunt van de aarde in figuur 55 lineair lijkt te zijn.
b Bepaal met behulp van figuur 55 de arbeid van de gravitatiekracht op het ISS bij een val vanuit zijn baan naar het aardoppervlak.
c Bereken met je antwoord op vraag **b** de gravitatie-energie van het ISS in zijn baan rond de aarde.
d Controleer je antwoord bij vraag **c** met een berekening van deze gravitatie-energie.



Figuur 55 De gravitatiekracht van de aarde op het ISS als functie van de afstand tot het middelpunt van de aarde

- 72** Zo'n tweehonderd jaar geleden (in 1798) lukte het Henry Cavendish als eerste om de gravitatiekracht te meten tussen twee loden bollen met bekende massa's op een bekende onderlinge afstand. Uit die metingen kon hij de gravitatieconstante berekenen, en daarmee de massa van de aarde bepalen: de aarde was voor het eerst gewogen.

Cavendish gebruikte twee loden bollen met massa's van 0,730 en 158 kg op een onderlinge afstand van 230 mm tussen de middelpunten. Met zijn zeer gevoelige balans kon hij de zeer kleine kracht meten die de twee bollen op elkaar uitoefenen. Die kracht bleek $1,47 \cdot 10^{-7}$ N te zijn.

- a** Laat met een berekening zien dat de waarde van de gravitatieconstante G volgens de metingen van Cavendish $6,74 \cdot 10^{-11}$ N m² kg⁻² is.
b Bereken hoeveel procent deze waarde afwijkt van de op dit moment bekende waarde van de gravitatieconstante.

In de tijd van Cavendish waren de waarden van de valversnelling g bij het aardoppervlak en de straal R van de aarde bekend: $g = 9,81$ m s⁻² en $R = 6,37 \cdot 10^3$ km. Met behulp van deze gegevens kon Cavendish de massa en de dichtheid van de aarde bepalen.

- c** Bereken hoe groot volgens Cavendish de massa van de aarde is.
d Bereken hoe groot volgens Cavendish de dichtheid van de aarde is.
e Bereken hoeveel procent deze waarden afwijken van de op dit moment bekende waarden van de massa en dichtheid van de aarde.

Leerdoelen en begrippen

Ga voor jezelf na of je de leerdoelen al hebt bereikt. Vink de leerdoelen die je hebt bereikt af en geef aan wat je gaat doen met de uitleg en opdrachten waarmee je nog moeite hebt.

PARAGRAAF 10.2 CIRKELBANEN

Ik kan:	Acties:
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: gravitatiekracht, zwaartekracht, eenparige cirkelbeweging, baanstraal, baansnelheid, omlooptijd, middelpuntzoekende kracht.	<input type="radio"/>
schetsen hoe de baan van een vanaf grote hoogte boven het aardoppervlak in horizontale richting weggeschoten voorwerp afhangt van de snelheid waarmee het voorwerp wordt weggeschoten.	<input type="radio"/>
beschrijven welke richting de baansnelheid heeft bij een eenparige cirkelbeweging.	<input type="radio"/>
uitleggen waarom voor het uitvoeren van een eenparige cirkelbeweging een nettokracht (de middelpuntzoekende kracht) nodig is die naar het middelpunt van de cirkel is gericht.	<input type="radio"/>
In concrete situaties benoemen welke kracht als middelpuntzoekende kracht werkt.	<input type="radio"/>
berekeningen maken en redeneren met de formule voor de baansnelheid: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$.	<input type="radio"/>
berekeningen maken en redeneren met de formule voor de middelpuntzoekende kracht: $F_{mpz} = \frac{m \cdot v^2}{r}$.	<input type="radio"/>

PARAGRAAF 10.3 GRAVITATIEKRACHT

Ik kan:	Acties:
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: gravitatiekracht, wisselwerking (tussen twee massa's), satelliet, polaire baan, geostationaire baan.	<input type="radio"/>
de gravitatiekracht beschrijven als een wisselwerking tussen twee massa's.	<input type="radio"/>
beschrijven wat de eigenschappen zijn van de gravitatiekracht die twee voorwerpen op elkaar uitoefenen.	<input type="radio"/>
uitleggen hoe de valversnelling aan een planeetoppervlak afhangt van de massa en de straal van de planeet.	<input type="radio"/>
beschrijven waardoor planeten, manen en satellieten in cirkelbanen rond de zon of een planeet draaien.	<input type="radio"/>
uitleggen hoe bij planeet-, maan- en satellietbanen de snelheid en de omlooptijd afhangen van de baanstraal.	<input type="radio"/>

uitleggen wat de functie is van satellieten in een polaire baan en in een geostationaire baan.	<input type="radio"/>
berekeningen maken en redeneren met de formule voor de gravitatiekracht: $F_g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$.	<input type="radio"/>
een formule afleiden voor de valversnelling aan een planeetoppervlak (uit $F_z = F_g$).	<input type="radio"/>
een formule afleiden voor het verband tussen baansnelheid en baanstraal voor de cirkelbeweging van planeten, manen en satellieten (uit $F_{mpz} = F_g$).	<input type="radio"/>

PARAGRAAF 10.4 GRAVITATIE-ENERGIE

Ik kan:	Acties:
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: gravitatie-energie, ontsnappingsnelheid.	<input type="radio"/>
uitleggen hoe de gravitatie-energie afhangt van de arbeid van de gravitatiekracht, en waardoor de gravitatie-energie altijd negatief is.	<input type="radio"/>
uitleggen hoe de ontsnappingsnelheid vanaf het oppervlak van een hemellichaam te berekenen is met de wet van behoud van energie, en hoe die ontsnappingsnelheid afhangt van de massa en de straal van het hemellichaam.	<input type="radio"/>
berekeningen maken en redeneren met de formule voor de gravitatie-energie: $E_g = -G \cdot \frac{m \cdot M}{r}$.	<input type="radio"/>

11 Vaardigheden

Wiskunde in de natuurkunde

11.1	Rekenvaardigheden	175
11.2	Redeneren met verbanden en formules	185
11.3	De afgeleide gebruiken	198
	Leerdoelen en begrippen	211

Vaardigheden

11.1 Rekenvaardigheden

Bij het vak natuurkunde wordt veel gerekend. Dat komt doordat verbanden tussen grootheden vaak beschreven worden met formules. Die formules kun je gebruiken om de waarde van een grootheid te berekenen. Maar er zijn ook andere rekenmethoden. Dan gebruik je verschillende wiskundige functies en wiskundige figuren.

PARAGRAAFVRAAG

Welke rekenvaardigheden gebruik je bij natuurkunde en hoe werk je daarmee?

BASISREKENVAARDIGHEDEN

Rekenen met verhoudingen, breuken, machten en absolute waarden

Bij het rekenen met verhoudingen en procenten kun je een *verhoudingstabel* gebruiken. Dat is behandeld in paragraaf 6.1 (deel 4 vwo).

Bij het rekenen met breuken gaat het om optellen, vermenigvuldigen en delen. Voor *rekenen met breuken* gelden de volgende regels:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad+bc}{bd} \text{ optellen/afrekken: breuken gelijknamig maken}$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \text{ vermenigvuldigen: zowel tellers als noemers vermenigvuldigen}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc} \text{ delen: vermenigvuldigen met het omgekeerde}$$

Bij het rekenen met *wortels en machten* moet je de uitkomst van een wortel of een macht kunnen uitrekenen. Bijvoorbeeld:

$$\sqrt[3]{2,8 \cdot 10^3} = \dots \text{ of } \frac{(8,8 \cdot 10^7)^2}{(1,38 \cdot 10^{13})^3} = \dots$$

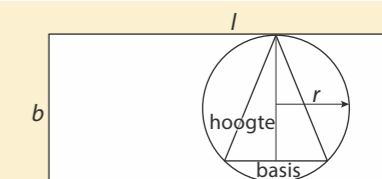
Dit komt erop neer dat je je rekenmachine kunt bedienen. Daarbij kun je wortels ook als machten schrijven, bijvoorbeeld: $\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$. Het oplossen van vergelijkingen met machten en wortels komt aan bod in het tweede deel van deze paragraaf.

De *absolute waarde* van een grootheid is de positieve waarde van die grootheid. Dus de absolute waarde van bijvoorbeeld -3 , geschreven als $|-3|$, is 3.

Cirkel, driehoek en rechthoek

Van tweedimensionale figuren zoals een cirkel, een driehoek en een rechthoek (zie figuur 1) moet je de *omtrek* en de *oppervlakte* kunnen berekenen. Daarvoor gelden de formules van figuur 2 (zie ook Binas).

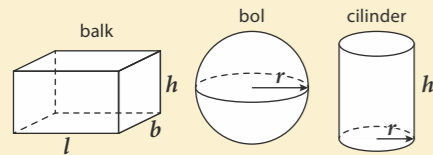
De oppervlakte van een driehoek en een rechthoek gebruik je bijvoorbeeld als je de oppervlakte onder een grafiek bepaalt. Je benadert die oppervlakte dan door deze te verdelen in een aantal driehoeken en/of rechthoeken.



Figuur 1 Driehoek in een cirkel in een rechthoek

	omtrek	oppervlakte
cirkel	$2\pi \cdot r$	$\pi \cdot r^2$
driehoek	som van de zijden	$\frac{1}{2} \times \text{basis} \times \text{hoogte}$
rechthoek	$2l + 2b$	$l \cdot b$

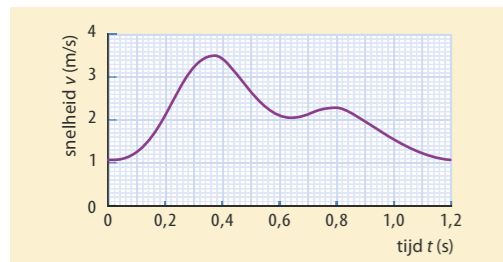
Figuur 2



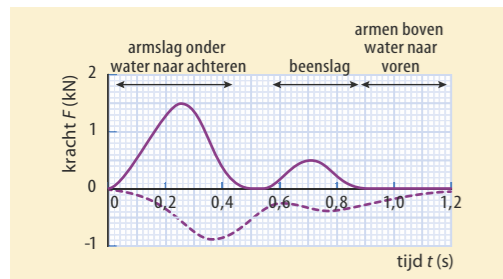
Figuur 3

	volume	oppervlakte
bol	$\frac{4}{3}\pi \cdot r^3$	$4\pi \cdot r^2$
balk	$l \cdot b \cdot h$	
cilinder	$\pi \cdot r^2 \cdot h$	

Figuur 4



Figuur 5 Grafiek van de snelheid van een zwemmer tijdens een zwemslag



Figuur 6 Grafiek van de voortstuwende kracht (doorlopende lijn) en de weerstandskracht (onderbroken lijn) tijdens een zwemslag



Figuur 7 Bewegingsonscherpte op een foto van een rijdende auto

Bol, balk en cilinder

Van driedimensionale figuren zoals een bol, een balk en een cilinder moet je het **volume** kunnen berekenen (zie figuur 3 en 4). Van een bol moet je ook de oppervlakte kunnen berekenen (zie ook Binas).

De uitkomst van een berekening schatten

Een schatting maken van de uitkomst van een berekening is meer dan gokken. Het gaat erom dat je op basis van de gegevens een uitspraak doet over de grootte van de uitkomst. Daarbij hoeft je geen nauwkeurige berekening te maken, je mag er best een klein beetje naast zitten. Bij examens geldt daarvoor een bepaalde marge. Zie voorbeeldopgave 2. Bij een schatting hoort altijd een toelichting waarin je uitleg geeft over je aanpak. De voorbeeldopgaven 1 en 2 geven twee manieren waarop een schatting gevraagd kan worden.

VOORBEELDOPGAVE 1

Bij de vlinderslag gebruikt een zwemmer de voortstuwende werking van de armen én de benen. In figuur 5 is het verloop van de snelheid van het zwaartepunt van de zwemmer tijdens één zwemslag weergegeven. In figuur 6 zie je het verloop van de voortstuwingskracht (positief) en de weerstandskracht (negatief) tijdens die zwemslag.

Vraag: Hoeveel arbeid verricht de zwemmer in de eerste 0,5 s? Maak een keuze uit:

- A 0,09 kJ B 0,3 kJ C 0,9 kJ D 3,0 kJ

Maak daartoe een schatting van de gemiddelde kracht en de gemiddelde snelheid in deze tijd.

Antwoord: Voor de arbeid geldt: $W = F \cdot s$. Je moet dus de (gemiddelde) kracht en de afstand bepalen. In figuur 6 kun je aflezen dat de voortstuwende kracht tussen $t = 0$ en $t = 0,5$ s gemiddeld $0,7 \cdot 10^3$ N is. De afstand kun je schatten met behulp van de gemiddelde snelheid, ongeveer $2,5$ m s^{-1} . De afstand wordt dan $2,5 \times 0,5 = 1,25$ m en de arbeid $W = F \cdot s = 700 \times 1,25 = 875$ J. Dus antwoord C is juist.

VOORBEELDOPGAVE 2

In figuur 7 zie je een rijdende auto. De onscherpte is ontstaan doordat de sluiters van de camera bij het nemen van de foto enige tijd openstond, in dit geval $\frac{1}{30}$ s.

Vraag: Schat de snelheid waarmee de auto reed. Licht je antwoord toe.

Antwoord: Kies eerst een bekende afmeting, bijvoorbeeld de auto is ongeveer 1,6 m hoog. De verplaatsing van de auto in $\frac{1}{30}$ s is gelijk aan de onscherpte op de foto (de 'vegen' die worden veroorzaakt door de beweging). De lengte van de onscherpte is ongeveer driekwart van de hoogte, dus 1,20 m (met een marge van 0,40 m). De auto legt dan 1,20 m af in $\frac{1}{30}$ s, dat komt overeen met 36 m s^{-1} (met een marge van 12 m s^{-1}).

1 Bereken exact:

a $\frac{18}{120} + \frac{7}{30} + \frac{5}{10} = \dots$

b $\frac{4}{9} \times \frac{2}{7} \times \frac{3}{8} = \dots$

c $\frac{4}{11} \div \frac{2}{15} = \dots$

2 Bereken de waarde van de onbekende grootte. Noteer het antwoord in het juiste aantal significante cijfers.

a $2\pi \sqrt{\frac{l}{9,81}} = 0,452$

b $\frac{1}{2} \times 10,5 \times u^2 = 4,7$

c $\frac{(3,156 \cdot 10^2)^2}{r^3} = \frac{4\pi}{6,67384 \cdot 10^{-6} \times 1,9884 \cdot 10^{30}}$

3 De remweg van een auto is omgekeerd evenredig met de remkracht en evenredig met het kwadraat van de beginsnelheid. Bij een bepaalde auto is bij een snelheid van 50 km/h de remweg 13,8 m bij een remkracht van 8,4 kN.

- a Bereken de remweg bij een snelheid van 90 km h^{-1} , bij een remkracht van 8,4 kN. Bereken daartoe eerst met welke factor de snelheid toeneemt.
b Bereken hoe groot de remweg is bij 50 km h^{-1} , met een remkracht van 6,5 kN. Bereken daarvoor eerst met welke factor de remkracht verandert.

4 Berekeningen met diameter, omtrek, oppervlakte en volume

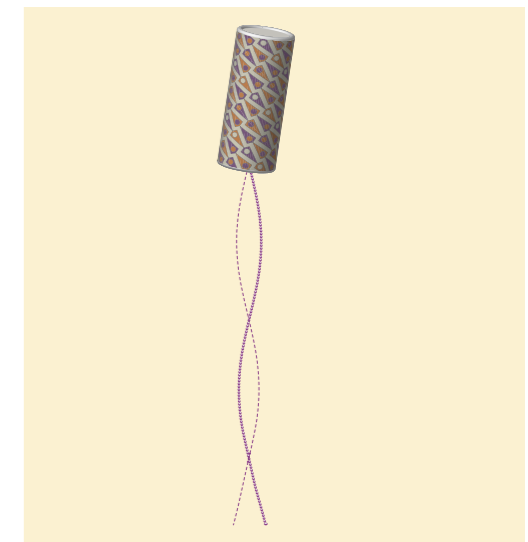
- a Een cirkel heeft een omtrek van 2,07 m. Bereken de oppervlakte van de cirkel.
b Bij een rechthoekige driehoek zijn de twee langste zijden 4,5 m en 5,8 m. Bereken de omtrek en de oppervlakte.
c Een voetbal heeft een diameter van 28 cm. Bereken het volume en de oppervlakte van de bal.
d Een cilindervormige regenton heeft een hoogte van 120 cm. Er past 340 L water in de ton. Bereken de diameter van de bodem van de regenton.

5 Springdrum

Een springdrum is een muziekinstrument dat bestaat uit drie delen: een holle koker, een vel en een lange spiraalveer. Door de koker met de hand te schudden, geeft de springdrum geluid met een grondtoon van 300 Hz. Sandra wil graag meer weten over de werking van de springdrum. Zij ziet dat tijdens het schudden van de springdrum een transversale staande golf ontstaat in de spiraalveer (zie figuur 8). In de tekening zijn de uiterste standen van de veer schematisch weergegeven. Sandra heeft eerder gemeten dat de snelheid van de transversale golf in de veer 2 m s^{-1} bedraagt. Ze stelt de hypothese op dat de trillfrequentie van de veer gelijk is aan de grondfrequentie van het geluid dat de springdrum voortbrengt. Neem aan dat de koker ongeveer de grootte van een wc-rolletje heeft.

Maak met behulp van figuur 8 een schatting van de golflengte in de veer en toon daarmee aan dat de hypothese van Sandra onjuist is.

Naar examen vwo 2013-1, opgave 3



Figuur 8 Springdrum

6 Vlinderslag

Joep traint voor de 50 m vlinderslag. Na de afzet zwemt hij eerst een stuk onder water. Daarna zwemt hij verder met een slagfrequentie van 0,833 Hz en een slaglengte van 2,50 m.

Joep wil een snellere tijd halen door te trainen op een hogere slagfrequentie van 0,880 Hz en een slaglengte van 2,40 m.

Joep doet hierover twee beweringen:

- 1 Mijn slagfrequentie neemt relatief meer toe dan dat mijn slaglengte afneemt.
 - 2 Op deze manier zwem ik zeker een snellere tijd.
- a Leg voor elke bewering uit, met behulp van een berekening, of deze waar of niet waar is.
- b Bereken met hoeveel procent zijn snelheid zal toenemen of afnemen.

Naar examen vwo 2011-II, opgave 1

7 Lenzen

De sterkte van lenzen, zoals van een bril, wordt gemeten in dioptrie. Voor de sterkte van een dubbelbolle lens geldt (zie figuur 9):

$$S = (n - 1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Hierin is S de sterkte van de lens (in dioptrie), n de brekingsindex van het gebruikte materiaal en R_1 en R_2 de stralen van de boloppervlakken (in m). M_1 en M_2 zijn de middelpunten van de boloppervlakken.

Voor een bepaalde lens zijn beide stralen even groot. Die lens heeft een sterkte van 40 dioptrie (dpt). De brekingsindex van het glas is 1,51.

- a Bereken de straal van de boloppervlakken van die lens.
- Bij een andere lens zijn de stralen R_1 en R_2 niet gelijk. Stel dat R_1 een factor 2 kleiner is en R_2 tegelijkertijd een factor 2 groter.
- b Beredeneer aan de hand van de formule of de sterkte van deze lens *groter, kleiner of even groot* is vergeleken met de lens van 40 dpt.

Bron: examen vwo 2010-II, opgave 5

8 Spaken

In figuur 10 zie je het voorwiel van een fiets met spaken. De spaken zijn gespannen tussen de naaf en de velg.

Met de spaken kan een fietsenmaker het fietswiel goed afstellen, zodat de fiets niet hobbelt. Daarvoor moet hij alle spaken met een speciale sleutel even strak aanspannen. Door met een pennetje tegen de spaken te tikken en naar de toon te luisteren weet hij of de spankracht in de spaken goed is.

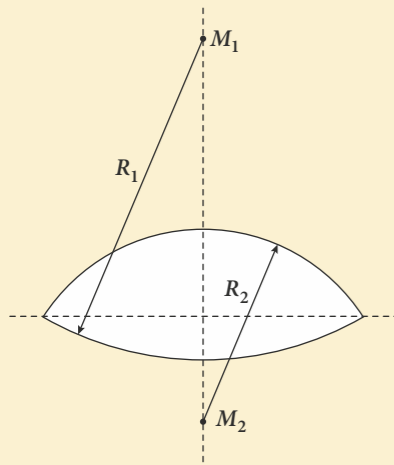
Als de fietsenmaker tegen een bepaalde spaak tikt, hoort hij een toon van 200 Hz. Uit ervaring weet hij dat een spaak juist gespannen is bij een toon van 300 Hz. Voor de voortplantingssnelheid van de geluidsgolven in een spaak geldt:

$$v = \sqrt{\frac{F_s}{m_\ell}}$$

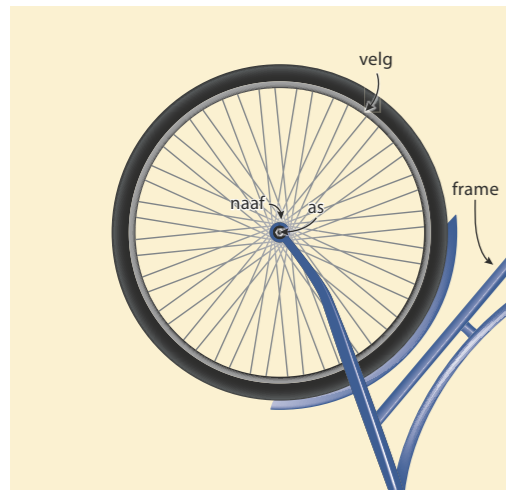
Hierin is v de voortplantingssnelheid van de golven in de spaak (in m s^{-1}), F_s de spankracht in de spaak (in N) en m_ℓ de massa per lengte-eenheid van de spaak.

- a Leid aan de hand van de formule de eenheid van m_ℓ af.
- b Bereken met welke factor de spankracht in de spaak moet veranderen om de gewenste spanning te krijgen. Geef ook aan of de spankracht moet toenemen of afnemen.

Naar examen vwo 2010-II, opgave 5



Figuur 9 Kromtestralen van een dubbel-bolle lens



Figuur 10

9 Vacuümglas

In plaats van ruiten van gewoon dubbelglas worden in woningen ook ruiten van zogenoemd vacuümglas toegepast. Bij vacuümglas is de ruimte tussen de twee glasplaten luchtledig gezogen. Minuscule pilaartjes voorkomen dat de glasplaten tegen elkaar aangedrukt worden (zie figuur 11). De warmtegeleiding via de pilaartjes is verwaarloosbaar.

Voor P , de hoeveelheid warmte die per seconde door een ruit gaat, geldt:

$$P = \mu \cdot A \cdot \Delta T$$

Hierin is μ de warmtegeleidingscoëfficiënt van de ruit (in $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$), A de oppervlakte van de ruit (in m^2) en ΔT het temperatuurverschil tussen de binnenkant en de buitenkant van de ruit (in K).

De waarde van μ voor een ruit van vacuümglas is $1,4 \text{ W m}^{-2} \text{K}^{-1}$ en voor een ruit van dubbelglas $3,5 \text{ W m}^{-2} \text{K}^{-1}$. Vacuümglas is duurder dan gewoon dubbelglas, maar het isoleert beter. Een huiseigenaar heeft laten berekenen dat voor zijn woning het jaarlijks gasverbruik door het energieverlies door de ruiten met dubbelglas $1,2 \cdot 10^3 \text{ m}^3$ bedraagt.

Bereken hoeveel m^3 gas deze huiseigenaar jaarlijks bespaart, als hij zijn ruiten met dubbelglas vervangt door ruiten met vacuümglas. Neem aan dat alle overige grootheden constant zijn.

Naar examen vwo 2007-II, opgave 5

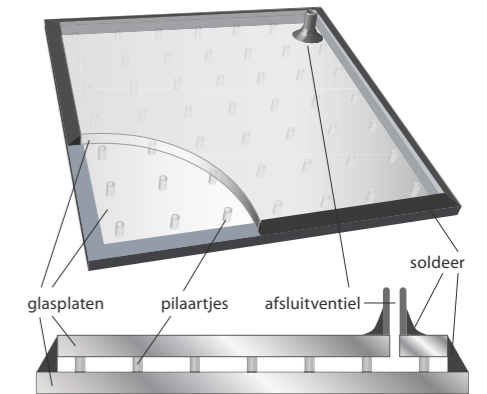
10 Krabnevel

In figuur 12 zie je de Krabnevel, het restant van een supernova die in het jaar 1054 explodeerde. De straal van de (bij benadering bolvormige) Krabnevel zoals wij die nu waarnemen, is ongeveer 5,5 lichtjaar. Een lichtjaar is een veelgebruikte afstandsmaat in de astronomie. Een lichtjaar is de afstand die het licht (met een snelheid van $300\,000 \text{ km s}^{-1}$) in één jaar aflegt.

Het beeld van de Krabnevel is vastgelegd met een beeldchip. Op die chip is het beeld bij benadering cirkelvormig en heeft een diameter van $1,57 \cdot 10^{-3} \text{ m}$. Ondanks de kleine afmetingen van dit beeld kan er een foto van worden afgedrukt waarop veel details te zien zijn. Dat komt doordat de pixels (= lichtgevoelige sensoren) op de beeldchip zeer klein zijn: één pixel heeft een oppervlakte van $5,48 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2$.

- a Bereken bij benadering het aantal pixels dat informatie over de Krabnevel bevat.
- b Bereken hoeveel keer zo groot de diameter van de Krabnevel in werkelijkheid is.

Naar examen havo 2008-I, opgave 6



Figuur 11 Vacuümglas



Figuur 12 De krabnevel

VERGELIJKINGEN, GONIOMETRIE EN VECTOREN

Oplossen van lineaire en tweedegraads vergelijkingen

Het oplossen van lineaire vergelijkingen, zoals $4,8 \cdot 10^{-2} \times B + 250 = 4,32 \cdot 10^3$, is vergelijkbaar met het rekenen met formules. Bij tweedegraads vergelijkingen ($ax^2 + bx + c = 0$) kun je altijd de **abc-formule** toepassen (zie figuur 13). Iets lastiger is het oplossen van een **stelsel van vergelijkingen**, bijvoorbeeld twee vergelijkingen waarin twee onbekenden staan. Een veelgebruikte oplosmethode is **substitutie**. Daarbij schrijf je één van de vergelijkingen zodanig dat de ene grootte 'vrijgemaakt' wordt. Vervolgens substitueer je deze uitdrukking in de andere vergelijking.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Figuur 13 De abc-formule

VOORBEELDOPGAVE 3

Vraag: Los op (bereken x en y).

$$10x + 7y = 13 \text{ en } 5y - 8x = 21$$

Antwoord: Schrijf de eerste vergelijking als: $x = 1,3 - 0,7y$

Substitueer dit in de tweede vergelijking voor x :

$$5y - 8 \times (1,3 - 0,7y) = 21$$

Los daarna deze vergelijking op:

$$5y - 10,4 + 5,6y = 21$$

$$10,6y = 21 + 10,4$$

$$y = 2,96$$

Bereken x door deze waarde van y in te vullen in één van de vergelijkingen, bijvoorbeeld:

$$x = 1,3 - 0,7y = 1,3 - 0,7 \times 2,96 = -0,77$$

Toepassen van $\log x$, a^x , x^a

In sommige formules of bij sommige vergelijkingen wordt gebruikgemaakt van machtsfuncties of van exponentiële functies. En bij het oplossen van exponentiële vergelijkingen kun je gebruikmaken van **logaritmen**.

Enkele voorbeelden:

* Los op: $\frac{15,3}{r^3} = 1,8$

Eerst vereenvoudigen tot $r^3 = 8,5 \rightarrow r = 8,5^{(\frac{1}{3})} = 2,0$

* Los op: $15,3 \times 0,5^n = 1,8$

Eerst vereenvoudigen tot $0,5^n = 0,118 \rightarrow n = \frac{\log 0,118}{\log 0,5} = 3,1$

De logaritme wordt gebruikt voor het oplossen van vergelijkingen met een grootte in de exponent (zie figuur 14a).

In de wiskunde heeft de **e-macht** een bijzondere positie (omdat de afgeleide van deze functie weer precies dezelfde functie is). Het getal e heeft een vaste waarde: $e = 2,718281828\dots$ Bij de e-macht hoort een bijzondere logaritme, de natuurlijke logaritme: ${}^e\log(x) = \ln(x)$

De e-macht en de natuurlijke logaritme zijn elkaars inverse, $e^{\ln(x)} = x$. Bij het oplossen van vergelijkingen met e-machten wordt de natuurlijke logaritme (\ln) gebruikt en bij het oplossen van vergelijkingen met $\ln(x)$ de e-macht (zie figuur 14b).

Enkele voorbeelden:

* Los op: $e^{-0,15 \cdot t} = 1,12 \cdot 10^{-3}$

Logaritme toepassen: $-0,15 \cdot t = \ln(1,12 \cdot 10^{-3}) \rightarrow t = 45,3$

* Los op: $\ln\left(\frac{2\pi}{r^2}\right) = -1,8$

De inverse van $\ln(x)$ is e^x , dus: $\frac{2\pi}{r^2} = e^{-1,8} = 0,165$

Oplossen geeft: $r^2 = \frac{2\pi}{0,165} \rightarrow r = 6,2$

$$a^x = b \text{ geeft } x = \frac{\log b}{\log a}$$

Figuur 14a

Bij de e-macht hoort $\ln(x)$:
 $e^x = b$ geeft $x = \ln(b)$
 $\ln(x) = b$ geeft $x = e^b$

Figuur 14b

Berekeningen in een rechthoekige driehoek

Bij rechthoekige driehoeken kun je één of meer zijden en/of één of meer hoeken berekenen met de regels voor sinus, cosinus en tangens en met de **stelling van Pythagoras**:

$$\sin(\alpha) = \frac{o}{s} = \frac{\text{overstaande rechthoekzijde}}{\text{schuine zijde}}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{a}{s} = \frac{\text{aanliggende rechthoekzijde}}{\text{schuine zijde}}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{o}{a} = \frac{\text{overstaande rechthoekzijde}}{\text{aanliggende rechthoekzijde}}$$

$$s^2 = a^2 + o^2 \text{ of } \text{schuine zijde}^2 = \text{overstaande zijde}^2 + \text{aanliggende zijde}^2$$

Vectoren grafisch optellen en ontbinden

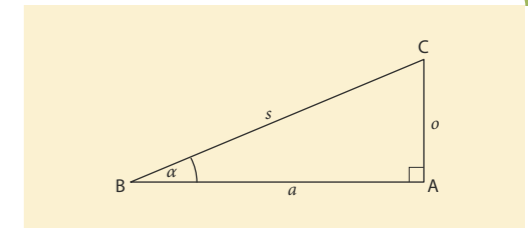
Deze regels gebruik je ook bij het ontbinden van vectoren in twee loodrechte richtingen, zoals in hoofdstuk 4 (deel 4 vwo). In figuur 16 zie je daarvan een voorbeeld.

Soms is het handig om een vector te ontbinden in twee richtingen die niet loodrecht op elkaar staan. Zo is in figuur 17 de massa van het kind gegeven en is gevraagd hoe groot de spierkrachten van de ouders zijn.

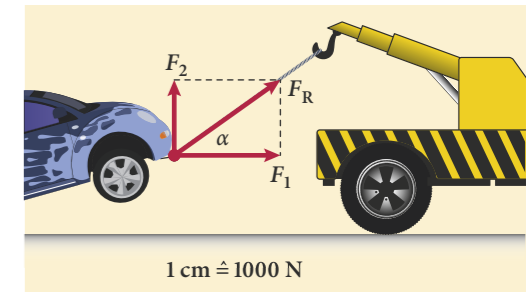
Het ontbinden van een vector in twee componenten is in feite het omgekeerde van het samenstellen van twee vectoren. Daarbij bepaal je met behulp van een **parallelogramconstructie** de grootte en richting van de totale kracht (of van het totale magnetveld, of van de snelheid). Dit is behandeld in hoofdstuk 4 (deel 4 vwo). In dat hoofdstuk worden krachtvectoren grafisch opgeteld. Om aan te geven dat een grootte een vector is, wordt een pijltje boven de grootte gezet, bijvoorbeeld voor kracht: \vec{F} .

- 11** Voor een mixdrankje worden twee vloeistoffen gemengd. De ene vloeistof heeft een alcoholpercentage van 50%, de andere 12%. Hoeveel is van elke vloeistof nodig om 1,0 L met een alcoholpercentage van 30% te maken? Stel daarvoor eerst twee vergelijkingen op en geef het antwoord in drie significante cijfers.

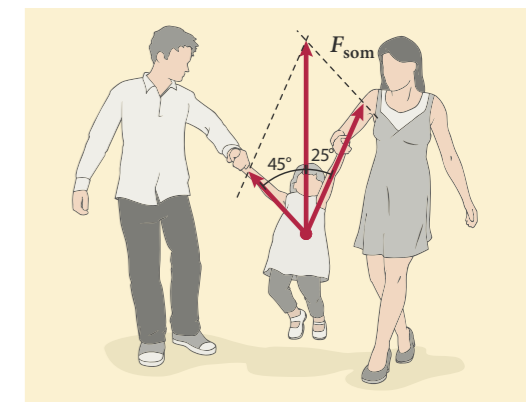
- 12** Van een rechthoek is de oppervlakte 200 cm^2 en de omtrek 90 cm . Bereken de afmetingen van de rechthoek. Stel daartoe eerst twee vergelijkingen op.



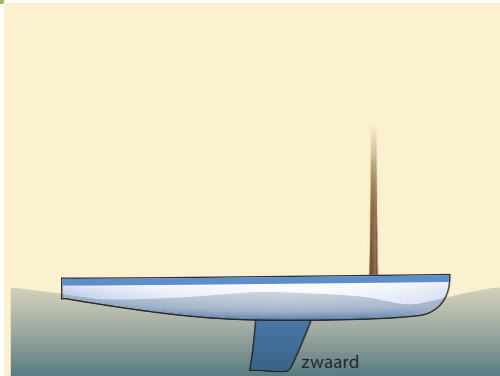
Figuur 15



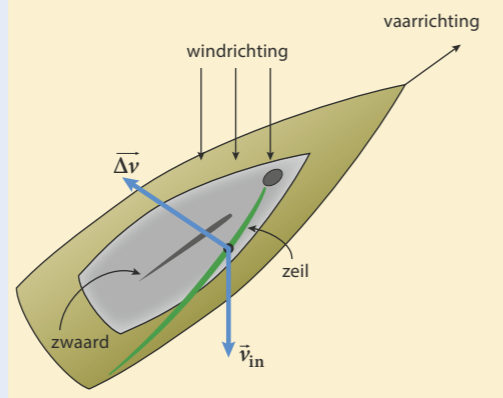
Figuur 16



Figuur 17



Figuur 18

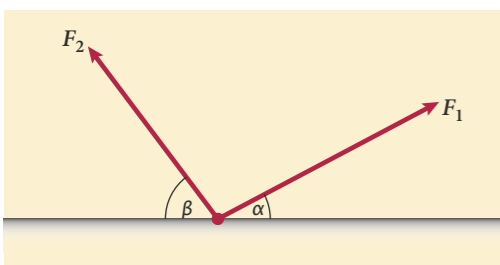


Figuur 19

Door het zeil ondergaat de wind een snelheidsverandering. De wind bereikt het zeil met een snelheid \vec{v}_{in} en verlaat het met snelheid \vec{v}_{uit} . Er geldt: $\Delta\vec{v} = \vec{v}_{uit} - \vec{v}_{in}$. In figuur 19 zijn \vec{v}_{in} en de snelheidsverandering $\Delta\vec{v}$ getekend.

- Herschrijf de vergelijking voor de snelheidsverandering zodanig dat \vec{v}_{uit} expliciet wordt geschreven: $\vec{v}_{uit} = \dots\dots$
 - Construeer in figuur 19 de vector \vec{v}_{uit} .
- De kracht \vec{F}_{wind} van de wind op het zeil en de boot (zie figuur 20), is tegengesteld gericht aan $\Delta\vec{v}$. De grootte van \vec{F}_{wind} is 450 N. Deze kracht kun je ontbinden in twee componenten: één component in de vaarrichting en één component loodrecht daarop. Het zwaard moet voorkomen dat de boot zijwaarts beweegt.
- Bepaal met behulp van figuur 20 de grootte van de krachtcomponent in de vaarrichting.
 - Bepaal de grootte van de kracht van het water loodrecht op het zwaard van de boot.

Naar examen vwo 2013-I, opgave 5

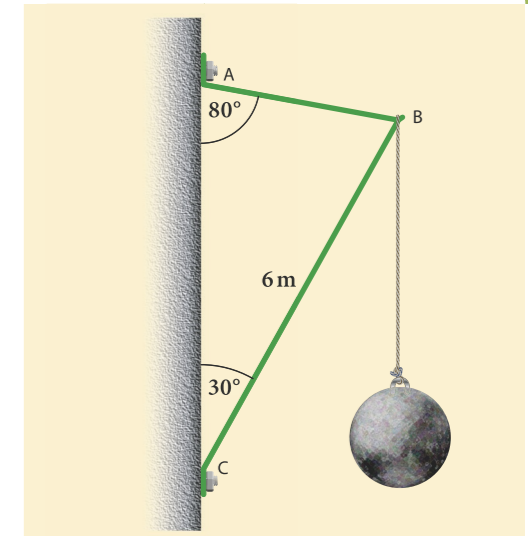


Figuur 21

- In figuur 21 zie je twee krachten die beide aangrijpen in een punt op de grond. Voor de krachten geldt als schaal: $1 \text{ cm} \triangleq 25 \text{ N}$.
 - Bepaal aan de hand van figuur 21 de grootte van de krachten F_1 en F_2 en meet de hoeken α en β .
 - Construeer in figuur 21 de somkracht van F_1 en F_2 .
 - Bepaal de grootte en richting (de hoek met de horizontaal) van de somkracht.
 - Bereken voor elke kracht de horizontale en de verticale component.
 - Bereken daarmee de horizontale en de verticale component van de somkracht.
 - Controleer met een berekening of het antwoord bij vraag c overeenkomt met het antwoord bij vraag e.

- Een gewicht hangt in punt B aan een constructie van twee metalen stangen, AB en BC, die aan een muur bevestigd zijn (zie figuur 22). In de twee metalen stangen treden duw- en trekkrachten op (krachten die in de richting van de stang werken), waardoor op het punt B in totaal drie krachten werken.
 - Geef aan welke van de twee stangen een duwkracht uitoefent op punt B.
 - Construeer in figuur 22 bij beide metalen stangen de richting waarin een kracht op punt B wordt uitgeoefend.
 - Construeer de twee krachten van de stangen in punt B. Teken daarvoor eerst de somkracht van deze twee krachten.

De twee stangen dragen samen het gewicht van 280 N.

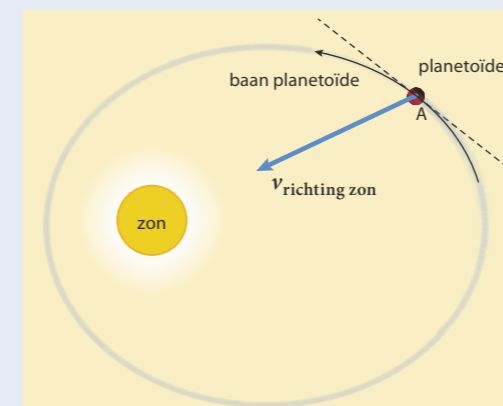


Figuur 22

- Planetoïde

Planetoïden zijn kleine, rotsachtige hemellichamen die rond de zon bewegen. In figuur 23 is de ellipsvormige baan van een planetoïde weergegeven. In een ellipsbaan staat de snelheidsvector niet steeds loodrecht op de verbindinglijn van de planetoïde met de zon. De snelheid heeft daardoor, op twee momenten na, ook een component in de richting naar de zon of ervan af. In figuur 23 is de snelheidscomponent in de richting van de zon getekend. De andere component staat daar loodrecht op, maar is niet getekend. De getekende component heeft een grootte van $8,0 \text{ km s}^{-1}$. Bepaal met behulp van figuur 23 de grootte van de (baan)snelheid waarmee de planetoïde in punt A beweegt.

Bron: examen vwo 2009-II, opgave 3

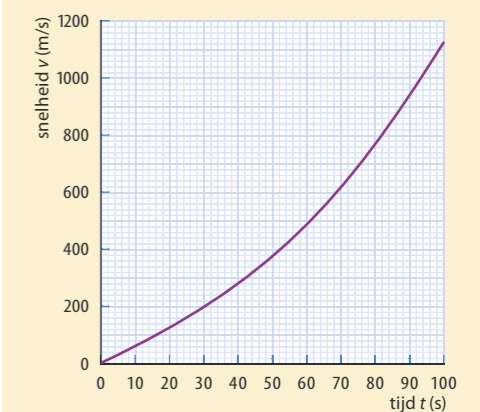


Figuur 23

- Ariane-5

De Europese ruimtevaartorganisatie ESA heeft een aantal malen een Ariane-5-raket gelanceerd. De start van de Ariane-5-raket is onderzocht aan de hand van een video-opname. Van de eerste 100 s zie je het v,t -diagram in figuur 24. De totale massa van de Ariane-5-raket was voor de start $7,14 \cdot 10^5 \text{ kg}$. Elke seconde wordt er $3,6 \cdot 10^3 \text{ kg}$ brandstof uitgestoten met een snelheid u van $3,0 \text{ km s}^{-1}$. De ESA gebruikt voor de snelheid $v(t)$ van de raket de formule: $v(t) = u \cdot \ln\left(\frac{m(0)}{m(t)}\right) - g \cdot t$. Hierin is $m(0)$ de totale massa bij de start (in kg), $m(t)$ de totale massa op tijdstip t (in kg) en g de valversnelling op het aardoppervlak (in m s^{-2}). Laat aan de hand van een berekening zien dat deze formule een goede benadering geeft van de snelheid op $t = 60 \text{ s}$.

Bron: examen vwo 2009-I, opgave 3



Figuur 24 Grafiek van de snelheid van een Ariane-5-raket tijdens de lancering

- 18** Het elektrisch vermogen dat een windmolen kan leveren is sterk afhankelijk van de windsnelheid. Een grotere windsnelheid betekent dat de kinetische energie van elke m^3 lucht groter is en dat er per seconde meer lucht door het rotoroppervlak stroomt. Je kunt afleiden dat dan geldt: $P = k \cdot v^3$. Hierin is P het vermogen (in W) van de wind door het rotorvlak als de wieken stilstaan, k een constante en v de windsnelheid (in m s^{-1}).

a Leid deze formule af.

Uit deze formule volgt dat het vermogen van de door de stilstaande windmolen stromende lucht afneemt met 87,5% als de windsnelheid halveert.

b Toon dat met een berekening aan.

De constante k hangt onder andere af van de dichtheid van de lucht.

c Leg uit of k evenredig of omgekeerd evenredig is met de dichtheid van de lucht.

d Leg uit dat het elektrisch vermogen van een windmolen nooit gelijk kan zijn aan het vermogen van de aankomende wind.

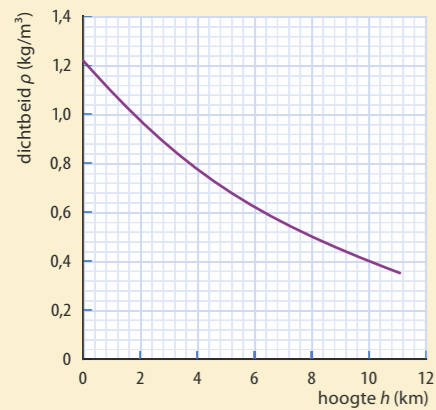
- 19** De dichtheid ρ van de lucht hangt af van de hoogte boven het aardoppervlak (zie figuur 25). Op grote hoogte is de lucht ijler, de dichtheid is kleiner. Voor deze grafiek geldt (bij benadering) de formule:

$$\rho(h) = 1,22 \cdot e^{-\frac{h}{k}}$$

Hierin is h de hoogte boven de grond (in m) en k een nog nader te bepalen constante (in m).

a Controleer aan de hand van figuur 25 dat k ongeveer de waarde 9000 heeft.

b Bereken met behulp van de formule op welke hoogte de dichtheid van de lucht vijf keer zo klein is als aan het aardoppervlak.



Figuur 25 De dichtheid van lucht uitgezet tegen de hoogte boven het aardoppervlak

11.2 Redeneren met verbanden en formules

Een formule gebruik je meestal om de waarde van een grootheid te berekenen. Maar aan een formule kun je ook zien wat het verband is tussen twee grootheden. Dat verband kun je vervolgens gebruiken om een redenering op te zetten of een verwachting op te stellen over de uitkomst van een onderzoek.

PARAGRAAFVRAAG

Hoe kun je in een redenering of berekening verbanden en formules gebruiken?

BEGRIJPEN

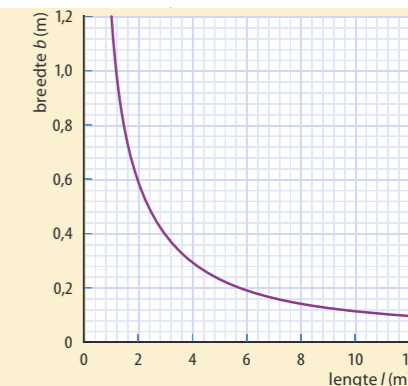
Soorten verbanden in de natuurkunde

Met verbanden wordt weergegeven hoe grootheden met elkaar samenhangen. Zie ook paragraaf 6.1 deel 4 vwo. Zo geeft de formule $P = U \cdot I$ drie verbanden aan:

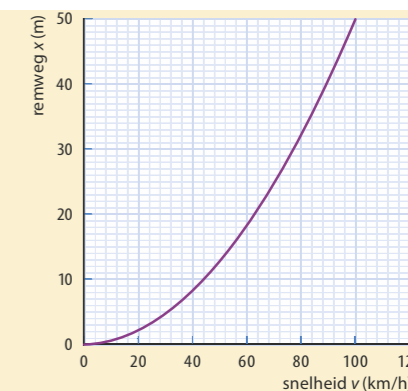
- * Bij constante spanning is het elektrisch vermogen van een apparaat evenredig met de elektrische stroom die door het apparaat loopt.
- * Bij constante stroom is het vermogen evenredig met de spanning over het apparaat.
- * Bij constant vermogen is de stroomsterkte door het apparaat omgekeerd evenredig met de spanning erover.

Veelvoorkomende soorten verbanden in de natuurkunde zijn:

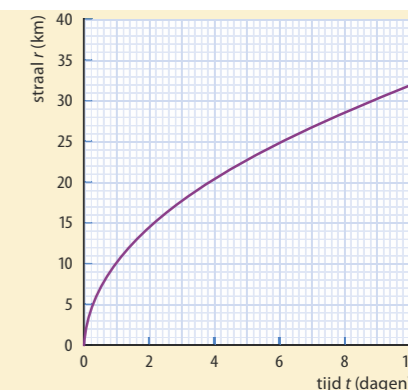
- * *Evenredig en omgekeerd evenredig*
- * Voorbeeld 1: $U = I \cdot R$, bij constante weerstand R is de spanning U over de weerstand evenredig met de stroom I .
- * Voorbeeld 2: $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$, bij een vaste lengte is de weerstand R van een draad evenredig met de lengte l en omgekeerd evenredig met de doorsnede A .
- * *Kwadratisch en omgekeerd kwadratisch*
- * Voorbeeld 1: $F_{w,l} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot A \cdot \rho \cdot v^2$, bij constante c_w , A en ρ is de luchtweerstand $F_{w,l}$ evenredig met het kwadraat van de snelheid v .
- * Voorbeeld 2: $F_g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$, bij constante massa m en M is de gravitatiekracht F_g omgekeerd evenredig met het kwadraat van de afstand r .
- * *Andere machtsverbanden*
- * Voorbeeld: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{C}}$, de trillingstijd van een massa-veersysteem is evenredig met de wortel van de massa en omgekeerd evenredig met de wortel van de veerconstante.
- * *Exponentiële verbanden*
- * Voorbeeld: $A(t) = A(0) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$, de activiteit van een radioactieve bron neemt exponentieel af in de tijd.
- * *Goniometrische verbanden*
- * Voorbeeld: $u(t) = A \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$, de uitwijking van een harmonische trilling is een sinusfunctie van de tijd.



Figuur 26 Omgekeerd evenredig verband



Figuur 27 Evenredig met het kwadraat



Figuur 28 Evenredig met de wortel

Verbanden herkennen en formules opstellen

Bij een experimenteel onderzoek in de natuurkunde probeer je vaak het verband tussen verschillende grootheden te vinden. Je onderzoekt bijvoorbeeld hoe de kracht tijdens een botsing afhangt van de beginsnelheid of van de massa. De metingen worden dan weergegeven in één of meer diagrammen. Aan de vorm van de grafiek(en) kun je vaak al het soort verband herkennen (zie de voorbeelden in de figuren 26 t/m 28). De 'meetresultaten' kunnen ook afkomstig zijn van een dynamisch model dat het onderzoek nabootst. In paragraaf 6.2 (deel 4 vwo) is het herkennen van verbanden behandeld.

De laatste stap van het onderzoek naar een verband tussen grootheden is het opstellen van een formule die past bij de meetresultaten. Daarbij kun je eventueel een computerprogramma gebruiken, zoals Excel (een trendlijn toevoegen). Ook dat kun je vinden in paragraaf 6.2.

Wanneer je niet de beschikking hebt over een computer, maar je weet wel om welk soort verband het gaat, kun je de constanten in het functievoorschrift vinden door de coördinaten van een paar punten in te vullen in het functievoorschrift dat bij het verband hoort. Je krijgt dan twee vergelijkingen met twee onbekenden (voorbeeldopgave 4 en 5). Hieruit bereken je de waarden van de constanten in het functievoorschrift.

VOORBEELDOPGAVE 4

In figuur 29 zie je hoe de lengte l van een brandende kaars in tijd t afneemt.

Vraag: Stel een formule op bij dit verband.

Antwoord: Bij deze grafiek hoort een lineair verband: $l = a \cdot t + b$.

Invullen van twee punten: bijvoorbeeld (0, 25) en (10, 5) geeft:

$$25 = a \cdot 0 + b \text{ en } 5 = a \cdot 10 + b$$

Vereenvoudigen geeft: $b = 25$. Dit is de beginlengte in cm. Invullen geeft: $a = -2,0$.

Dat is de afnamesnelheid van de kaars (in cm h^{-1}).

Daarmee is de formule gevonden voor de lengte (in cm): $l = -2,0 \cdot t + 25$.

VOORBEELDOPGAVE 5

In figuur 30 zie je hoe de slingertijd T afhangt van de lengte l van een slinger.

Vraag: Stel een formule op bij dit verband.

Antwoord: De grafiek lijkt op een wortelverband (liggende halve parabool door de oorsprong). Daarbij past de functie $T = a \cdot \sqrt{l}$.

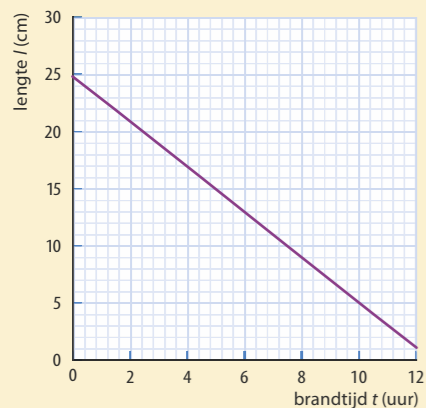
Invullen van een punt van de trendlijn, bijvoorbeeld (0,8; 1,8) geeft: $1,8 = a \cdot \sqrt{0,8}$.

Omschrijven geeft: $a = \frac{1,8}{\sqrt{0,8}} = 2,0$. Dit is een constante met de eenheid $\text{s m}^{-1/2}$.

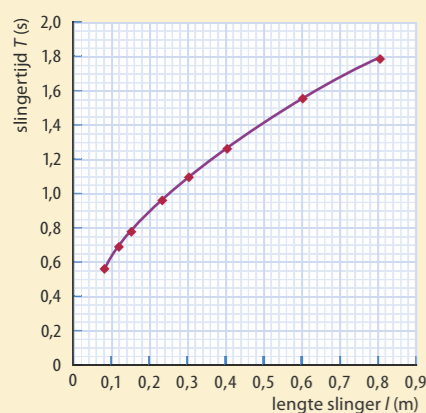
Daarmee is de formule gevonden: $T = 2,0 \cdot \sqrt{l}$.

Grafieken en coördinatentransformatie

Aan de vorm van een grafiek kun je vaak snel herkennen of het gaat om een evenredig, een omgekeerd evenredig of een kwadratisch verband. Bij andere verbanden is het soms niet zo eenvoudig te zien. In die gevallen kan het helpen een **coördinatentransformatie** toe te passen. Zie ook hoofdstuk 6 van deel 4 vwo. Daarbij verander je één van de twee coördinaten voor alle meetpunten. Je tekent dan niet een diagram van grootheid y tegen grootheid x , maar bijvoorbeeld van y tegen \sqrt{x} , of van y tegen x^2 of van y tegen x^{-1} .



Figuur 29 Grafiek van de lengte van een kaars tijdens het branden



Figuur 30 Slingertijd en lengte

De transformatie die je toepast, hangt af van het soort verband dat je vermoedt.

Enkele voorbeelden:

- Je verwacht dat de remweg van een wagentje omgekeerd evenredig is met de remkracht. Teken dan een diagram van s_{rem} tegen $\frac{1}{F}$.
- Je verwacht dat de luchtweerstand van een vliegtuigje evenredig is met het kwadraat van de snelheid. Teken dan een diagram van $F_{w,1}$ tegen v^2 .
- Je verwacht dat de lichtintensiteit van een gloeilamp afneemt met het kwadraat van de afstand. Teken dan een diagram van I tegen r^{-2} (of $\frac{1}{r^2}$).

VOORBEELDOPGAVE 6

In het diagram van figuur 30 zie je hoe de slingertijd T afhangt van de lengte l van een slinger.

Vraag: Stel een formule op voor het verband tussen T en l met behulp van coördinatentransformatie.

Antwoord: De grafiek lijkt op een wortelfunctie: $y = c \cdot \sqrt{x}$. Dan is T evenredig met \sqrt{l} .

Bereken bij elk meetpunt \sqrt{l} , en teken daarmee een nieuw diagram. Zie figuur 31.

De grafiek wordt dan een rechte lijn door de oorsprong: $T = a \cdot \sqrt{l}$. Invullen van een punt van de lijn, bijvoorbeeld (0,8; 1,6) geeft $a = \frac{1,6}{0,8} = 2,0$. De formule bij dit verband is: $T = 2,0 \cdot \sqrt{l}$.

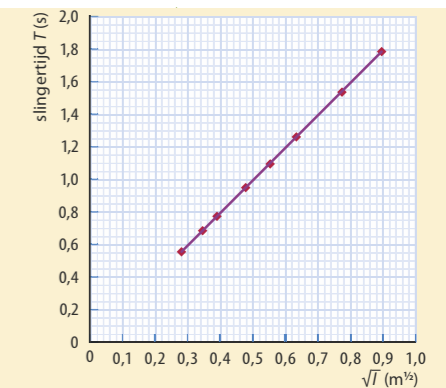
Opmerking: Bij dit verband geldt ook dat T^2 evenredig is met l . Je zou dus ook T kunnen omrekenen naar T^2 . De grafiek wordt dan ook een rechte lijn. Daarvoor geldt: $T^2 = a \cdot l$, waarbij $a = 4,0$.

Logaritmische assen

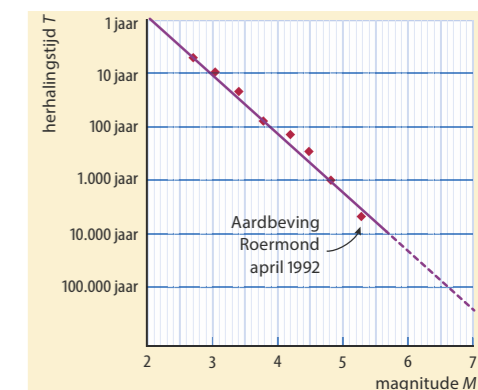
In sommige situaties kan een **logaritmisch diagram** of een **dubbel-logaritmisch diagram** handig zijn. Bij een logaritmisch diagram is de schaalverdeling van één van de assen zo aangepast dat machten van 10 op gelijke afstand van elkaar liggen. Een dubbel-logaritmisch diagram heeft twee van zulke assen. In de figuren 32 en 33 zie je daarvan voorbeelden. Een voordeel van logaritmische assen is dat je heel grote én heel kleine getallen in het diagram kunt plaatsen. In een dubbel-logaritmisch diagram hoort bij een rechte lijn een machtsfunctie. In een enkel-logaritmisch diagram hoort bij een rechte lijn een exponentiële functie.

20 Met de kwadratenwet wordt bedoeld dat de waarde van de ene grootheid afneemt met het kwadraat van de andere grootheid. Voorbeelden van de kwadratenwet zijn de gravitatiekracht tussen hemellichamen en de gemeten lichtintensiteit van een puntvormige lichtbron.

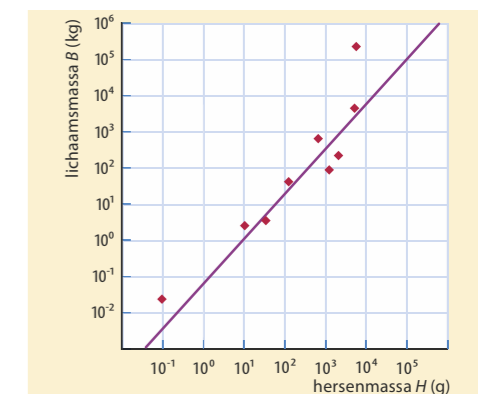
- Leg uit hoe je aan een formule kunt zien dat er sprake is van een kwadratenwet.
- Geef een ander voorbeeld van de kwadratenwet. Kijk eventueel bij de formules in Binas.
- Leg met behulp van figuur 34 uit waardoor de lichtintensiteit van een (puntvormige) lichtbron omgekeerd evenredig is met het kwadraat van de afstand.



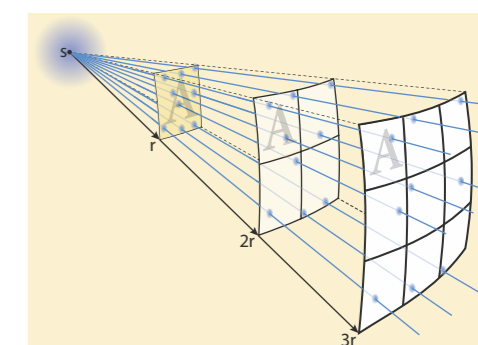
Figuur 31 Slingertijd T uitgezet tegen \sqrt{l}



Figuur 32 Logaritmische assen



Figuur 33 Dubbel-logaritmisch diagram



Figuur 34 De intensiteit van een puntvormige bron neemt af met het kwadraat van de afstand.

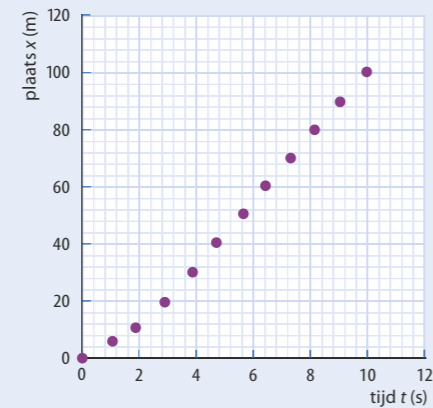


Figuur 35 Usain Bolt, Olympisch winnaar op de 100 m in 2008, 2012 en 2016

21 Sprint

Kimberley en Jenneke maken met behulp van een video-opname een x,t -diagram van een sprint van Usain Bolt over 100 m (zie figuur 35). Vanaf $t = 4,0$ s liggen de meetpunten op een rechte lijn (zie figuur 36).

- Stel een vergelijking van deze rechte lijn op.
- Leg uit wat dit betekent voor de snelheid van Usain Bolt tussen $t = 4,0$ s en $t = 10,0$ s.



Figuur 36

Kimberley en Jenneke nemen aan dat tussen $t = 0$ en $t = 4,0$ s de beweging van de sprinter eenparig versneld is. Daartoe tekenen zij het bijbehorende v,t -diagram tussen $t = 0$ en $t = 4,0$ s.

- Schets het v,t -diagram tussen $t = 0$ en $t = 4,0$ s dat past bij deze aanname en bij de snelheid na $t = 4,0$ s.
- Laat zien dat het getekende v,t -diagram niet in overeenstemming is met het x,t -diagram van figuur 36.

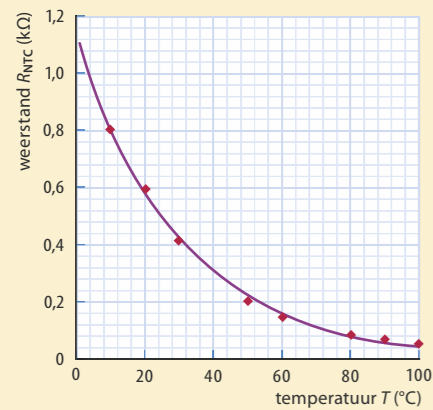
Naar examen vwo 2013-I, opgave 1

22 Waarschuwingssysteem

Pierre en Diane maken tijdens een practicum een waarschuwingssysteem waarbij een led gaat branden als de temperatuur 20°C of hoger is. Ze gebruiken daarbij een NTC om de temperatuur te meten. In figuur 37 zie je het diagram dat bij deze NTC hoort. Volgens Diane past bij deze grafiek een exponentieel verband, maar Pierre denkt dat het een omgekeerd evenredig verband is.

- Leg uit hoe je aan de grafiek kunt zien dat het geen omgekeerd evenredig verband is.
- Laat op basis van berekeningen met minstens drie meetpunten zien dat Diane gelijk heeft.
- Bepaal zo nauwkeurig mogelijk hoeveel keer groter of kleiner de weerstand wordt per 10°C .

Naar examen vwo 2010-II, opgave 2



Figuur 37

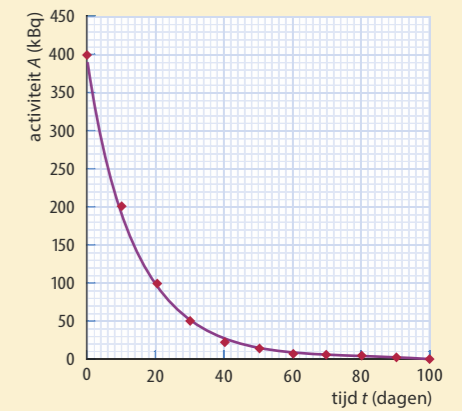
23

In het diagram van figuur 38 zie je hoe de activiteit A van een radioactieve bron afneemt in de loop van de tijd t .

- Controleer aan de hand van figuur 38 dat de halvingstijd 10 dagen is.
- Leg uit dat dit diagram niet erg geschikt is om de activiteit af te lezen bij $t > 60$ dagen.

In figuur 39 is hetzelfde verband weergegeven in een logaritmisches diagram.

- Lees in dit diagram de waarde van A af op $t = 0$ en $t = 100$ dagen.
- Controleer daarmee dat de halvingstijd 10 dagen is.
- Stel een formule op voor het verband tussen A en t .
- Teken in figuur 39 de grafiek die hoort bij een halvingstijd van 20 dagen en de grafiek die hoort bij een halvingstijd van 5 dagen. Ga uit van dezelfde beginwaarde van activiteit A .



Figuur 38

24

Sopraansaxofoon

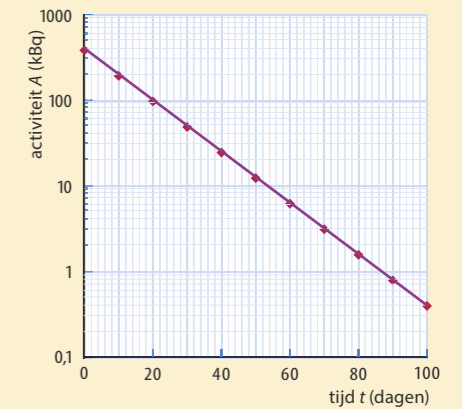
In figuur 40 zie je Mauro met een sopraansaxofoon. Mauro en zijn vriend Stef bespreken de toonvorming van de sopraansaxofoon. De toon die een saxofoon produceert, hangt af van de buislengte en van de twee uiteinden van de buis. Op internet vinden ze de grafieken van figuur 41.

Op basis daarvan stellen ze twee hypothesen op:

- De frequentie van de grondtoon is omgekeerd evenredig met de buislengte.
- In een open buis is de golflengte van de grondtoon steeds twee keer zo groot als bij een eenzijdig gesloten buis met gelijke buislengte.

Ga voor elke hypothese na of deze ondersteund wordt door de informatie die ze op internet gevonden hebben.

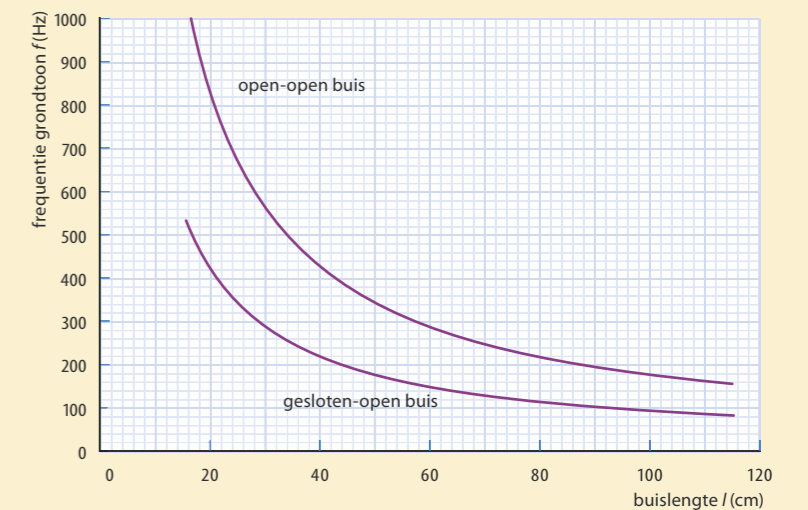
Naar examen vwo 2010-II, opgave 1



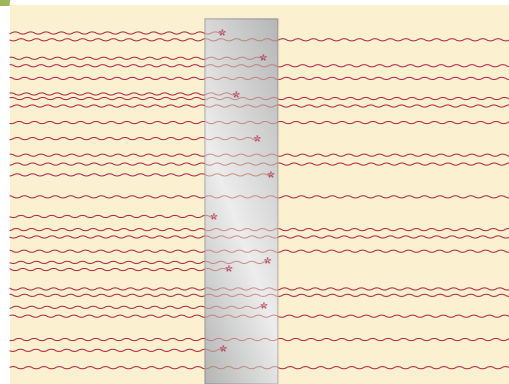
Figuur 39



Figuur 40



Figuur 41



Figuur 42

25 Gammastraling

De waarde van de halveringsdikte voor gammastraling met een energie van 1 MeV hangt af van de eigenschappen van het absorberende materiaal. De absorptie van gammastraling is uitgebeeld in figuur 42 (niet op schaal). Links zie je een bundel gammafotonen die op een plaatje valt. Als een gammafoton een elektron treft, wordt het gammafoton geabsorbeerd. Bij een grotere elektronendichtheid worden dus meer gammafotonen geabsorbeerd, wat leidt tot een andere halveringsdikte.

a Leg uit dat de halveringsdikte omgekeerd evenredig is met de elektronendichtheid.

Voor de elektronendichtheid in een materiaal geldt formule 1:

$$1 \quad n_e = \rho \cdot \frac{Z}{m_{at}}$$

Hierin is n_e de elektronendichtheid, ρ de dichtheid van het materiaal, Z het atoomnummer en m_{at} de massa van het atoom.

b Leg met behulp van formule 1 uit dat de eenheid van n_e gelijk is aan m^{-3} .

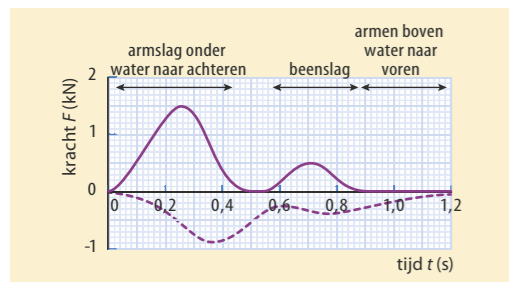
Het verband tussen de halveringsdikte $d_{\frac{1}{2}}$ van het materiaal en de elektronendichtheid n_e wordt gegeven door formule 2:

$$2 \quad d_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\sigma} \cdot \frac{1}{n_e}$$

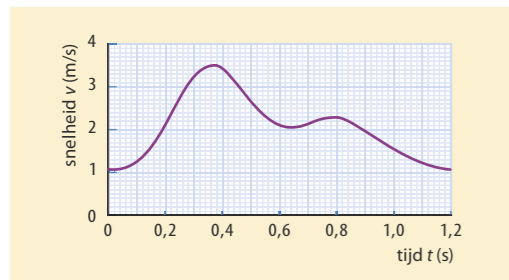
Hierin is $d_{\frac{1}{2}}$ de halveringsdikte van het materiaal en σ de effectieve trefoppervlakte van de elektronen in het materiaal (een soort trefkans per m^2).

c Leg met behulp van formule 2 en gegevens uit Binas uit of de effectieve trefoppervlakte σ afhangt van de energie van de gebruikte gammafotonen.

Bron: examen vwo 2012-II, opgave 3



Figuur 43 Voortstuwingskracht (getrokken lijn) en weerstand (gestippelde lijn)



Figuur 44

26 Vlinderslag

In figuur 43 zie je het verloop van de voortstuwingskracht en de weerstand van een zwemmer tijdens één zwemslag (de vlinderslag). En in figuur 44 het verloop van de snelheid van het zwaartepunt van de zwemmer.

De weerstand is (bij benadering) alleen afkomstig van het water. Het verband tussen deze kracht en de snelheid van de zwemmer is een machtsfunctie met de vorm: $F_w = a \cdot v^n$.

a Lees op $t = 0,40$ s en op $t = 0,80$ s de snelheid v en de weerstandskracht F_w af.

b Bereken met behulp van die gegevens de waarde van de constanten a en n .

c Leid de eenheid af van constante a .

Naar examen vwo 2011-II, opgave 1

27 Duimpiano

In figuur 45 zie je een duimpiano. Dit muziekinstrument bestaat uit een houten blok met daarop een aantal metalen strips. Een strip wordt in trilling gebracht door deze met de duim naar beneden te duwen en los te laten. Er ontstaat dan een staande golf in de strip.

Onderzoek heeft uitgewezen dat de golfsnelheid in een strip afhankelijk is van de frequentie. Er zijn drie mogelijke hypothesen onderzocht:

- 1 Een evenredig verband tussen v en f .
- 2 Een evenredig verband tussen v en f^2 .
- 3 Een evenredig verband tussen v en \sqrt{f} .



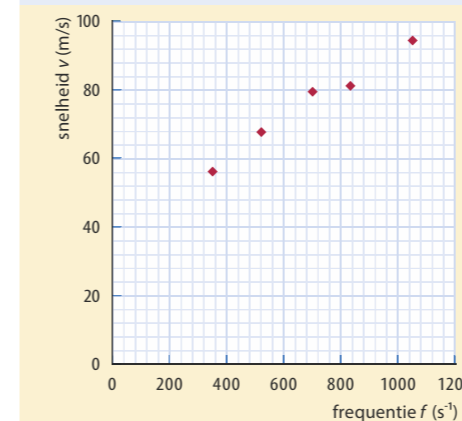
Figuur 45

Om te achterhalen welke hypothese juist is, zijn drie diagrammen getekend in de figuren 46a tot en met c.

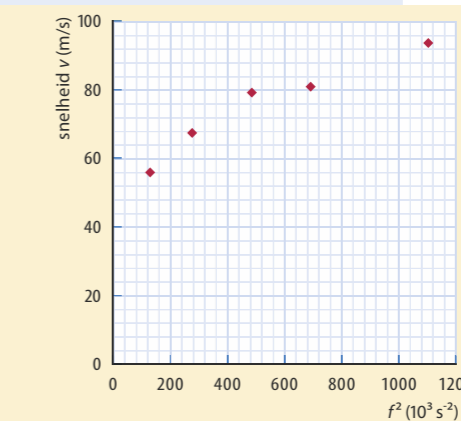
a Leg uit welke hypothese door de meetgegevens wordt ondersteund.

b Stel op basis van deze gegevens een formule op voor het verband tussen v en f .

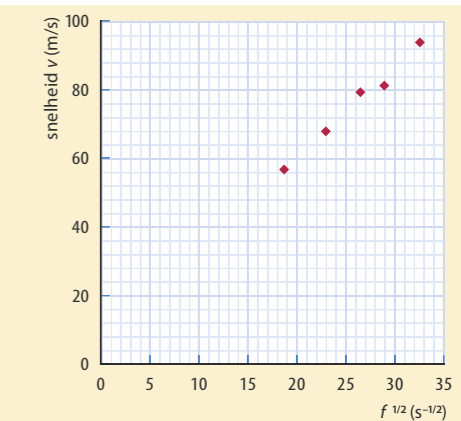
Naar examen vwo 2012-II, opgave 1



Figuur 46a



Figuur 46b



Figuur 46c

28 Kegelslinger

Herma onderzoekt de eigenschappen van een kegelslinger. Daarvoor laat zij een voorwerp aan een touw vlak boven de vloer ronddraaien. Na enige oefening lukt het om het voorwerp een eenparige cirkelbeweging te laten maken (zie figuur 47).

M is het middelpunt van de cirkelbaan, h de hoogte van de kegelslinger (de afstand TM) en ℓ de lengte van het touw.

Als Herma het voorwerp sneller laat ronddraaien, is de kegel wijder en dus h kleiner. Zij onderzoekt het verband tussen de omlooptijd T en de kegelhoogte h . Haar metingen staan in de tabel van figuur 48.

T (s)	0,63	0,99	1,41	1,72	1,98
h (m)	0,10	0,25	0,50	0,75	1,00

Figuur 48

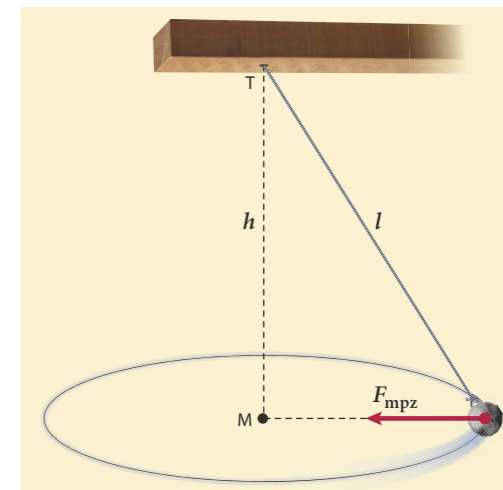
a Laat met een berekening zien dat T niet evenredig is met h .

In een theorieboek heeft Herma een kwadratische formule gevonden voor de kegelslinger. Om te controleren of haar metingen daarmee in overeenstemming zijn, maakt Herma het diagram van figuur 49.

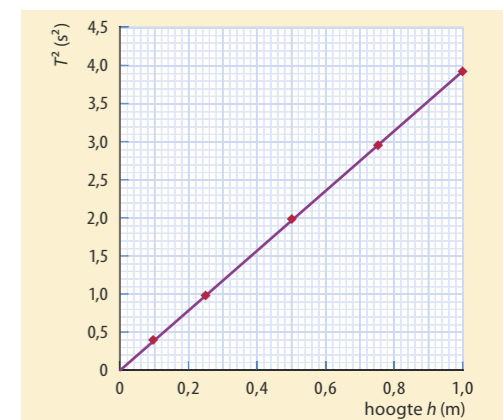
b Stel op basis van deze grafiek een formule op voor het verband tussen T en h .

Noteer daarbij ook de waarde en de eenheid van de constante in de formule.

Naar examen havo 2007-I, opgave 6



Figuur 47



Figuur 49

BEHEERSEN

Redeneren met evenredigheden

Soms kun je formules gebruiken om de uitkomst van een berekening te beredeneren, zonder dat je de uitkomst uitrekent.

VOORBEELDOPGAVE 7

Twee identieke auto's liggen zij aan zij bij het ingaan van een bocht van 180°. Ze nemen beide met maximale snelheid de bocht, zodat ze nog net niet de baan uitvliegen. De binnenste auto moet een scherpere bocht maken en rijdt dus met iets lagere snelheid. Deze auto legt wel een kortere afstand af.



Figuur 50

Vraag: Beredeneer welke auto het eerst door de bocht is.

Antwoord: Je hebt de tijd voor de bocht nodig. Die bepaal je met $s = v \cdot t$. De bocht is een halve cirkel dus: $t = \frac{s}{v} = \frac{\pi r}{v}$. De straal r en de snelheid v zijn voor beide bochten verschillend. Hoe ze samenhangen, kun je halen uit de formule voor de middelpuntzoekende kracht: $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r}$. Hierin zijn m en F_{mpz} voor beide auto's even groot, want F_{mpz} is hier de maximale wrijvingskracht.

Dat geeft: $\frac{v^2}{r}$ is voor beide auto's hetzelfde. Dan is v^2 evenredig met r , en v is evenredig met \sqrt{r} .

Substitueer dit in de formule voor de tijd. Dat geeft: t evenredig met $\frac{\pi r}{\sqrt{r}}$. Daarin is π constant, en $\frac{r}{\sqrt{r}} = \sqrt{r}$. Dat betekent dat t evenredig is met \sqrt{r} .

Een grotere straal geeft dus een grotere tijd. De auto in de binnenbocht (kleinere straal) komt het eerst de bocht uit.

Formules afleiden

Met het afleiden van een formule wordt bedoeld: je stelt een nieuwe formule op met behulp van twee (of meer) bekende formules. Vaak is in een opgave de formule die je moet afleiden al gegeven en moet je laten zien hoe die afgeleid kan worden uit bestaande formules. Je kunt dan de volgende procedure hanteren:

- Bepaal welke bekende formules je nodig hebt. Meestal blijkt dat uit de natuurkundige grootheden in de formule die je moet afleiden.
- Combineer de twee formules, bijvoorbeeld door middel van substitutie.
- Herschrijf en vereenvoudig het resultaat totdat de gevraagde formule ontstaat.

VOORBEELDOPGAVE 8

Alle planeten draaien in vrijwel cirkelvormige banen rond de zon. De omlooptijd van een planeet is groter naarmate hij verder van de zon staat. Voor het verband tussen omlooptijd en afstand tot de zon geldt de derde wet van Kepler:

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M}$$

Hierin is r de afstand tot de zon (de baanstraal in m), T de omlooptijd (in s), G de gravitatieconstante ($6,67384 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$) en M de massa van de zon (in kg).

Vraag: Leid de derde wet van Kepler af uit twee of meer formules uit Binas.

Antwoord: Voor de cirkelbeweging van een planeet om de zon gelden de volgende formules:

$$\text{Gravitatiekracht: } F_g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

$$\text{Middelpuntzoekende kracht: } F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$\text{Baansnelheid: } v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

Voor een planeetbaan geldt: $F_g = F_{\text{mpz}}$

$$\text{Invullen geeft: } G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r}. \text{ Vereenvoudigen: } v^2 \cdot r = G \cdot M$$

$$\text{Substitutie van de baansnelheid geeft: } \left(\frac{2\pi \cdot r}{T}\right)^2 \cdot r = G \cdot M$$

$$\text{Kwadraat uitwerken: } \frac{4\pi^2 \cdot r^2}{T^2} \cdot r = G \cdot M$$

$$\text{Vereenvoudigen: } 4\pi^2 \cdot r^3 = G \cdot M \cdot T^2$$

$$\text{Omschrijven geeft: } \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M}$$

Eenheden afleiden en controleren

Bij de grootheden in formules horen eenheden. Vaak zijn die eenheden gegeven en anders maak je gebruik van de standardeenheden. De formules in Binas zijn zo gekozen dat je vrijwel altijd de standardeenheden kunt gebruiken. Het voordeel daarvan is dat bij de uitkomst die je met een formule berekent, ook weer een standardeenheid (bij die grootheid) hoort. In Binas vind je alle grootheden en bijbehorende standardeenheden.

Soms krijg je de opdracht om bij een nieuwe formule te controleren of de eenheden met elkaar kloppen. Of je krijgt de opdracht de eenheid van een bepaalde grootheid in die formule af te leiden. Je kunt dan de volgende procedure hanteren:

- Zoek van de (overige) grootheden in de formule de bijbehorende eenheid op.
- Noteer de eenheden in de formule.
- Vervang getallen en grootheden zonder eenheid door het getal 1.
- Herschrijf zo nodig één of meer eenheden in basiseenheden.
- Herschrijf het resultaat zodanig dat aan de opdracht voldaan wordt.

grootheid	SI-basiseenheid	
	naam	symbool
lengte (ℓ)	meter	m
massa (m)	kilogram	kg
tijd (t)	seconde	s
elektrische stroom (I)	ampère	A
temperatuur (T)	kelvin	K
hoeveelheid stof (n)	mol	mol
lichtsterkte (I)	candela	cd

Figuur 51 Basiseenheden van het SI

VOORBEELDOPGAVE 9

Voor het verband tussen de omlooptijd van een planeet en de afstand van de planeet tot de zon geldt de derde wet van Kepler:

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M}$$

Vraag: Controleer of de eenheden in de formule links en rechts van het = teken aan elkaar gelijk zijn.

Antwoord: Voor de eenheden van de grootheden geldt: r in meter (m), T in seconde (s), M in kilogram (kg) en G in $\text{N m}^2 \text{kg}^{-2}$. Bij $4\pi^2$ hoort geen eenheid.

Invullen in de formule geeft:

$$\frac{\text{s}^2}{\text{m}^3} = \frac{1}{\text{N m}^2 \text{kg}^{-2} \text{kg}}$$

De eenheid newton (N) kan omschreven worden naar basiseenheden via

$F = m \cdot a$. Er geldt $\text{N} = \text{kg m s}^{-2}$. Invullen geeft:

$$\frac{\text{s}^2}{\text{m}^3} = \frac{1}{\text{kg m s}^{-2} \text{m}^2 \text{kg}^{-2} \text{kg}} = \frac{1}{\text{s}^{-2} \text{m}^3} = \frac{\text{s}^2}{\text{m}^3}$$

De eenheden links en rechts zijn dus gelijk.

VOORBEELDOPGAVE 10

Voor de grootte van de magnetische veldsterkte in een spoel geldt: $B = \mu_0 \frac{N \cdot I}{\ell}$. Hierin is B de sterkte van het magnetisch veld, μ_0 een constante, N het aantal windingen van de spoel, I de stroomsterkte en ℓ de lengte van de spoel.

Vraag: Leid de eenheid van de constante μ_0 af.

Antwoord: Voor de eenheden van de grootheden geldt: B in tesla (T), N geen eenheid (noteer het getal 1), I in ampère (A) en ℓ in meter (m). Invullen in de formule geeft:

$$\text{T} = [\mu_0] \frac{1 \cdot \text{A}}{\text{m}}$$

Omschrijven geeft:

$$[\mu_0] = \frac{\text{T m}}{\text{A}} = \text{T m A}^{-1}$$

29 Voor de gravitatiekracht op een vliegtuig (of satelliet) geldt de formule:

$$F_g = m \cdot g \cdot \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

Hierin is: R de straal van de aarde (in m), h de hoogte boven de aarde (in m) en g de valversnelling op het aardoppervlak (in m s^{-2}).

Leid deze formule af met behulp van formules uit Binas. *Hint:* bedenk welke afstand $R+h$ is.

30 Anti Blokkeer Systeem ABS

Voor een auto met ABS die maximaal remt, geldt voor de remkracht:

$$F_{\text{rem}} = f \cdot F_n$$

Hierin is: f de maximale wrijvingscoëfficiënt. Deze hangt alleen af van de banden en het wegdek (geen eenheid).

F_n de normaalkracht van het wegdek op de auto (in N).

- Beredeneer dat de massa van de auto geen invloed heeft op de remvertraging a .
- Beredeneer dat de remvertraging evenredig is met de maximale wrijvingscoëfficiënt.

c Leid af dat geldt: $a = f \cdot g$

De remweg van de auto hangt af van de beginsnelheid van de auto. Bij een grotere beginsnelheid hoort een grotere remweg.

- Beredeneer of de remweg s_{rem} evenredig is met v , met \sqrt{v} of met v^2 . Gebruik daarbij formules uit Binas.

31 Loodisotopen

Lood dat uit erts wordt gewonnen, bestaat voornamelijk uit de isotopen lood-206, lood-207 en lood-208. Om na te gaan of een bepaalde isotoop in een stofmengsel aanwezig is, wordt een massaspectrometer gebruikt (zie figuur 52). Het stofmengsel wordt eerst gasvormig gemaakt en daarna onder lage druk in de ionisatieruimte (1) gebracht. De geïoniseerde moleculen of atomen komen vervolgens in een vacuümruimte (2). Hierin worden ze door een elektrische kracht versneld. In ruimte (3) worden ze in een magnetisch veld afgebogen door de Lorentzkracht en ten slotte worden ze in punt Q gedetecteerd.

Een mengsel met éénwaardige positieve ionen van lood-206, lood-207 en lood-208 komt met een te verwaarlozen beginsnelheid in ruimte (2). De ionen worden tussen de platen A en B elektrisch versneld. Tussen B en P verandert de snelheid niet meer. Voor de snelheid van de isotopen geldt in punt P:

$$q \cdot U = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Voor de straal r van de halve cirkelbaan in ruimte (3) geldt:

$$B \cdot q \cdot r = m \cdot v$$

Hierin is: q de lading van de isotoop, U de versnellingsspanning, m de massa van de isotoop, v de snelheid in ruimte (3) en B de magnetische veldsterkte in ruimte (3).

- Welke grootheden in de voorgaande formules zijn voor alle isotopen gelijk?
- Beredeneer welke van de drie bovengenoemde isotopen in P de grootste snelheid heeft.
- Beredeneer bij welke van de drie isotopen de straal van de cirkelbaan het grootst is.

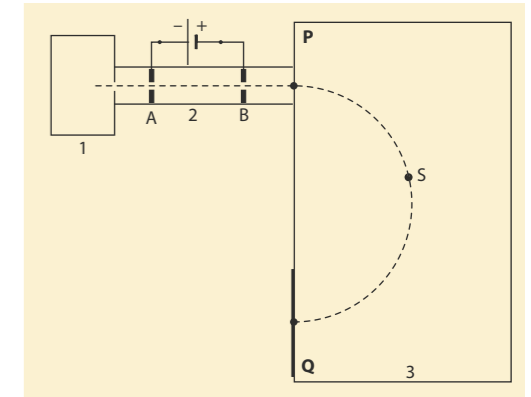
Naar examen vwo 2010-I, opgave 2

32 De golfsnelheid v van transversale golven in een gitaarsnaar kun je berekenen met de formule:

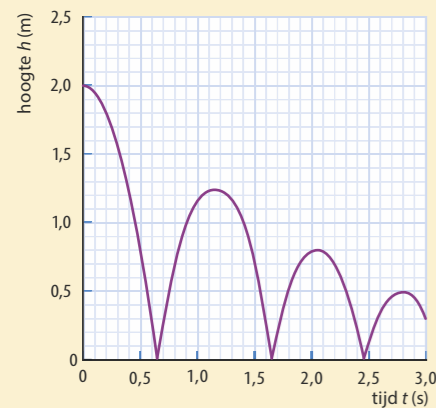
$$v = \sqrt{\frac{F_s \cdot l}{m}}$$

Hierin is: F_s de spankracht (in N), l de lengte van de snaar (in m) en m de massa van de snaar (in kg).

Leid af dat $\sqrt{\frac{F_s \cdot l}{m}}$ dezelfde eenheid heeft als v .



Figuur 52 Schematische weergave van een massaspectrometer

Figuur 53 h,t -diagram van stuitende bal**33** Stuiterfactor

Bij veel balsporten wil je een bal die goed stuitert. Om aan te geven hoe goed een bal stuitert, is de zogenaamde stuiterfactor S gedefinieerd:

$$S = \sqrt{\frac{h_s}{h}}$$

Hierin is h_s de stuiterhoogte, de maximale hoogte na de stuit (in m) en h de valhoogte (in m).

Renate heeft gelezen dat bij een officieel goedgekeurde voetbal de stuiterfactor moet voldoen aan: $0,78 \leq S \leq 0,91$

In figuur 53 zie je het h,t -diagram van een voetbal die drie keer stuitert.

- Bepaal bij elke stuit de stuiterfactor.
- Leg uit of de voetbal voldoet aan de officiële eisen.
- Bereken na hoeveel keer stuiten de stuiterhoogte van de bal kleiner is dan 10 cm.

Renate vraagt zich af waarom er in de formule voor S een wortel staat. Volgens haar zijn er twee mogelijke verklaringen:

- S geeft aan met welke factor de bewegingsenergie na een stuit is afgenomen.
- S geeft aan met welke factor de snelheid van de bal na een stuit is afgenomen.
- Beredeneer aan de hand van formules uit Binas welke verklaring juist is.

Dat kan door de formule $S = \sqrt{\frac{h_s}{h}}$ af te leiden.

Naar examen havo 2008-II, opgave 2

34 Voor de luchtweerstand op een vallende druppel water geldt:

$$F_{w,l} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho_l \cdot A \cdot v^2$$

Hierin is: c_w de wrijvingscoëfficiënt, die onafhankelijk is van de diameter van de druppel; ρ_l de dichtheid van de lucht (in kg m^{-3}); A de frontale oppervlakte van de druppel (in m^2) en v de snelheid van de druppel (in m s^{-1}). Als een waterdruppel met constante snelheid v valt, geldt voor de valsnelheid:

$$v^2 = k \cdot r$$

Hierin is r de straal van de druppel (in m) en k een constante.

Druk de constante k uit in g , c_w , ρ_l en ρ_w . Daarbij is ρ_w de dichtheid van water (in kg m^{-3}) en g de valversnelling (in m s^{-2}).

35 Pioneer-10

De verkenner Pioneer-10 werd gelanceerd in 1972 en verliet in 1983 het zonnestelsel. Pioneer-10 kwam daarna in de Kuiper gordel, een gebied van ijzig interplanetair stof dat ons zonnestelsel omgeeft. Deze gordel bevindt zich op een afstand tussen 30 AE en 100 AE (AE = astronomische eenheid = afstand zon-aarde). Doordat Pioneer-10 zulk interplanetaire stof 'opveegt', nam zijn massa toe. Een voorwerp dat tijdens zijn beweging in massa toeneemt, ondervindt daardoor een tegenwerkende kracht:

$$1 \quad F = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot v$$

Voor de tegenwerkende kracht op Pioneer-10 ten gevolge van het 'opvegen' van interplanetair stof geldt:

$$2 \quad F = A \cdot \rho \cdot v^2$$

Hierin is ρ de stofdichtheid (in kg m^{-3}), A de frontale oppervlakte van Pioneer-10 (in m^2) en v de snelheid van Pioneer-10 (in m s^{-1}).

- Laat zien dat $\frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot v$ dezelfde eenheid heeft als F .
- Leid formule (2) af. Maak gebruik van formule (1) of van formules uit Binas.

Naar examen vwo 2011-I, opgave 2

36 Bij hoge snelheden is de rolweerstand van een auto verwaarloosbaar klein ten opzichte van de luchtweerstand. Voor de totale wrijvingskracht F_w op de auto geldt dan:

$$F_w = k \cdot v^2$$

Hierin is k een constante die afhangt van de vorm en afmetingen van de auto en v de snelheid van de auto (in m s^{-1}). Bij een constante snelheid van 100 km h^{-1} levert de motor van een bepaalde auto een arbeidsvermogen van 20 kW.

- Beredeneer dat het vermogen evenredig is met v^3 .
- Bereken de waarde van k voor deze auto.

37 ISS

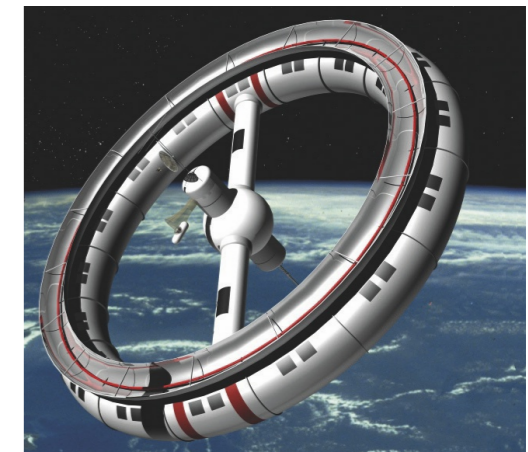
Het internationale ruimtestation ISS dat rond de aarde cirkelt, is gedeeltelijk afgeleid van de ideeën van de Duits-Amerikaanse raketgeleerde Wernher von Braun. Deze ontwierp in de jaren 50 van de vorige eeuw een wielvormig ruimtestation. Zie figuur 54.

Ga er in deze opgave vanuit dat dit ruimtewiel ook werkelijk gerealiseerd is en op 1730 km hoogte in een cirkelvormige baan rond de aarde beweegt. Voor de baansnelheid v van een ruimteobject dat in een cirkelbaan met straal r om de aarde beweegt, geldt:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_{\text{aarde}}}{r}}$$

- Leid deze formule af.
- Bereken de omlooptijd in uur van het ruimtewiel rond de aarde.

Bron: examen vwo 2008-I, opgave 4



Figuur 54 Ruimtewiel

11.3 De afgeleide gebruiken

In de wiskunde is de afgeleide een instrument om de steilheid van een grafiek te berekenen. De afgeleide $f'(x)$ beschrijft in elk punt de steilheid van de raaklijn aan die grafiek. In de natuurkunde heeft die steilheid een specifieke betekenis. Daarmee kun je bijvoorbeeld de versnelling op een bepaald punt bepalen in een v,t -diagram.

PARAGRAAFVRAAG

Hoe maak je in de natuurkunde gebruik van de afgeleide?

BEGRIJPEN

De steilheid en de afgeleide

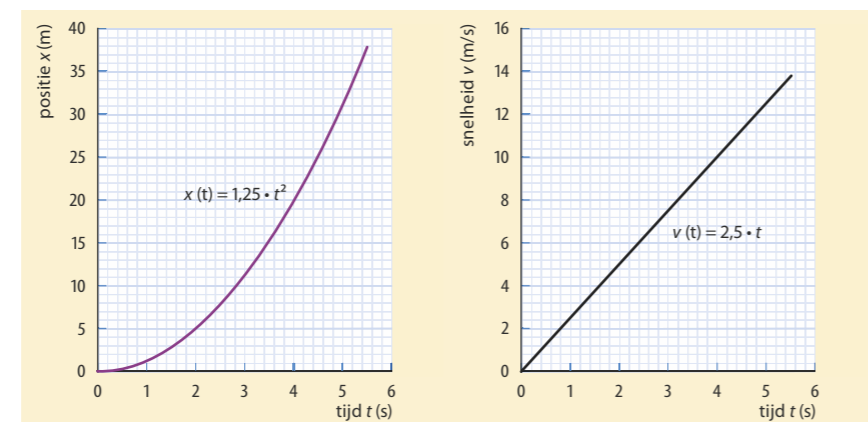
De steilheid van de raaklijn aan een grafiek geeft aan hoe snel de waarde van die grootte toeneemt of afneemt, bijvoorbeeld in de loop van de tijd (de toename of afname per seconde). Zo bepaal je bijvoorbeeld de snelheid met behulp van de steilheid van het x,t -diagram. De steilheid is dan de verandering van de positie x in meter per seconde. Dat is de snelheid.

De steilheid van een rechte lijn bereken je met formules zoals $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ en $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Daarin geeft het symbool Δ aan dat je het verschil gebruikt tussen twee punten op die lijn. Bij een raaklijn wordt de steilheid geschreven als $v = \frac{dx}{dt}$ en $a = \frac{dv}{dt}$. De snelheid $v(t)$ is dan in feite de afgeleide van de positie $x(t)$, en de versnelling $a(t)$ is de afgeleide van de snelheid $v(t)$. De afgeleide wordt geschreven als $v'(t)$ of als $\frac{dv}{dt}$. Gebruik voor het bepalen van de afgeleide de rekenregels van figuur 55.

In het examenprogramma voor het vwo komen de volgende afgeleiden van grootheden voor:

- * $A = -\frac{dN}{dt} = -N'(t)$ De activiteit van een radioactieve bron is de afgeleide van het aantal instabiele atoomkernen (Het minteken komt doordat N afneemt, waardoor de afgeleide N' negatief is).
- * $v = \frac{dx}{dt} = x'(t)$ De snelheid $v(t)$ is de afgeleide van de positie $x(t)$.
- * $a = \frac{dv}{dt} = v'(t)$ De versnelling $a(t)$ is de afgeleide van de snelheid $v(t)$.
- * $U_{\text{ind}} = \frac{d\phi}{dt} = \phi'(t)$ De inductiespanning U_{ind} over een spoel is evenredig met de afgeleide van de flux ϕ door de spoel.

In figuur 56 zijn als voorbeeld het x,t -diagram en het v,t -diagram weergegeven van een eenparig versnelde beweging.



Figuur 56 Positie en snelheid tijdens een versnelde beweging.

Regels voor differentiëren:

Als $f(x) = a \cdot x^b$ dan is $f'(x) = a \cdot b \cdot x^{b-1}$

Als $f(x) = \sin(x)$ dan is $f'(x) = \cos(x)$

Als $f(x) = \cos(x)$ dan is $f'(x) = -\sin(x)$

Kettingregel:

De afgeleide van $f(g(x)) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Een voorbeeld daarvan is:

Als $u(t) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$ dan is

$u'(t) = A \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \cdot \frac{2\pi}{T}$

Figuur 55

De vergelijkingen bij deze grafieken zijn: $x(t) = 1,25 \cdot t^2$ en $v(t) = 2,5 \cdot t$. Aan die vergelijkingen is te zien dat de snelheid de afgeleide is van de positie (de afgeleide van t^2 is $2 \cdot t$). Hier geldt: $v(t) = \frac{dx}{dt} = x'(t)$. In dit voorbeeld geldt voor de versnelling: $a(t) = v'(t) = 2,5 \text{ m s}^{-2}$. De versnelling is constant.

VOORBEELDOPGAVE 11

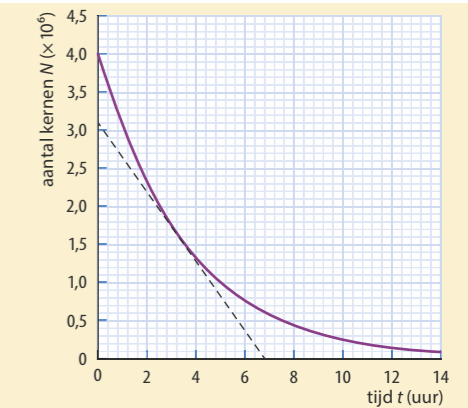
In figuur 57 zie je hoe het aantal instabiele kernen N van een radioactieve bron afneemt in de loop van de tijd. In dit diagram is een raaklijn getekend op $t = 3,0$ uur.

Vraag: a Bepaal de steilheid van de raaklijn.

b Leg uit welke betekenis deze steilheid heeft.

Antwoord: a De steilheid van de raaklijn is: $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{-3,15 \cdot 10^6}{6,8 \times 3600} = 1,3 \cdot 10^2 \text{ s}^{-1}$.

b De steilheid is gelijk aan de afname van het aantal instabiele kernen per seconde. Dat is ook de activiteit van de bron.



Figuur 57 Afname van het aantal kernen van een radioactieve bron

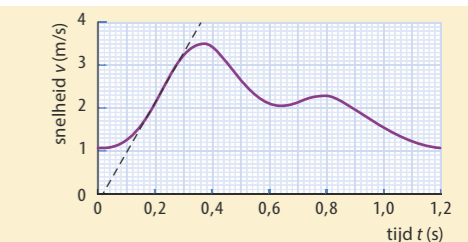
VOORBEELDOPGAVE 12

In figuur 58 zie je hoe de snelheid van een zwemmer verandert tijdens één zwemslag. Daarbij maken eerst de armen en daarna de benen een slagbeweging door het water.

Vraag: Bepaal de maximale versnelling van de zwemmer tijdens deze slagbeweging.

Antwoord: De helling van de grafiek is maximaal bij $t = 0,2$ s. De raaklijn in dit punt stijgt 4 m s^{-2} in $0,36 - 0,02 = 0,34$ s. Dan is $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4,0}{0,34} = 12 \text{ m s}^{-2}$.

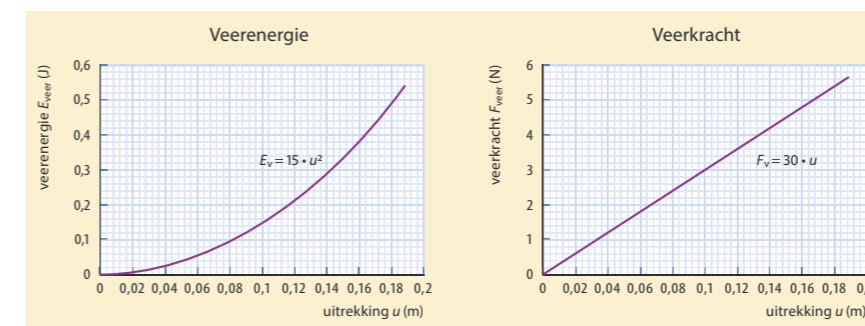
Naar examen vwo 2011-II, opgave 1



Figuur 58 Snelheid van een zwemmer gedurende een slagbeweging

Energie, arbeid en kracht

In de voorbeeldopgaven 11 en 12 gaat het steeds om een afgeleide naar de tijd, maar dat is niet altijd het geval. Bij diagrammen van bijvoorbeeld arbeid en energie speelt de positie een belangrijke rol. In figuur 59 zijn als voorbeeld twee diagrammen weergegeven van de veerenergie E_v en de veerkracht F_v als functie van de uitrekking u van een veer.



Figuur 59 Veerenergie en veerkracht als functie van de uitrekking

VOORBEELDOPGAVE 13

In figuur 59 links zie je hoe de veerenergie toeneemt met de uitrekking.

Vraag: a Bepaal de steilheid van de raaklijn aan de grafiek van de veerenergie bij $u = 0,10$ m.

b Controleer dat de eenheid van de steilheid overeenkomt met de eenheid van kracht.

Antwoord: a Trek de raaklijn aan de kromme bij $u = 0,10$ m. Deze snijdt de u -as in het punt $(0,05 \text{ m}; 0)$ en gaat door het punt $(0,2 \text{ m}; 0,45 \text{ J})$.

Voor de steilheid van de raaklijn geldt:

$$\frac{\Delta E_v}{\Delta u} = \frac{0,45 \text{ J}}{0,15 \text{ m}} = 3,0 \text{ J m}^{-1}$$

b Voor de eenheid geldt: $\text{J m}^{-1} = \frac{\text{Nm}}{\text{m}} = \text{N}$.

De in **a** bepaalde afgeleide is gelijk aan de veerkracht bij $u = 0,10$ m.

De vergelijkingen bij deze grafieken zijn: $E_v = 15 \cdot u^2$ en $F_v = 30 \cdot u$. Aan die vergelijkingen is te zien dat de veerkracht de afgeleide is van de veerenergie:

$$F_v = \frac{dE_v}{du} = E'_v(u).$$

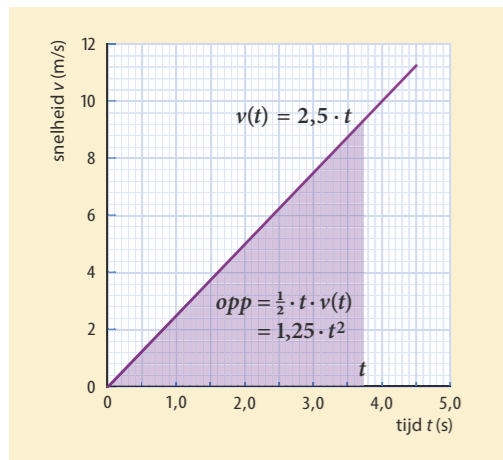
Theorie hierbij: Als de veer een klein stukje Δu wordt uitgerekt, neemt de veerenergie toe. De toename van de veerenergie is gelijk aan de arbeid W van de kracht die de veer uitrekt:

$$\Delta E_v = W = F_v \cdot \Delta u$$

Voor de steilheid van de raaklijn geldt dan:

$$\frac{\Delta E_v}{\Delta u} = \frac{W}{\Delta u} = F_v$$

De afgeleide van de veerenergie $E'_v(u)$ is dus de veerkracht $F_v(u)$.



Figuur 60 De oppervlakte is hier de afstand.

DE OPPERVLAKTE ONDER EEN GRAFIEK (WISKUNDE B)

De oppervlakte onder een grafiek heeft soms een natuurkundige betekenis.

Bijvoorbeeld:

De oppervlakte onder de grafiek in een F, x -diagram is de arbeid.

De oppervlakte onder de grafiek in een v, t -diagram is de verplaatsing.

Bij het v, t -diagram in figuur 60 is de oppervlakte onder de grafiek de afstand. Die oppervlakte is een driehoek. De bijbehorende formule is:

$$\text{oppervlakte} = \frac{1}{2} \cdot t \cdot v(t) = \frac{1}{2} \cdot t \cdot 2,5 \cdot t = 1,25 \cdot t^2$$

In de wiskunde is dit de primitieve van de snelheid, dat is de afstand $x(t)$. De afgeleide van de formule voor de afstand is weer de snelheid $v(t)$. Op dezelfde manier is de snelheid de primitieve van de versnelling, en is de veerenergie de primitieve van de veerkracht.

Harmonische trilling

Bij een harmonische trilling is de uitwijking $u(t)$ te schrijven als een sinusfunctie:

$$u(t) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

Het functievoorschrift voor de snelheid $v(t)$ is de afgeleide van $u(t)$:

$$v(t) = u'(t) = A \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right) \cdot \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi A}{T} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

Het functievoorschrift voor de versnelling $a(t)$ is de afgeleide van $v(t)$:

$$a(t) = v'(t) = A \cdot -\sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right) \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} = -\frac{4\pi^2 A}{T^2} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

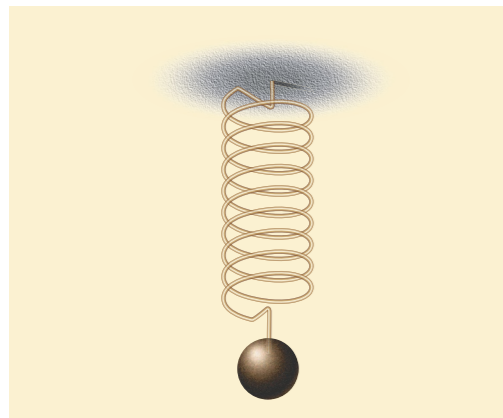
De voorwaarde voor het ontstaan van een harmonische trilling (een sinusfunctie) is dat de resulterende kracht evenredig is met de uitwijking, en tegengesteld gericht.

Daarbij hoort de formule:

$$F_{\text{res}} = -C \cdot u$$

Door deze voorwaarde is ook de versnelling evenredig met de uitwijking. Dat is af te leiden door $F_{\text{res}} = m \cdot a$ te substitueren. Dat geeft: $m \cdot a = -C \cdot u$. Dat is om te schrijven tot $u(t) = -\frac{m}{C} \cdot a(t)$.

Verder geldt: $a(t)$ is de tweede afgeleide van $u(t)$, en de tweede afgeleide van $\sin(t)$ gelijk is aan $-\sin(t)$. Dat betekent dat het ontstaan van een sinusfunctie wordt veroorzaakt door het verband $F_{\text{res}} = -C \cdot u$, het verband dat we ook vinden bij een massa-veersysteem (figuur 61).



Figuur 61 Massa-veersysteem

VOORBEELDOPGAVE 14

In figuur 62 is het oscillogram weergegeven van de trilling van een massa-veersysteem, met een massa van 39 g aan een veer met $C = 15 \text{ N m}^{-1}$. De amplitude is: $A = 0,012 \text{ m}$. De periode is: $T = 0,32 \text{ s}$.

Vraag: a Stel een functievoorschrift op voor de uitwijking $u(t)$.

b Leid hieruit een functievoorschrift af voor de versnelling $a(t)$.

c Controleer dat bij deze trilling geldt: $u(t) = -0,0026 \cdot a(t) = -\frac{m}{C} \cdot a(t)$.

Antwoord: a Voor de uitwijking u geldt: $u(t) = 0,012 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{0,32} \cdot t\right)$

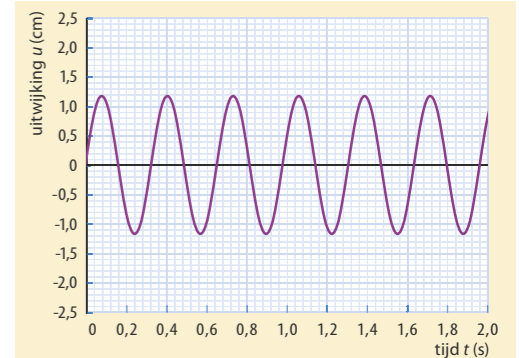
b Uit twee keer differentiëren volgt:

$$a(t) = -0,012 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{0,32} \cdot t\right) \cdot \frac{4\pi^2}{0,32^2} = -4,6 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{0,32} \cdot t\right).$$

c Dan is $-0,0026 \cdot a(t) = (-0,0026) \cdot (-4,6 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{0,32} \cdot t\right)) = 0,012 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{0,32} \cdot t\right)$.

En $-\frac{m}{C} = -\frac{0,039}{15} = -0,0026$, met als eenheid s^2 (ga dit na).

W1 Harmonische trilling



Figuur 62 Harmonische trilling

- 38** In een v, t -diagram is langs de verticale as de snelheid van een voorwerp weergegeven in m/s en langs de horizontale as de tijd in s.
- Welke eenheid hoort bij een oppervlakte onder de grafiek?
 - Welke betekenis heeft de oppervlakte onder de grafiek?
 - Welke eenheid hoort bij de helling van de raaklijn aan de grafiek?
 - Welke betekenis heeft de helling van de raaklijn aan de grafiek?
 - Welke betekenis heeft de afgeleide van de snelheid $v(t)$?

- 39** In een F, x -diagram is langs de verticale as de resulterende kracht F_{res} op een voorwerp weergegeven in newton en langs de horizontale as de plaats x in meter.

- Welke eenheid hoort bij een oppervlakte onder de grafiek?
- Welke betekenis heeft de oppervlakte onder de grafiek?

- 40** RTO

Vliegtuigen worden regelmatig onderworpen aan zware testen. Een voorbeeld van zo'n test is de Rejected Take Off (RTO). Tijdens een RTO versnelt een vliegtuig tot de snelheid die nodig is om op te stijgen. Daarna wordt er zo hard mogelijk geremd (zie figuur 63). Tijdens zo'n noodstop worden de remmen soms zó heet dat ze kunnen verbranden. In figuur 64 is het v, t -diagram van een RTO-test gegeven.

In het gedeelte waar het vliegtuig versnelt, is de grafiek bij benadering een machtsfunctie:

$$v(t) = 13,8 \cdot t^{0,5}$$

a Bereken de versnelling van het vliegtuig op $t = 10 \text{ s}$ met behulp van de afgeleide.

Voor de afstand in het eerste deel geldt bij benadering: $x(t) = 9,2 \cdot t^{1,5}$.

b Laat zien dat dit in overeenstemming is met de formule voor de snelheid.

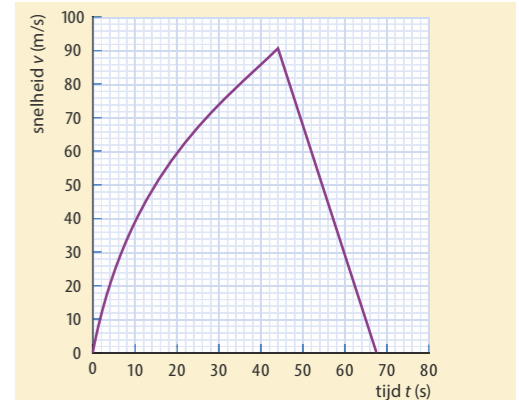
De test is uitgevoerd op een baan met een lengte van 4,00 km. Tijdens het remmen is de vertraging $3,75 \text{ m s}^{-2}$.

c Ga met een berekening na dat deze baan lang genoeg is voor deze test.

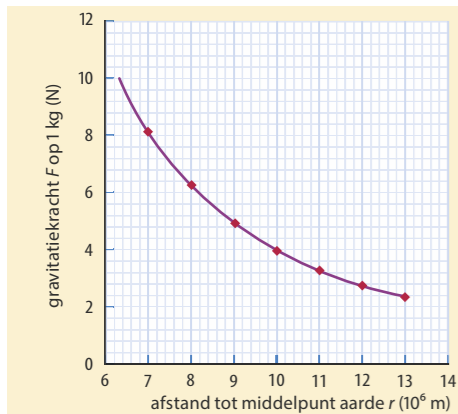
Naar examen havo 2012-II, opgave 2



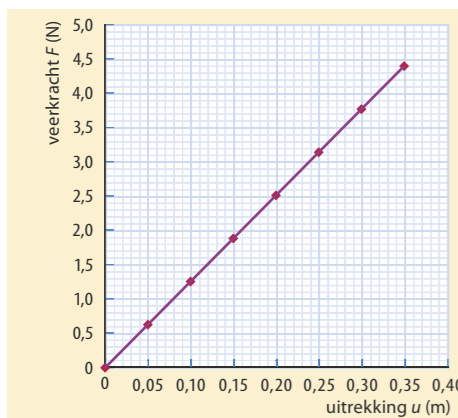
Figuur 63



Figuur 64



Figuur 65 Gravitatiekracht op een massa van 1 kg



Figuur 66

- 41** De zwaarte-energie van een voorwerp neemt toe als het voorwerp opgetild wordt. Daarvoor geldt:

$$E_z(h) = m \cdot g \cdot h$$

- Welke grootheden in deze formule zijn constant (in de buurt van het aardoppervlak)?
- Stel een formule op voor de afgeleide $E_z'(h) = \frac{dE_z}{dh}$.
- Aan welke grootheid is $E_z'(h)$ gelijk?

- 42** Als een satelliet in een baan rond de aarde wordt gebracht, neemt de gravitatie-energie toe. De toename van de gravitatie-energie is gelijk aan de arbeid die tegen de gravitatiekracht in op de satelliet wordt verricht. In figuur 65 is weergegeven hoe de gravitatiekracht op een voorwerp van 1 kg kleiner wordt als de afstand r tot het middelpunt van de aarde toeneemt.

- Noteer de formule voor de gravitatie-energie E_g .
- Welke grootheden in deze formule zijn constant?
- Stel een formule op voor de afgeleide $E_g'(r) = \frac{dE_g}{dr}$.
- Laat zien dat geldt: $E_g'(r) = F_g(r)$ (De afgeleide van de gravitatie-energie is de gravitatiekracht).

- 43** Tijdens het uitrekken van een veer wordt energie in de veer opgeslagen. Deze energie is gelijk aan de arbeid die de kracht verricht om de veer uit te rekken. In figuur 66 zie je het F, u -diagram van een bepaalde veer. Omdat de veerkracht evenredig is met de uitrekking geldt:

$$F_v = C \cdot u$$

- Controleer dat de formule bij deze grafiek is: $F_v(u) = 12,6 \cdot u$.
- Bereken hiermee de arbeid die nodig is om de veer 40 cm uit te rekken. De afgeleide van de veerenergie is de veerkracht: $E_v'(u) = \frac{dE_v}{du} = F_v(u)$.
- Laat zien dat bij dit voorbeeld geldt: $E_v(u) = 6,3 \cdot u^2$. De formule voor de veerenergie is: $E_v = \frac{1}{2} C \cdot u^2$.
- Verklaar deze formule door gebruik te maken van de afgeleide.

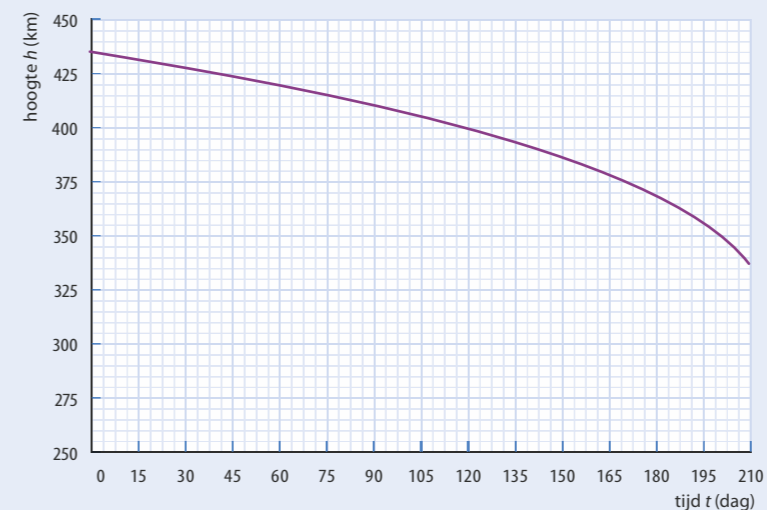
- 44** Satelliet
Een satelliet cirkelt rond de aarde. Voor de omlooptijd T geldt:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot M}}$$

Hierin is r de afstand van de satelliet tot het middelpunt van de aarde, G de gravitatieconstante en M de massa van de aarde.

- Leid deze formule af.

Een satelliet die door de buitenste lagen van de atmosfeer rondcirkelt, ondervindt een kleine wrijvingskracht. Als hij geen aandrijfmotor heeft, zal hij daardoor in een steeds lagere baan rond de aarde gaan cirkelen en uiteindelijk op de aarde neerstorten of in de dampkring verbranden. In figuur 67 zie je het diagram van dit proces.



Figuur 67

Op een bepaald moment bevindt de satelliet zich op een hoogte van 400 km boven de aarde.

- Bepaal met behulp van figuur 67 het hoogteverlies van de satelliet per omwenteling om de aarde op die hoogte.

Bron: examen vwo 2011-II, opgave 4

- 45** Nucleaire batterijen
(Deze opgave is alleen voor leerlingen die wiskunde B volgen)
Nucleaire batterijen gebruiken β^- -straling om elektrische energie op te wekken. Door hun zeer kleine afmetingen zijn ze geschikt voor bijvoorbeeld pacemakers. De β^- -straling komt uit een radioactieve bron met nikkel-63. Voor het aantal instabiele kernen N van de bron geldt: $N(t) = N(0) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_{1/2}}}$

- Stel een formule op voor de activiteit $A(t) = -N'(t)$. Gebruik daartoe de rekenregels van differentiëren uit figuur 55 en 68.

- Leid hieruit af dat geldt: $A(t) = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} \cdot N(t)$

Naar examen vwo 2010-I, opgave 3

- 46** Slinger
Bij een slinger is de terugdrijvende kracht de component van de zwaartekracht in de bewegingsrichting: $F_{\text{res}} = -F_z \cdot \sin(\alpha) = -m \cdot g \cdot \sin(\alpha)$
Dan is de versnelling: $a = \frac{F_{\text{res}}}{m} = -g \cdot \sin(\alpha)$
Voor kleine hoeken geldt: $\sin(\alpha) = \frac{u}{l}$, met u de horizontale uitwijking van de slinger en l de lengte van de slinger.

- Laat zien dat bij kleine hoeken de terugdrijvende kracht F_{res} evenredig is met de uitwijking u .
- Laat zien dat bij kleine hoeken geldt: $a = -\frac{g}{l} \cdot u$.
Voor het u, t -diagram van de slinger geldt dan: $u(t) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$.
- Stel formules op voor de snelheid $v(t) = u'(t)$ en voor de versnelling $a(t) = v'(t)$.
- Laat zien dat hieruit volgt: $a(t) = -\frac{4\pi^2}{T^2} u(t)$.
- Leid uit de formules bij **b** en **d** af dat voor de trillingstijd van een slinger geldt: $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$.

Als $f(x) = a \cdot b^x$ dan is $f'(x) = a \cdot b^x \cdot \ln(b)$
Bij radioactief verval is het grondtal $b = \frac{1}{2}$.
Daarvoor geldt:

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln(2^{-1}) = -\ln(2)$$

Figuur 68

BEHEERSEN**De afgeleide in een dynamisch model**

Dynamische modellen worden gebruikt om een bepaald proces of verschijnsel na te bootsen of te voorspellen. In allerlei wetenschappen worden dynamische modellen gebruikt, niet alleen bij natuurkunde, maar ook bijvoorbeeld in de economie of bij klimaatonderzoek. In zulke modellen speelt de afgeleide een rol.

Een dynamisch model rekt in tijdstappen. Elke tijdstap berekent het model opnieuw de waarde van alle relevante grootheden. De bijbehorende eenheden worden in het model weggelaten, omdat voor alle grootheden de standaardeenheden (zoals meter, seconde en newton) worden gebruikt. Een dynamisch model gebruikt drie soorten grootheden:

- **Constante grootheid** – heeft een constante waarde.
- **Formulegrootte** – wordt bij elke tijdstap met een formule berekend.
- **Groeigrootte** – bij elke tijdstap wordt de toe- of afname berekend.

Bij een groeigrootte wordt steeds de verandering van die grootheid berekend. Voor die verandering gebruik je de **afgeleide** van deze grootheid (de verandering per seconde). Je gebruikt bijvoorbeeld de versnelling bij het berekenen van de verandering van de snelheid. Bovendien hangt de verandering ook nog af van de grootte van de tijdstap dt .

Voor de snelheid v bereken je de verandering dv met de afgeleide: $a = \frac{dv}{dt}$.
Dat geeft: $dv = a \cdot dt$

De nieuwe snelheid is dan: nieuwe snelheid = oude snelheid + verandering
In computertaal is dat: $v = v + a \cdot dt$

Voor de positie x bereken je de verandering dx met de afgeleide: $v = \frac{dx}{dt}$.
Dat geeft: $dx = v \cdot dt$

De nieuwe plaats is dan: nieuwe plaats = oude plaats plus verandering
In computertaal is dat: $x = x + v \cdot dt$

In een model herken je een groeigrootte aan de manier waarop de vergelijking geschreven is. Zo is in een model voor radioactief verval de groeivergelijking:

$$\text{Groeivergelijking: } N = N - A \cdot dt$$

Voor het aantal instabiele kernen N bereken je de verandering dN met de afgeleide: $A = -\frac{dN}{dt}$. Dat geeft: $dN = -A \cdot dt$

Model voor bewegingen

In figuur 70 is een model weergegeven voor een beweging met twee krachten. Figuur 69 is een grafische weergave van hetzelfde model. In deze modellen zijn de groeivergelijkingen:

$$v = v + a \cdot dt$$

$$x = x + v \cdot dt$$

De versnelling a is een formulegrootte en wordt berekend uit de massa en de kracht(en) die op het voorwerp werken. Bij twee krachten F_1 en F_2 is de bijbehorende rekenregel voor de versnelling:

$$a = \frac{F_1 + F_2}{m}$$

Deze twee krachten zijn bijvoorbeeld de zwaartekracht en de luchtweerstand, of de voorwaartse kracht en de rolweerstand. De formules voor die krachten zijn nog niet ingevuld in het model. Verder kent het model een groeivergelijking om de tijd bij te houden ($t = t + dt$) en het heeft startwaarden nodig voor alle constante grootheden en alle groeigrootheden.

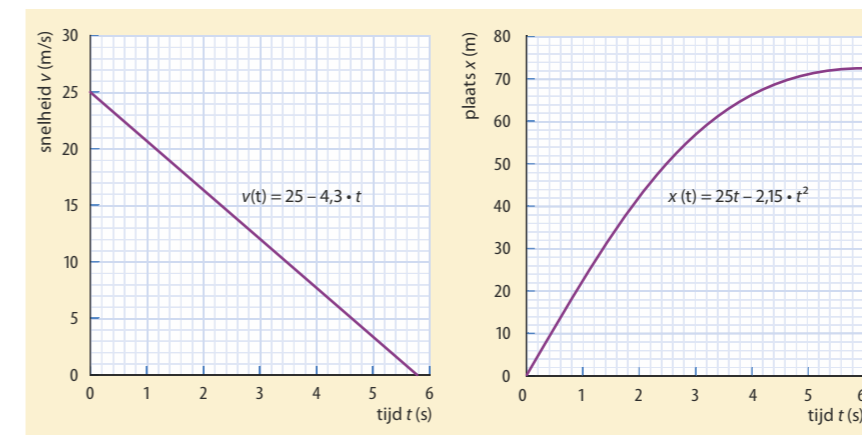
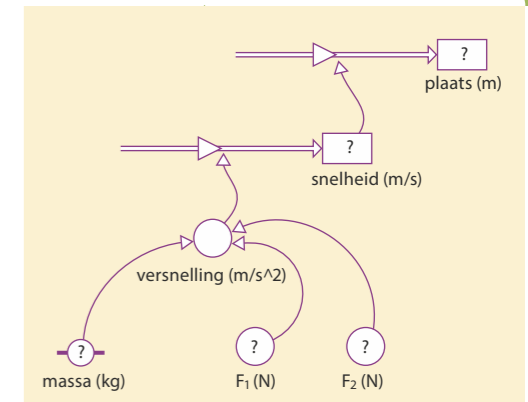
Model voor bewegingen

rekenregels	startwaarden
1 $F_1 = \dots$	$m = \dots$
2 $F_2 = \dots$	$v = \dots$
3 $a = \frac{F_1 + F_2}{m}$	$x = \dots$
4 $v = v + a \cdot dt$	$t = \dots$
5 $x = x + v \cdot dt$	$dt = \dots$
6 $t = t + dt$	

Figuur 70 Model voor een beweging met twee krachten

In figuur 71 is een model weergegeven van een remmende auto. De auto begint op $t = 0$ te remmen, bij een snelheid van 25 m s^{-1} . De massa van de auto is 1302 kg en de resulterende kracht is constant $5,6 \text{ kN}$. In figuur 72 zijn de resultaten van dit model weergegeven, een v,t -diagram en een x,t -diagram.

Aan de vorm van de grafieken is te zien dat de snelheid de afgeleide is van de plaats. De steilheid van het x,t -diagram neemt namelijk geleidelijk af (van 25 m s^{-1} naar 0 m s^{-1}). Ook aan de functievoorschriften is te zien dat $v(t) = 25 - 4,3 \cdot t$ de afgeleide is van $x(t) = 25t - 2,15 \cdot t^2$. De remvertraging is dan de afgeleide van de snelheid: $a(t) = v'(t) = -4,3 \text{ m s}^{-2}$.

**Figuur 72** v,t -diagram en x,t -diagram van een remmende auto**Figuur 69** Grafisch model voor een beweging met twee krachten**Model Remmende auto**

rekenregels	startwaarden
1 $a = \frac{F}{m}$	$F = 5600$
2 $v = v + a \cdot dt$	$m = 1302$
3 $x = x + v \cdot dt$	$v = 25$
4 $t = t + dt$	$x = 0$
	$t = 0$
	$dt = 0,01$

Figuur 71 Model van een remmende auto

Model massa-veersysteem

rekenregels	startwaarden
1 $F = -C \cdot u$	$m = 0,250$
2 $a = \frac{F}{m}$	$C = \dots$
3 $v = v + a \cdot dt$	$v = 0$
4 $u = u + v \cdot dt$	$u = -0,080$
5 $t = t + dt$	$t = 0$ $dt = 0,01$

Figuur 73 Model van een massa-veersysteem

VOORBEELDOPGAVE 15

Aan een veer wordt een gewichtje gehangen van 250 g. Vanuit de evenwichtsstand wordt het gewichtje 8,0 cm naar beneden getrokken. Op $t = 0$ wordt het gewichtje losgelaten. De wrijvingskrachten worden verwaarloosd. In figuur 73 is het model voor deze beweging weergegeven. Hierin is de veerconstante nog niet ingevuld. In figuur 74 zijn het v,t -diagram en het u,t -diagram van dit model weergegeven.

Vraag: a Welke richting heeft de resulterende kracht op $t = 0$? Hoe volgt dat uit het model?

b Hoe kun je aan de grafieken zien dat $v(t)$ de afgeleide is van $u(t)$? Gebruik daarvoor een punt waarbij de snelheid maximaal of nul is.

Bij het u,t -diagram is het functievoorschrift: $u(t) = -0,080 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{0,81} \cdot t\right)$.

c Laat met behulp van de afgeleide van $u(t)$ zien dat de maximale snelheid $0,62 \text{ m s}^{-1}$ is.

d Bereken de veerconstante uit energiebehoud (de maximale kinetische energie E_k is gelijk aan de maximale veerenergie E_v).

Antwoord: a De resulterende kracht is omhoog (het gewichtje is naar beneden getrokken). De positie is in het model dan negatief en de kracht is positief.

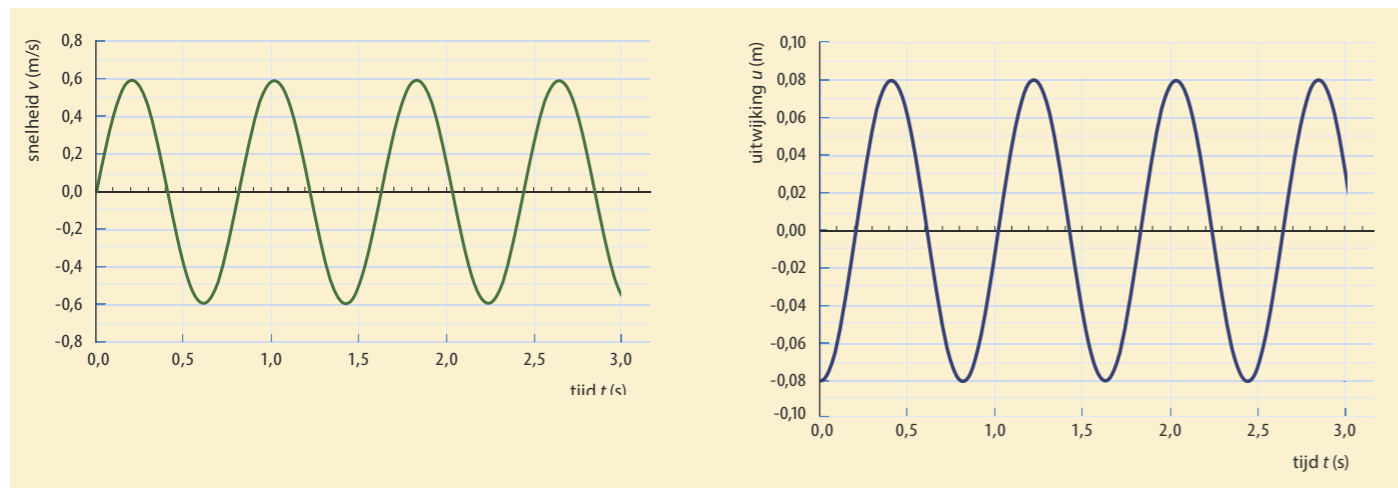
b De snelheid is nul als x maximaal is. Daar is de raaklijn in het x,t -diagram horizontaal. Of: De snelheid is maximaal als de steilheid in het x,t -diagram maximaal is.

c De afgeleide van $u(t)$ is: $u'(t) = -0,080 \cdot -\sin\left(\frac{2\pi}{0,81} \cdot t\right) \cdot \frac{2\pi}{0,81} = 0,62 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{0,81} \cdot t\right)$.

De maximale waarde van de sinus is 1, dus de maximale snelheid is $0,62 \text{ m s}^{-1}$.

d $E_{k,\max} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\max}^2 = 0,5 \times 0,25 \times 0,62^2 = 0,048 \text{ J}$.

Dat geeft: $E_{v,\max} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u_{\max}^2 = 0,048 \rightarrow C = \frac{0,048}{0,5 \times 0,080^2} = 15 \text{ N m}^{-1}$.

Figuur 74 v,t -diagram en u,t -diagram van een massa-veersysteem

VOORBEELDOPGAVE 16

In figuur 75 zie je het model van de start van een sprinter. Bij die start is (bij benadering) het vermogen dat de sprinter levert constant. Uit $P = F \cdot v$ volgt dan dat de kracht die de sprinter levert afneemt naarmate de snelheid groeit. De luchtweerstand is verwaarloosbaar. Daardoor geldt voor de voorwaartse kracht op de sprinter:

$F(t) = \frac{P}{v(t)}$ waarbij P een constante waarde heeft.

Opmerking: De formule $F(t) = \frac{P}{v(t)}$ heeft geen waarde als $v = 0$. Dat kun je oplossen door het model te starten met een kleine waarde, bijvoorbeeld $v = 0,01 \text{ m s}^{-1}$.

In figuur 76 is het v,t -diagram van de startende sprinter weergegeven, en in figuur 77 het x,t -diagram. Het v,t -diagram blijkt een wortelfunctie te zijn: $v(t) = c \cdot \sqrt{t}$.

Vraag: a Bepaal de waarde van de constante c in deze functie.

b Leg uit dat een wortelfunctie past bij het gegeven dat de kinetische energie van de sprinter constant toeneemt.

Het x,t -diagram blijkt een machtsfunctie te zijn: $x(t) = a \cdot t^b$.

c Leg met behulp van de afgeleide uit dat hier geldt: $b = 1,5$.

d Bepaal de waarde van a met behulp van het diagram.

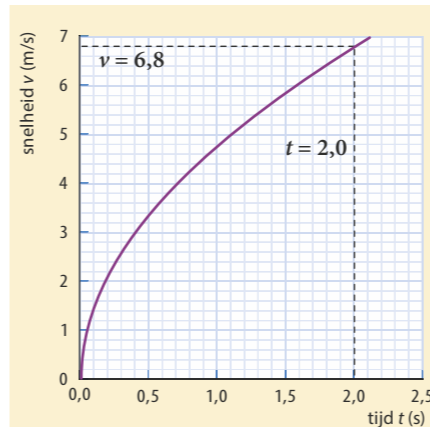
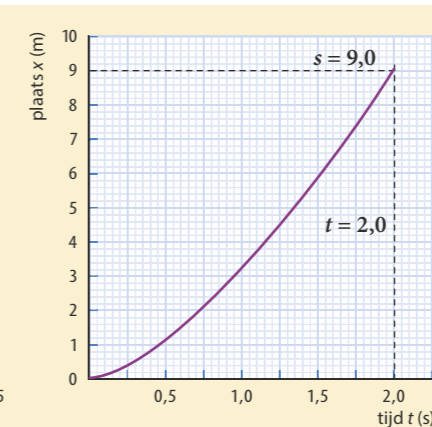
Antwoord: a Lees een punt van de grafiek af, bijvoorbeeld bij $t = 2,0 \text{ s}$, en vul in: $v(2,0) = c \cdot \sqrt{2,0} = 6,78 \rightarrow c = \frac{6,78}{\sqrt{2,0}} = 4,8$.

b Het vermogen is constant. Dan neemt de kinetische energie evenredig toe met de tijd ($E = P \cdot t$). Dat geeft: $E_k \sim t$ en $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \sim t$. Omdat m constant is, geldt: $v^2 \sim t$ en $v \sim \sqrt{t}$.

c Voor de afgeleide van $x(t)$ geldt: $x'(t) = v(t) \rightarrow a \cdot b \cdot t^{b-1} = 4,8 \cdot t^{0,5}$. Dan is $b - 1 = 0,5$ en $b = 1,5$.

d $x(t) = a \cdot t^{1,5}$. Invullen van een punt geeft $9,0 = a \cdot 2,0^{1,5}$. Dan is $a = \frac{9,0}{2,0^{1,5}} = 3,2$.

Naar examen vwo 2013-I, opgave 1

Figuur 76 v,t -diagram van de start van een sprinterFiguur 77 x,t -diagram van de start van een sprinter

W2 Model: De start van een sprinter

Model Start van een sprinter

$$1 F = \frac{P}{v}$$

$$2 a = \frac{F}{m}$$

$$3 v = v + a \cdot dt$$

$$4 x = x + v \cdot dt$$

$$5 t = t + dt$$

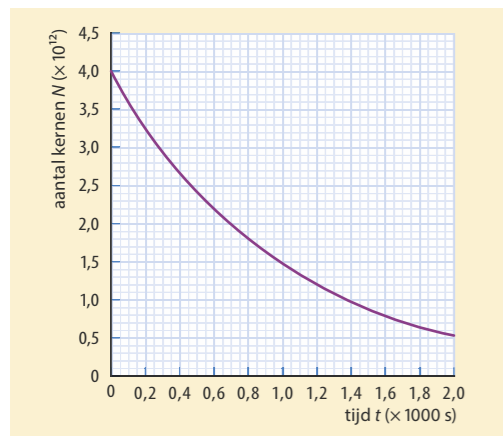
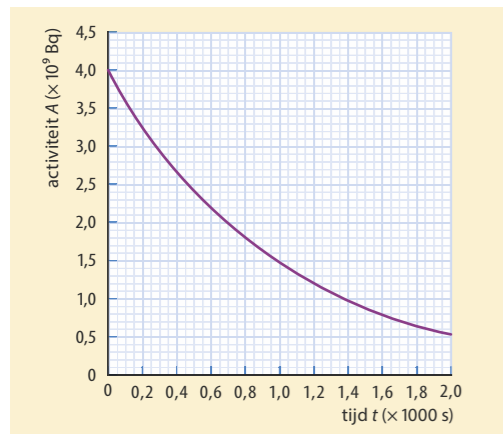
startwaarden: P, m, v, x, t en dt

Figuur 75 Model van de start van een sprinter

Model Radioactief verval

- 1 $A = \lambda \cdot N$
 - 2 $N = N - A \cdot dt$
 - 3 $t = t + dt$
- startwaarden: N , λ , t en dt

Figuur 78

Figuur 79 Aantal instabiele kernen $N(t)$ Figuur 80 Activiteit $A(t)$

47 Radioactief verval

In figuur 78 is een model voor radioactief verval weergegeven. De activiteit $A(t)$ is evenredig met het aantal instabiele atoomkernen $N(t)$. Het model start met $4,0 \cdot 10^{12}$ instabiele kernen. In de formule $A(t) = \lambda \cdot N(t)$ is λ de vervalconstante (de kans op verval per seconde), waarbij $\lambda = 0,001$ betekent dat elke seconde 0,1% van de overgebleven instabiele kernen verval (waarmee 99,9% niet verval).

- a Bereken hoeveel kernen in dit model in de eerste tijdstap $dt = 0,1$ s zijn vervallen.
 - b Laat met een berekening zien dat de activiteit gehalveerd is op het moment dat de helft van de kernen vervallen is.
- In de figuren 79 en 80 zie je resultaten van dit model, diagrammen van het aantal instabiele kernen $N(t)$ en de activiteit $A(t)$. Uit de grafieken blijkt dat de halveringstijd 693 s is.

c Laat zien dat een halveringstijd van 693 s overeen komt met een groei-factor 0,999 per seconde.

Voor het aantal instabiele kernen geldt: $N(t) = 4,0 \cdot 10^{12} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{693}}$.

Voor het differentiëren van exponentiële functies geldt: bij $f(x) = b \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{a}}$ is $f'(x) = b \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{a}} \cdot \frac{-\ln(2)}{a}$.

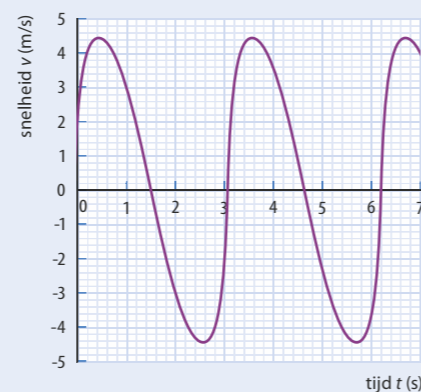
- d Stel het functievoorschrift op voor $N'(t)$.
- e Laat zien dat geldt: $A(t) = -N'(t)$.

48 Trampolinespringen

Lisa gaat trampolinespringen op een bungee-trampoline (zie figuur 81). Ze krijgt een tuigje om waaraan twee elastische koorden zijn vastgemaakt. De elastische koorden worden eerst opgehesen met staalkabels. Vervolgens wordt Lisa door een helper omlaag getrokken, totdat haar voeten de trampoline raken en zij zich kan afzetten. Na een aantal keren afzetten maakt Lisa hoge, verticale sprongen. Zij komt hierbij niet boven de stellage uit. Van de sprongen worden met een videocamera opnamen gemaakt. Hiermee is een v, t -diagram gemaakt van het zwaartepunt van Lisa. Zie figuur 82.



Figuur 81



Figuur 82

- a Bepaal met behulp van figuur 82 het maximale hoogteverschil van het zwaartepunt van Lisa tijdens één sprong.
- b Ga met behulp van figuur 82 na of in het hoogste punt van de beweging de elastieken nog een kracht uitoefenen op Lisa.

De v, t -grafiek van figuur 82 is geen zuivere sinus. De beweging van Lisa is dus geen harmonische trilling. Dit is geen gevolg van wrijvingskrachten of van de invloed van de wind.

- c Leg met behulp van de grafiek uit dat de luchtweerstand een verwaarloosbare invloed heeft op de beweging van Lisa.

In figuur 83 zie je een model om de beweging van Lisa te simuleren. Alleen de formule voor de veerkracht van de twee elastische koorden is nog niet ingevuld.

- d Is de veerkracht tijdens de beweging van Lisa voortdurend positief, voortdurend negatief of afwisselend positief en negatief?

Dat de beweging van Lisa geen harmonische trilling is, komt doordat de resulterende kracht op Lisa niet evenredig is met de uitwijking ten opzichte van de evenwichtsstand.

- e Noem hiervoor minstens één oorzaak.

Naar examen vwo 2011-I, opgave 4

49 Watertank

Bij een Afrikaans dorpje is een watertank geplaatst. Zie figuur 84. De cilindervormige tank heeft een (binnen)diameter van 1,2 m en een (binnen)hoogte van 1,6 m. In de tank zit water.

Het water stroomt uit de tank door een kraan (met een cirkelvormige opening) aan de onderzijde van de watertank. De snelheid v waarmee het water uit de kraan stroomt hangt alleen af van de hoogte h van het water in de tank. De zwaarte-energie van het (zakkende) water bovenin de tank wordt omgezet in bewegingsenergie van water dat uit de kraan stroomt. Uit de wet van behoud van energie (energieverlies door wrijvingskrachten is te verwaarlozen) volgt:

$$1 \quad v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

- a Leid formule (1) af uit de wet van behoud van energie.

Met de snelheid $v(t)$ van het water en de grootte van de opening van de kraan A_{kraan} kan berekend worden hoeveel water er per seconde uit het vat stroomt. Daaruit volgt ook hoe snel de waterhoogte daalt. Er geldt:

$$2 \quad I = v \cdot A_{\text{kraan}}$$

$$3 \quad \frac{dh}{dt} = -\frac{I}{A_{\text{vat}}}$$

Hierin is I de uitstroom uit de kraan (in $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$), A_{kraan} de oppervlakte van de kraanopening (in m^2) en A_{vat} de oppervlakte van de cirkelvormige doorsnede van het vat (in m^2).

- b Geef voor formule (2) en formule (3) een verklaring.

Met behulp van deze formules kan een model opgesteld worden van het leeglopen van het vat (zie figuur 85). De grafiek van de waterhoogte $h(t)$ die uit het model volgt is weergegeven in figuur 86. Die grafiek lijkt op een dalparabool waarvan de top op de horizontale as ligt. Voor een dalparabool met de top op de horizontale as geldt: $h(t) = a \cdot (b - t)^2$.

- c Bepaal de waarden van a en b uit figuur 86, aannemende dat de grafiek een dalparabool is.

Naar examen havo 2008-I, opgave 5

Model Trampolinesprong

$$1 \quad F_z = -m \cdot g, 81$$

$$2 \quad F_{\text{veer}} = \dots$$

$$3 \quad a = \frac{F_z + F_{\text{veer}}}{m}$$

$$4 \quad v = v + a \cdot dt$$

$$5 \quad h = h + v \cdot dt$$

$$6 \quad t = t + dt$$

startwaarden: m , v , h , t en dt

Figuur 83



Figuur 84

Model Leeglopend watervat

$$1 \quad v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

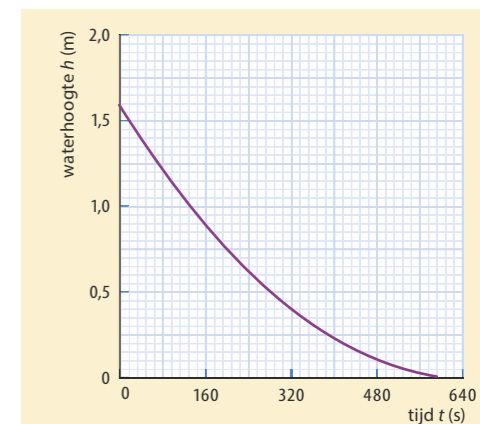
$$2 \quad I = v \cdot A_{\text{kraan}}$$

$$3 \quad h = h - \frac{I}{A_{\text{vat}}} \cdot dt$$

$$4 \quad t = t + dt$$

startwaarden: h , A_{vat} , A_{kraan} , g , t en dt

Figuur 85



Figuur 86 Waterhoogte in een leeglopend vat

De deelvragen **d** t/m **f** vereisen kennis van wiskunde B.

Je gaat nu onderzoeken of deze grafiek inderdaad een dalparabool is, en of de dalparabool volgt uit de vergelijkingen waarmee het model is opgebouwd.

d Laat zien dat je de drie modelvergelijkingen kunt combineren tot:

$$h'(t) = -c \cdot \sqrt{h(t)}.$$

e Druk de constante c uit in constante grootheden uit de drie genoemde formules.

f Laat zien dat de formule $h(t) = a \cdot (b - t)^2$ past bij $h'(t) = -c \cdot \sqrt{h(t)}$.

Model van een Sjoelschijf

Modelregels	Startwaarden
1 Als $x < 0$ Dan $F_v = -C \cdot x$ Anders $F_v = 0$ Eindals	$F_w = -0,05$ $m = 0,025$ $C = 5,0$ $x = -0,12$
2 $F_{res} = F_v + F_w$	$dx = 0,01$
3 $E_k = E_k + \dots \cdot dx$	$t = 0$
4 $v = \dots$	$E_k = 0$
5 $x = x + dx$	
6 $dt = \frac{dx}{v}$	
7 $t = t + dt$	
8 Als ... dan Stop.	

50 Een sjoelschijf (25 g) wordt met een elastiek over een horizontale vloer weggeschoten. Bij het loslaten is de veer 12 cm uitgerekt ($x = -0,12$). Na het loslaten neemt de snelheid eerst snel toe en vervolgens geleidelijk af. In figuur 87 zie je een model waarbij niet de tijd, maar de positie x van de schijf in stapjes dx verandert.

a Leg uit hoe in modelregel 1 de waarde van de veerkracht van het elastiekje direct na het loslaten berekend wordt.

Tijdens deze beweging verrichten de veerkracht en/of de wrijvingskracht arbeid, waardoor de kinetische energie verandert. Daarvoor geldt:

$$dE_k = W_{veer} + W_{wrijving}.$$

b Laat zien dat je dit ook kunt schrijven als: $dE_k = (F_v + F_w) \cdot dx$.

Bij elke positie wordt hiermee de nieuwe waarde van de kinetische energie berekend.

c Vul modelregel 3 aan. Geef ook uitleg.

d Noteer hoe in modelregel 4 de snelheid berekend wordt met behulp van de kinetische energie.

Het model moet stoppen als de snelheid van de sjoelschijf afgenomen is tot nul.

e Vul modelregel 6 aan, zodat het model aan deze voorwaarde voldoet.

Figuur 87

W3 Model: voor een slinger

W4 Model: voor een leeglopend vat

Leerdoelen en begrippen

Ga voor jezelf na of je de leerdoelen al hebt bereikt. Vink de leerdoelen die je hebt bereikt af en geef aan wat je gaat doen met de uitleg en opdrachten waarmee je nog moeite hebt.

PARAGRAAF 11.1 REKENVAARDIGHEDEN

Ik kan:	Acties:
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: verhoudingstabel, absolute waarde, abc-formule, parallellogramconstructie, gelijkvormigheid.	<input type="radio"/>
berekeningen maken met verhoudingen, procenten, breuken, wortels, machten, logaritmen, e-machten, sinus, cosinus, tangens (en gelijkvormigheid) en de stelling van Pythagoras.	<input type="radio"/>
berekeningen maken en redeneren met de formules voor de omtrek en oppervlakte van een cirkel, driehoek en rechthoek, voor de oppervlakte van een bol en voor het volume van een bol, balk en cilinder.	<input type="radio"/>
een schatting maken van de uitkomst van een berekening.	<input type="radio"/>
lineaire en tweedegraads vergelijkingen oplossen.	<input type="radio"/>
een stelsel van twee lineaire vergelijkingen met twee onbekenden oplossen.	<input type="radio"/>
vectoren grafisch optellen en ontbinden.	<input type="radio"/>

PARAGRAAF 11.2 REDENEREN MET VERBANDEN EN FORMULES

Ik kan:	Acties:
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: lineair verband, recht evenredig verband, kwadratisch evenredig verband, omgekeerd evenredig verband, omgekeerd kwadratisch evenredig verband, wortelverband, exponentieel verband, goniometrisch verband, trendlijn, logaritmische schaal, coördinatentransformatie, SI-basiseenheid.	<input type="radio"/>
meetresultaten als meetpunten weergeven in een diagram en het verband tussen de twee grootheden tekenen met een rechte of vloeiend gekromde grafieklijn (trendlijn).	<input type="radio"/>
in een diagram de bij elkaar horende waarden van de twee grootheden aflezen, waar nodig door interpoleren of extrapoleren.	<input type="radio"/>

controleren of bij de trendlijn een lineair, evenredig, omgekeerd evenredig, kwadratisch of omgekeerd kwadratisch verband past, dit verband in de vorm van een functievoorschrift noteren en de constante(n) hierin bepalen: $y = a \cdot x + b$, $y = a \cdot x$, $y = a \cdot x^2$, $y = \frac{a}{x}$, $y = \frac{a}{x^2}$ en $y = a \sqrt{x}$.	<input type="radio"/>	
bij een kromme trendlijn het verband tussen twee grootheden de x -as van het (y,x) -diagram zo aanpassen (met de coördinatentransformaties $x \rightarrow x^2$, $x \rightarrow \frac{1}{x}$, $x \rightarrow \frac{1}{x^2}$ of $x \rightarrow \sqrt{x}$) dat er een rechte trendlijn ontstaat.	<input type="radio"/>	
redeneren met evenredigheden.	<input type="radio"/>	
een formule afleiden uit bekende formules.	<input type="radio"/>	
eenheden afleiden en controleren.	<input type="radio"/>	

PARAGRAAF 11.3 DE AFGELEIDE GEBRUIKEN

Ik kan:		Acties:
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: afgeleide, verandering per seconde of per meter, steilheid, dynamisch model, constante grootte, formulegrootte, groeigrootte, tijdstap.	<input type="radio"/>	
voorbeelden geven van een grootte die de afgeleide is van een andere grootte.	<input type="radio"/>	
de steilheid van een raaklijn aan de grafieklijn in een diagram bepalen.	<input type="radio"/>	
de oppervlakte onder de grafieklijn in een diagram bepalen.	<input type="radio"/>	
de afgeleide bepalen van machtsfuncties, sinusfuncties en cosinusfuncties.	<input type="radio"/>	
bij een natuurwetenschappelijk probleem een geschikt dynamisch model selecteren, en daarbij modelgrootheden en verbanden tussen deze grootheden beschrijven.	<input type="radio"/>	
verschillende soorten grootheden in een dynamisch model herkennen en gebruiken (constante grootte, formulegrootte, groeigrootte).	<input type="radio"/>	
een incompleet dynamisch model aanvullen, en daarbij waarden van modelparameters bepalen.	<input type="radio"/>	
de uitkomsten van een dynamisch model voorspellen en evalueren.	<input type="radio"/>	

Antwoorden op rekenvragen

Hoofdstuk 7

- 1 a 20,4 m
 13 b 45,5 ms
 15 b 60 bpm; 120 bpm
 c 0,71 s
 16 a 4,8 N/m
 b 1,6 Hz
 d 30 g
 19 a 0,25 s
 c $3,3 \cdot 10^2$ N/m
 21 b $a = 2,0$
 c 4,2 s
 22 c 2,1 cm; -3,0 cm
 26 a 3,4 N/m
 37 a 4,0 Hz; 0,25 s
 c 2,0 m/s
 38 a 8,0 s
 b tussen 2,5 km en 5,0 km
 39 b 1,3 Hz
 41 c 0,67 s
 d 0,22 m
 42 a tussen 17 mm en 17 m
 c $7,4 \cdot 10^2$ Hz
 44 a 0,773 m
 b 0,00227 s
 c 0,068 m
 d 482 Hz
 e 404 Hz
 45 b 12,43 cm
 c tussen 8,1 GHz en 12 GHz
 d 8,7 min
 46 b 0,40 m
 c 0,80 m/s
 d 0,50 m/s
 48 c 0,96 m; 1,9 Hz
 49 a $1 \cdot 10^5$ Hz
 60 a 2,00 m
 b 1,00 m
 d 330 Hz; 440 Hz
 62 b 185 Hz; 555 Hz
 63 c $4,0 \cdot 10^2$ m/s
 d 167 Hz; 333 Hz
 65 b $1,1 \cdot 10^2$ Hz
 c $2,3 \cdot 10^2$ Hz; $3,4 \cdot 10^2$ Hz
 66 a 6,0 m
 b 57 Hz
 c $1,7 \cdot 10^2$ Hz; $2,8 \cdot 10^2$ Hz
 67 b $18,8 \text{ m s}^{-1}$
 c $1,18 \cdot 10^3$ Hz

- 70 a 172 m s^{-1}
 b 18,2 cm
 75 a $9,01 \cdot 10^6$ m
 b $6,67 \cdot 10^3$ m/s
 79 a $6,6 \text{ N m}^{-1}$
 b 2,2
 80 b 5,7 m
 81 d $n = 7$; 6^{de} boventoon
 82 b 1,6 ms
 f $2,62 \cdot 10^2 \text{ m s}^{-1}$

Hoofdstuk 8

- 17 a 400 ×
 b 250 ×
 18 a $2,4 \cdot 10^{-3}$ T
 b $2 \cdot 10^{-2}$ A
 20 c $5,0 \cdot 10^{-5}$ T
 30 b 0,13 N
 32 c 0,38 T
 33 a 2,7 cm
 c 1,1 mm
 34 c $8,2 \cdot 10^{-5}$ T
 d $3,4 \cdot 10^{-4}$ N
 36 c 1,5 N
 49 a 0,020 Wb/s
 b -12 V
 50 c 0,17 A
 64 12 km h⁻¹
 65 c $2,3 \cdot 10^2$ m
 66 b 20 mm
 c $2,1 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$
 68 b 12 Hz

Hoofdstuk 9

- 1 b 0,37
 2 d 0,92
 3 a $1,7 \cdot 10^9$ J
 b $5,2 \cdot 10^8$ J
 c 86 MJ
 12 a $1,3 \cdot 10^2$ N
 13 a $4,01 \cdot 10^{10}$ J/m³
 b 32%
 c $2,8 \cdot 10^6$ N
 d $21,8 \text{ m}^3/100 \text{ km}$
 17 18%

- 18 a 50°
 b 16 kJ
 19 a $1,1 \cdot 10^2$ g
 b 9,4 h
 20 22%
 22 a 2,04 kN
 b $3,4 \times$
 23 a $3,6 \cdot 10^7$ J
 d 28 kWh/100 km
 24 b $3,7 \cdot 10^2$ N
 c $7,8 \cdot 10^5$ J
 d $1,7 \cdot 10^2$ °C
 34 1,7 m
 35 a 22,1 m/s
 b $2,48 \cdot 10^4$ N
 36 a 9,0 kN
 c 4 ×
 d 45 m
 37 b 24 m/s
 38 a 82 cm
 39 c 28 m/s
 40 a 0,82 m
 44 a 7,0 m/s
 c $2,1 \cdot 10^3$ J
 d $1,4 \cdot 10^4$ N/m
 54 b $7,7 \cdot 10^3$ N
 c 90 m
 d 82 km/h
 55 b 13 km/h
 57 b 10,4 m
 59 a 0,94 m/s
 60 b $1,4 \cdot 10^4$ m
 c 33%
 61 a 1,3 kJ
 b 17 km/h
 c 21 km/h
 62 a $3,5 \cdot 10^2$ J
 c $3,2 \cdot 10^2$ N
 e 24 m/s
 63 c 50 N/kg
 64 b 2,3 m
 65 d 58 kg
 75 a 600 W
 b 360 N
 76 a $8,1 \cdot 10^7$ J
 b $7,8 \cdot 10^2$ N
 c 80 kW
 78 12 W
 79 b 0,23 pk
 c 59 pk

- 80 a 21%
 b 8 zonnepanelen
 81 a 4 N
 b 16 W; 80 W; $2,4 \cdot 10^2$ W
 82 c 1,80 kN
 84 a 69 km/h
 c $3,6 \cdot 10^2$ W
 85 a $8,5 \cdot 10^5$ J
 b $1,5 \cdot 10^5$ J
 c 93 min
 86 a 19 N
 c 0,20
 d 41 km/h
 90 a 3,1 m/s
 b 1,4 m/s
 c 0,2 s
 91 a $7,1 \cdot 10^2$ m/s
 b $4,5 \cdot 10^2$ Hz
 93 e bij 11 m/s
 97 a snelheidsrecord: $1,0 \cdot 10^3$ W
 uurrecord: $3,6 \cdot 10^2$ W
 b 92 km h^{-1}
 d 84 km h^{-1}
 98 a 94%
 b 83 W
 99 b 1,2 m
 101 b $3,9 \cdot 10^5$ W

Hoofdstuk 10

- 1 a $9,2 \cdot 10^{-5}$ m/s²
 b $3,7 \cdot 10^3$ m/s
 2 a 5,4 N
 b 5,9 m/s
 c 0,61 s
 e $2,5 \times$
 4 a 20 m
 b $1,0 \cdot 10^3$ J
 c $-1,0 \cdot 10^3$ J
 15 a 1,54 h
 b 8,7 N
 16 a 231 N
 c 0,441 N/kg
 19 d 39 km/h
 20 a $1,68 \cdot 10^3$ m/s
 22 d 1,4 m/s
 e 3,4 m/s
 23 b 40 omw/min
 24 b 51 km/h

- 26 b $8,8 \times$
d $6,9 \cdot 10^2 \times$
- 35 $9,795 \text{ m/s}^2$
- 36 a $3,542 \cdot 10^{22} \text{ N}$
- 37 a $1,99 \cdot 10^{20} \text{ N}$
- 40 b $1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
d $6,03 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
- 42 b $1,62 \text{ m/s}^2$
- 43 $1,90 \cdot 10^{27} \text{ kg}$
- 44 $14,36 \text{ h}$
- 45 b $3,579 \cdot 10^7 \text{ m}$
c $3,075 \cdot 10^3 \text{ m/s}$
- 54 a $-1,0 \cdot 10^7 \text{ J}$
b $1,3 \cdot 10^{10} \text{ J}$
- 55 a $-6,25 \cdot 10^9 \text{ J}; -9,45 \cdot 10^8 \text{ J}$
b $53,0 \cdot 10^8 \text{ J}$
c $4,73 \cdot 10^8 \text{ J}$
d $1,08 \cdot 10^7 \text{ J}$
e $5,76 \cdot 10^9 \text{ J}$
- 56 c $5,03 \cdot 10^3 \text{ m/s}$
- 57 b $2 \times \text{zo groot}$
- 59 a $1,9 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
b 63%
- 60 f $10,8 \text{ kg m}^{-1}$
- 66 $7,165 \cdot 10^{22} \text{ kg}$
- 67 753 km
- 68 b 22 s
- 69 e $1,9 \cdot 10^{12} \text{ m}; 1,4 \cdot 10^{12} \text{ m}$
f $1,51 \cdot 10^{30} \text{ kg}; 2,03 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
- 70 a $5,8 \times M_{\text{aarde}}$
- 71 d $-1,65 \cdot 10^{13} \text{ J}$
- 72 b 1%
c $5,91 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
d $5,45 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$
e $1\%; 1\%$

Hoofdstuk 11

- 1 a $\frac{53}{60}$
b $\frac{1}{21}$
c $\frac{30}{11}$
- 2 a $0,0508$
b $0,95$
c $1,017 \cdot 10^{13}$
- 3 a 45 m
b 18 m
- 4 a $0,341 \text{ m}^2$
b $14,0 \text{ m}; 8,2 \text{ m}^2$
c $0,011 \text{ m}^3; 0,25 \text{ m}^2$
d $60,0 \text{ cm}$
- 6 b $1,4\%$
- 7 a $2,6 \text{ cm}$
- 8 b $2,25 \times \text{zo groot}$
- 9 $0,7 \cdot 10^3 \text{ m}^3$
- 10 a 35 kilopixels
b $6,6 \cdot 10^{19} \times$
- 11 $0,474 \text{ L (50\%); } 0,526 \text{ L (12\%)}$
- 12 $5 \text{ cm bij } 40 \text{ cm}$
- 19 b 14 km
- 33 c 7
- 36 b $0,93 \text{ kg m}^{-1}$
- 37 b $2,016 \text{ h}$
- 40 a $2,18 \text{ m s}^{-2}$
- 43 b $1,0 \text{ J}$
- 47 a $4,0 \cdot 10^8 \text{ kernen}$

Register

A			
aardbevingsgolven	46	elektromotor	70
aardmagnetisch veld	60, 61	ellipsbaan	146
abc-formule	180	e-macht	180
absolute waarde	175	energiebehoud	114, 117
afgeleide	198-200, 204	energieomzetting	98, 108, 114, 115
amplitude	8, 11	energieopslag	108
arbeid W	98, 101-104, 114, 140, 158	energiesoorten bij bewegingen	107
		energieverbruik	103
		energievergelijking	111, 117, 118
B		ergometer	123
baansnelheid v	143, 145, 150, 151, 153, 154	evenredig verband	185
beweging	140	exponentieel verband	185
bewegingsenergie E_k	98		
bochten nemen	143	F	
botsen	118	faseverschil $\Delta\varphi$	25, 26, 29
boventonen	34, 39, 40	fietsdynamo	79
branding	24	fluitslang	34
brandstofverbruik	103	formulegrootheid	204
bui	34, 36, 39, 40	formules afleiden	192
		formules opstellen	186
C		frequentie f	8, 15
cardiogram	11	frequentiespectrum	41
chemische energie	96		
cirkelbaan	142, 146	G	
constante grootheid	204	geluid	10, 11
constante snelheid	96, 99	geluidsgolf	22, 26
coördinatentransformatie	186, 187	geluidssnelheid	8, 22
		geluidssterkte	13
D		gemiddelde snelheid v_{gem}	140
demping (van een trilling)	45	gemiddelde versnelling a_{gem}	140
dopplereffect	24, 26	geostationaire baan	155
draadloos opladen	85	gereduceerde fase (van een golf) φ	25, 26
dubbel-logaritmisch diagram	187	getijden	166
dynamisch model	204	golflengte λ	22, 23, 26, 28
dynamo	79	golfsnelheid v	22, 23, 26, 28
		goniometrisch verband	185
E		grafiek	186
eb	165	gravitatieconstante G	153
echo	8	gravitatie-energie E_g	158, 159, 161
eenheden afleiden	193	gravitatiekracht F_g	142, 150, 151, 153, 159, 161
eenheden controleren	193	gravitatiewisselwerking	150
eenparige cirkelbeweging	142, 143	groeigrootheid	204
eenzijdig gesloten buis	36, 37, 40	grondtoon	11, 13, 34, 37, 39, 40
eigenfrequentie	12		
eigentrilling	12	H	
elektrische energie E_{el}	96	harmonische trilling	11, 17, 200
elektromagneet	58	hertz (Hz)	10
elektromagnetische inductie	74, 75	homogeen (magnetisch) veld	63
elektromagnetisme	57		

I	
inductiekookplaat	85
inductiespanning U_{ind}	74, 76, 78, 80
inductiestroom I_{ind}	74, 76
inhomogeen (magnetisch) veld	63
interferentie	46
K	
kanon van Newton	142
kinetische energie E_k	107, 108, 110, 141
klankkast	10, 13, 36
knoop	34, 36, 39, 40
kompas	59
kompasnaald	61
kracht F	140
kunstschaatsen	129
kwadratisch verband	185
L	
lineaire vergelijking	180
logaritme	180
logaritmisch diagram	187
longitudinale golf	23, 26
lopende golf	22
lorentzkracht F_L	67, 69, 70, 84
luchtkolom	34
luchtkussenbaan	17
luchtweerstand $F_{w,l}$	95
luidspreker	11, 68
M	
magnetisch veld	59, 60, 61
magnetische flux Φ	75, 76, 78, 80
magnetische krachtwerking	57
magnetische veldlijnen	59, 61, 63
magnetische veldsterkte B	60, 63
magnetisme	57
magnetohydrodynamische voortstuwing	84
massa (van een snaar)	12
massa-veersysteem	12, 13, 15
microfoon	11, 75
middelpuntzoekende kracht F_{mpz}	143, 145
model voor bewegingen	204, 205
N	
negatieve arbeid	102
Neptunus	154
nettokracht	140
netwerken van satellieten	155

Newton, Isaac	139
noordpool (van een magneet)	57
normaalkracht F_n	95
nuttige energie E_{nuttig}	96, 99
O	
omgekeerd evenredig verband	185
omgekeerd kwadratisch verband	185
omlooptijd T	145
omtrek O	175
ontsnappingsnelheid v_0	161, 162
open buis	34
opgewekt vermogen	122
oppervlakte A	175
oppervlakte onder een grafiek	200
oscillogram	11, 13, 15
P	
pacemaker	11
parallellogramconstructie	181
periode	11, 15
permanente magneet	58
positieve arbeid	102
potentiële energie	107
R	
rechte stroomdraad	61
rechterhandregel (bij een spoel)	61
rechterhandregel (bij een stroomdraad)	61
rechterhandregel (voor de lorentzkracht)	67, 69
rechthoekige driehoek	181
redeneren met evenredigheden	192
redeneren met formules	185
redeneren met verbanden	185
rekenen met breuken	175
rekenen met machten	175
rekenen met wortels	175
rekensvaardigheden	175
relatie tussen arbeid en kinetische energie	117
remmen	118
rendement η	96, 99
resonantie	10, 34, 37, 45
resulterende kracht F_{res}	140
richting van het (magnetisch) veld	60
rotatie-energie	129
Rubens flame tube	35

S	
samengestelde trilling	11
schatten	176
schuifwrijvingskracht $F_{w,s,\text{max}}$	95
slinky	23
snelheid v	122
spankracht (van een snaar)	12
spankracht F_s	95
staande golf	34-37
stappenmotor	64
steilheid	198, 199
stelling van Pythagoras	181
stelsel van vergelijkingen	180
stenvork	10, 13
stralingsenergie	122
stroomspoel	61
T	
telecommunicatie	30
toengenerator	11
toonhoogte	8, 12, 13
transversale golf	23, 26
trilling	10
trillingstijd T	11, 15
tweedegraads vergelijking	180
U	
u, t -diagram	11
u, x -diagram	29
uitwijking	8, 16
V	
valversnelling g	140, 141, 153
vectoren	181
veerenergie E_v	108, 111
veerkracht F_v	95
verbanden herkennen	186
verbrandingswarmte	96, 102
verhoudingstabel	175
vermogen P	122, 123, 125
vloed	165
voedingswaarde	103
volume V	176
vrije val	108, 111

W	
wet van behoud van energie	114, 115
wetten van Kepler	156
wijnglasorgel	45
windenergie	122, 131
wisselwerking (tussen twee voorwerpen)	140
wrijvingsarbeid	98, 99, 102
Z	
zeegolven	24
zonnestelsel	139
zuidpool (van een magneet)	57
zuiniger rijden	99
zuivere toon	10, 11, 13
zwaarte-energie E_z	107, 108, 110, 141
zwaartekracht F_z	95, 140, 142, 151
zweving	25, 26

Illustratieverantwoording

Omslag: Getty Images / Image Source

Aart Groenewold pag. 45 (o), 61 (b)

Aerovironment pag. 128 (o)

Alain Baars pag. 115 (m)

Alvimann pag. 109 (b)

Chris Ryan / Getty Images pag. 122

Christian Steiness pag. 110, 132

CORBIS pag. 145 (b)

Eduardo Media BV / Hein Montijn pag. 11 (rb), 11 (ro)

ESA/Hubble & NASA, J. C. Tan (Chalmers University & University of Virginia), R. Fedriani (Chalmers University), Judy Schmidt pag. 138

Fotogloria / UIG via Getty Images pag. 46

Fundamental Photographs pag. 61 (m)

Gary M. Prior / Staf / Getty Images pag. 125

Getty Images pag. 209

Getty Images / AsiaPac / Mark Kolbe pag. 99

Getty Images / E+ / technotr pag. 118 (m)

Getty Images / iStock / microgen pag. 94

Getty Images / Moment RF / Fran Polito pag. 95

Hero Images / Getty Images pag. 35 (b)

Hollandse Hoogte / Spaarnestad Photo pag. 67

IQ images pag. 109 (o)

Jaap Wolters pag. 12 (m), pag. 16 (l)

John Cassidy pag. 134 (b)

Jozef Horazny pag. 57 (o)

Kei Tsuji / Freelancer / Getty Images pag. 123 (m)

Marcy Maloy / Getty Images pag. 189

Martin Hogeboom pag. 10, 25

NASA pag. 98, 140, 141 (m), 151, 155 (m)

NASA Ames Research Center / S. Molau and P. Jenniskens pag. 100 (m)

NASA / JPL pag. 141 (b)

Nordex SE pag. 74 (b)

Pim Rusch Fotografie pag. 59

Science Photo Library / ANP pag. 121, 157

Shutterstock pag. 100 (o), 144

Shutterstock / Alenavlad pag. 39 (o)

Shutterstock / Alexander Awerin pag. 123 (inzet figuur 45)

Shutterstock / Alexander Pekour pag. 39 (m)

Shutterstock / Attapon Ramkomut pag. 28

Shutterstock / Atypeek Design pag. 179

Shutterstock / brizmaker pag. 36 (m), 190

Shutterstock / CHEN WS pag. 145 (m)

Shutterstock / Christian Musat pag. 24 (o)

Shutterstock / CP DC Press pag. 188

Shutterstock / DarioZg pag. 107 (m)

Shutterstock / Denis Kuvaev pag. 119

Shutterstock / Ekaterina Pokrovsky pag. 12 (o)

Shutterstock / engel.ac pag. 56

Shutterstock / EryAzmeer pag. 71

Shutterstock / Ferenc Szelepcsényi pag. 7 (l)

Shutterstock / Graham Bloomfield pag. 192

Shutterstock / GTS Productions pag. 128 (m)

Shutterstock / Jenson pag. 64

Shutterstock / JFs Pic S. T pag. 57 (b)

Shutterstock / LightField Studios pag. 7 (rb)

Shutterstock / Luis Carlos Torres pag. 45 (rm)

Shutterstock / Matej Hudovernik pag. 109 (m)

Shutterstock / Mike Flippo pag. 44

Shutterstock / Mohd Fuad Rahim pag. 114

Shutterstock / Monkey Business Images pag. 7 (ro)

Shutterstock / nahariyani pag. 43

Shutterstock / Nickolay Stanev pag. 39 (b)

Shutterstock / nomadFra pag. 23 (b)

Shutterstock / pajtica pag. 112

Shutterstock / Pavel L Photo and Video pag. 149

Shutterstock / Petar An pag. 58

Shutterstock / Prasit Rodphan pag. 174

Shutterstock / Rob Stark pag. 38

Shutterstock / Robinotof pag. 135 (o)

Shutterstock / Roman Martynovych pag. 208

Shutterstock / Roman Voloshyn pag. 6

Shutterstock / Sandra van der Steen pag. 14 (b)

Shutterstock / ssuaphotos pag. 131

Shutterstock / Tumar pag. 107 (o)

Shutterstock / Tyler Olson pag. 124

Shutterstock / Viktoriya Krain pag. 176

Shutterstock / vsop pag. 22 (o)

Shutterstock / www.hollandfoto.net pag. 97

Shutterstock / Yakov Oskanov pag. 123 (b)

Shutterstock / yxm2008 pag. 101

Wikimedia pag. 36 (o 2x)

Wikipedia pag. 115 (o), 118 (o), 135 (b), 139 (rb), 148

Wikipedia/Godfrey Kneller pag. 139 (o)

Wikipedia/Hau Khan Mang pag. 139 (m)

Zheltyshev / Shutterstock.com pag. 16 (r)

Newton



LRN
-line



9 789006 911725